

### 3-D SIMULATIONEN ZUM INDUCTION-LOG

Ch. Kuth, F. M. Neubauer

#### Zusammenfassung

Bei der Simulation und Interpretation von Bohrlochmessungen, insbesondere bei dem Induction Logging, konnten bisher aufgrund von begrenzten Rechnerkapazitäten nur zweidimensionale Modellgeometrien betrachtet werden (horizontale Schichtenfolge, Bohrloch, Filtratzone).

Diese Einschränkung kann die Interpretation von elektromagnetischen Bohrlochsondierungen beim Vorhandensein nicht axialsymmetrischer Leitfähigkeitsverteilungen erheblich verfälschen.

Um diesen Nachteil auszugleichen, wurde von uns ein numerisches Verfahren auf der Basis der Finite-Element Methode zur Simulation dreidimensionaler Modellprobleme entwickelt. Die hierfür notwendige große Anzahl von unterschiedlichen Modellgittern erforderte die Entwicklung eines Algorithmus zur automatischen Gittergenerierung. Die prinzipielle Arbeitsweise des Programmpaketes wird erläutert. Hierbei wird auch die spezielle Auslegung des Programms für eine Vektorrechner-nutzung erwähnt.

Unter Benutzung dieser numerischen Methode wurde die vektorielle Helmholtzgleichung für das elektrische Feld gelöst. Die hierfür wichtige Wahl geeigneter Randbedingungen (Dirichletsche- oder Impedanzrandbedingungen) wird diskutiert.

Anhand von einfachen dreidimensionalen geologischen Strukturen, wie z. B. schräg zum Bohrloch einfallenden Schichten, wird die Modifikation der elektrischen Feldkomponenten im Vergleich zu einer axialsymmetrischen Simulation untersucht.

## Einleitung

In dieser Arbeit wird die Entwicklung und Anwendung eines dreidimensionalen numerischen Modells zum Induction Log beschrieben. Unter Benutzung dieses Modells ist es nun erstmals möglich, nicht-rotationssymmetrische Induction Log Probleme zu simulieren. Hierzu zählen insbesondere schräg zum Bohrloch einfallende Schichten wie auch in der Nähe des Bohrlochs gelegene Störkörper (z.B. Erzkörper oder Magmaintrusionen).

Im ersten Teil wird eine kurze Beschreibung der wichtigsten Programmodule gegeben. Bei der Entwicklung der Programme wurde besonders darauf geachtet, daß die einzelnen Module miteinander über genormte Ein-/Ausgaberoutinen verbunden sind, wodurch der Austausch einzelner Module zur Simulation anderer elektromagnetischer Verfahren vereinfacht wird.

Die Gültigkeit der berechneten numerischen Lösung wird im zweiten Teil durch einen Vergleich mit analytischen Verfahren belegt. Anschließend werden erste Ergebnisse einer Induction Log Simulation für ein geneigtes 2-Schicht Modell diskutiert.

## Entwicklung eines 3-d Modells zur Simulation von Induction-logs

Die Simulation von dreidimensionalen Induction Log Sondierungen unterscheidet sich gegenüber zweidimensionalen, rotationssymmetrischen Modellen in der notwendigen Berechnung aller drei komplexen Feldkomponenten des elektrischen bzw. magnetischen Feldes. Für die Lösung der Helmholtzgleichung mit numerischen Methoden bedeutet dies die Berechnung von 6 Freiheitsgraden (3 komplexe Unbekannte) an jedem Gitterpunkt gegenüber nur 2 Freiheitsgraden beim rotationssymmetrischen Fall.

Die vektorielle Helmholtzgleichung wurde für das elektrische Feld mit einem Finite-Elemente (FE) Verfahren gelöst. Aus numerischen Gründen wurde vor der Berechnung des Variationsintegrals das primäre elektrische Feld  $\vec{E}^P$  vom totalen Feld subtrahiert. Es mußte somit folgende Differentialgleichung zweiter Ordnung gelöst werden

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E}^S - k^2 \vec{E}^S + \vec{f} = 0 \quad (1)$$

mit

$$k^2 = i\omega\mu(\sigma - i\omega\epsilon) \quad (2)$$

und

$$\vec{f} := i\omega\mu[(\sigma_m - i\omega\epsilon_m) - (\sigma - i\omega\epsilon)]\vec{E}^P. \quad (3)$$

Die Parameter  $\sigma_m$  und  $\epsilon_m$  entsprechen jeweils den Materialparametern des induzierten Mediums, in dem sich der Sender befindet.

Bei der Entwicklung unseres Programmpaketes mußten einige wichtige Aspekte berücksichtigt werden, die eine größtmögliche Optimierung des Algorithmus sicherstellen. Hierauf soll im folgenden näher eingegangen werden.

- Modularer Aufbau des Programmpaketes
- Automatische Gittergenerierung
- Bandbreitenreduktion der Knotennumerierung
- Berechnung der Elementmatrizen und Wahl der Randbedingungen
- Vektorisierter Gauß-Algorithmus für Matrix-Inversion
- Verwendung von Profil- und Frontlösungsrouitinen

### **Modularer Aufbau des Programmpaketes**

Die Einhaltung eines modularen Programmaufbaues gewährleistet bei großen Programmpaketten einerseits die bestmögliche Optimierung innerhalb eines Moduls und andererseits ein weitgefächertes Anwendungsspektrum des gesamten Programmpaketes. Konkret bedeutet dies, daß das von uns entwickelte Programmsystem zum heutigen Zeitpunkt für das Induction Log Problem konzipiert ist, sich jedoch durch das Austauschen eines Moduls auch zur Simulation von anderen elektromagnetischen Verfahren eignet, die in der KTB eingesetzt werden.

Im folgenden sollen nun die einzelnen Module zur Simulation des 3-d Induction Log Problems näher beschrieben werden.

### Automatische Gittergenerierung (NET3D)

Da für die numerische Simulation von Induction-logs an jedem Sondierungspunkt ein vollständig neues Gitter berechnet werden muß, war die Entwicklung eines automatischen Gittergenerierungsalgorithmus notwendig. Das Prinzip dieses Algorithmus läßt sich wie folgt beschreiben:

Im ersten Schritt wird das Modellgebiet in eine bestimmte Anzahl von Hexaedern unterteilt. Diese Hexaeder müssen so gelegt sein, daß sie genau die Schichtgrenzen repräsentieren, d.h. kein Hexaeder darf eine Schichtgrenze schneiden (s. Abb. 1 (a)). Ausgehend von dieser sehr groben Unterteilung wird nun im zweiten Schritt jeder Hexaeder in genau 12 Tetraeder gemäß der Konvention in Abb. 1 (b) unterteilt. Diese Initialtetraedisierung kann nun, beginnend mit dem jeweils größten Elementvolumen, solange in kleinere Tetraeder unterteilt werden, bis die gewünschte Zahl von Elementen erreicht ist. Bei diesem letzten Schritt werden alle Elementvolumen vor der Unterteilung mit einer vom Benutzer frei wählbaren Wichtungsfunktion multipliziert. Hierdurch läßt sich die Elementdichte im Modellgebiet steuern. Bei einer konstanten Wichtungsfunktion  $WF = const.$  werden alle Elemente gleich gewichtet, während z.B. durch eine Wichtungsfunktion  $WF = 1./r^3$  eine höhere Elementdichte im Ursprung erreicht wird. Eine derartige Wichtung ist besonders für Induction Log Probleme notwendig, da im Ursprung der Sender lokalisiert ist und somit dort sehr hohe Feldgradienten auftreten, die durch eine entsprechend feine Diskretisierung approximiert werden müssen. Abb. 1 (c) zeigt ein mit 2160 Tetraedern diskretisiertes 2-Schicht Modell (ohne Bohrloch, Schichtneigung 15 Grad).

### Bandbreitenreduktion der Knotennumerierung (REDUC)

Bei diesem Modul handelt es sich um ein Standardsoftwarepaket zur Berechnung einer optimalen globalen Knotennumerierung (Crane et al. 1976). Eine derartige Optimierung ist speziell bei der Lösung sehr großer Gleichungssysteme notwendig, da die Bandbreite den benötigten Kernspeicherbedarf bestimmt. Die globale Bandbreite entspricht der größten vorkommenden Elementbandbreite, die aus der Differenz der größten und kleinsten in einem Element vorkommenden globalen Knotennummern berechnet wird. Für das in Abb. 1 (c) gezeigte Elementgitter aus 2160 Tetraedern betrug die Bandbreite vor der Umnumerierung 645, während eine optimierte Numerierung nur noch die Bandbreite 180 besitzt.

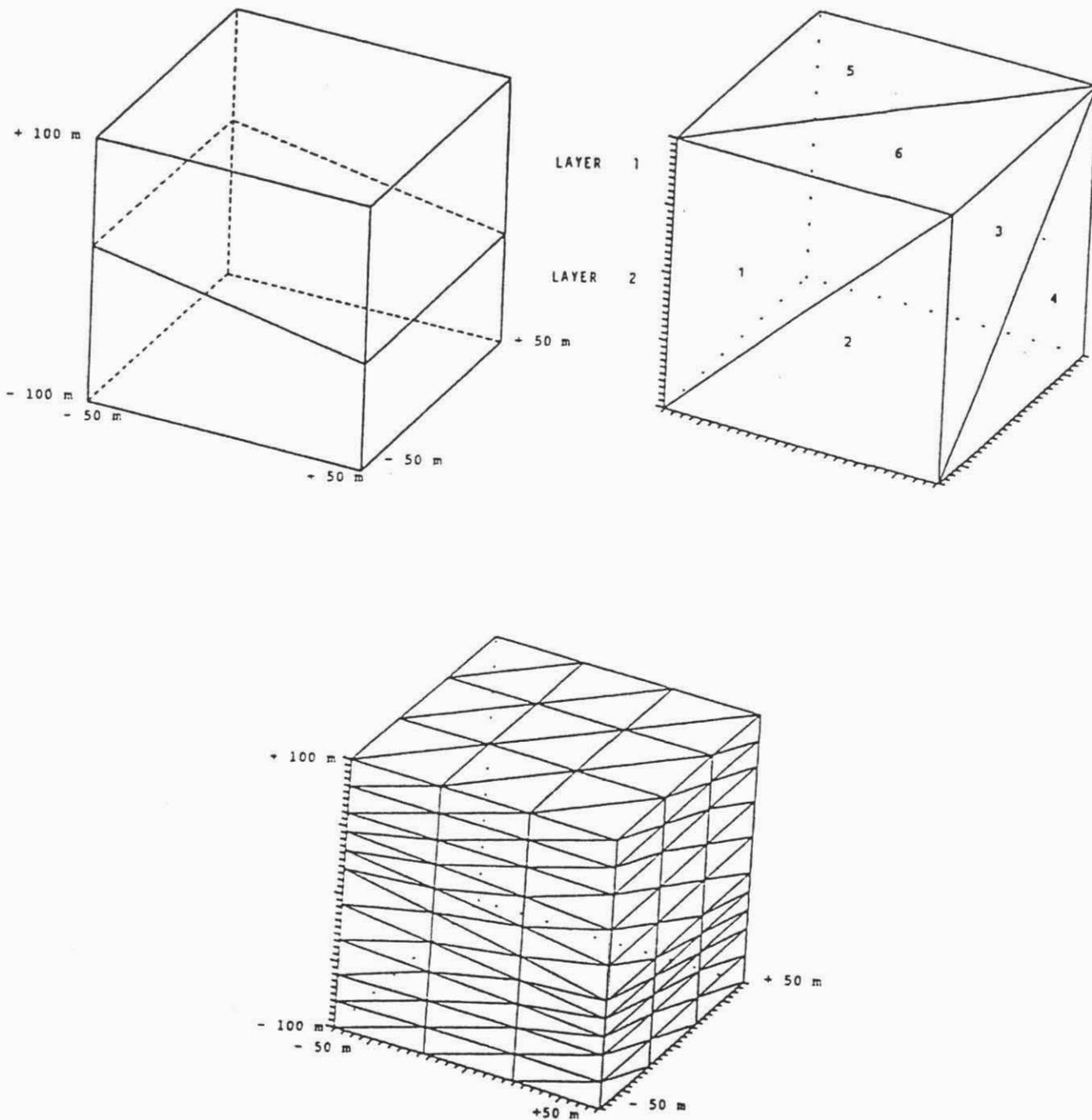


Abbildung 1 : Schematischer Ablauf der Gittergenerierung.

- a ) Unterteilung des Modellgebietes in Initialhexaeder.
- b ) Unterteilungskonvention für jeden Initialhexaeder.
- c ) Vollständig generiertes FE-Gitter für einen 2-Schicht Fall (2160 Tetraeder).

## **Berechnung der Elementmatrizen und Wahl der Randbedingungen (FIN3D)**

Das Modul FIN3D stellt in diesem Programmpaket den eigentlichen Finite-Element Algorithmus dar. Hier werden für jedes Element im Modellgebiet die Elementmatrizen berechnet und der Einbau in die globale Elementmatrix durchgeführt. An dieser Stelle müssen auch geeignete Randbedingungen vorgegeben werden. Da für das dreidimensionale Induction Log Problem keine exakten Randbedingungen existieren, können vom Benutzer optional drei verschiedene Randbedingungen vorgegeben werden. Diese sind im einzelnen :

- Dirichletsche Randbedingung (alle Feldkomponenten sind Null). Diese Näherung eignet sich besonders für zum Rand hin stark abfallende Felder.
- Dirichletsche Randbedingung (alle Feldkomponenten entsprechen der homogenen Vollraumlösung). Diese Näherung eignet sich für schwache Leitfähigkeitskontraste oder für in der Nähe des Senders liegende Störkörper.
- Impedanz-Randbedingung (Jones 1964). Hier wird eine exponentielle Feldstärkeabnahme außerhalb des Modellgebietes angenommen.

## **Vektorisierter Gauß-Algorithmus für die Matrix-Inversion**

Zur Lösung des globalen linearen Gleichungssystems wurde ein Gauß-Algorithmus für komplexe Variablen entwickelt. Das numerisch günstigere Cholesky-Verfahren konnte nicht verwendet werden, da die globale Elementmatrix zwar symmetrisch, jedoch nicht positiv definit ist (Pridmore 1981). Der von uns entwickelte Gauß-Algorithmus ist speziell für die Verarbeitung auf Vektorrechnern ausgelegt, d.h. es werden soweit wie möglich Vektorbefehle verwendet. Hierdurch wurde eine optimale Ausnutzung der jeweiligen Rechnerarchitektur erreicht.

Die Programmentwicklung und erste Testläufe wurden auf der CDC Cyber 76M des Rechenzentrums der Universität zu Köln durchgeführt. Die eigentlichen Modellläufe wurden auf Rechnern des Typs CDC Cyber 205 (Ruhr-Universität Bochum), Cray 1-S (DFVLR Oberpfaffenhofen) und Cray XMP-24 (Konrad-Zuse Zentrum für Informationstechnik Berlin) durchgeführt. In Tabelle 1 sind die Rechenzeiten für verschiedene FE-Gitter angegeben. Die Zeiten beziehen sich jeweils auf einen vollständigen Lauf des Programmoduls FIN3D.

Tabelle 1 : Rechenzeitvergleich für verschiedene FE-Gitter.

Rechenzeit (Sek.)	1080	2160	3840 Tetraeder
3-d Modell	1080	2160	3840 Tetraeder
CDC Cyber 76 M (Skalar)	1100	-	-
CDC Cyber 205 *	255	440	1490
CDC Cyber 205 **	145	305	1180
Cray 1-S *	110	245	-
Cray XMP-24***(vektoris.)	50	125	605

\*: vollständig vektorisiert

\*\* : teilweise vektorisiert; Unterprogramme mit überwiegend kurzen Schleifen wurden Skalar gerechnet.

\*\*\*: vollständig vektorisiert, aber kein Multitasking

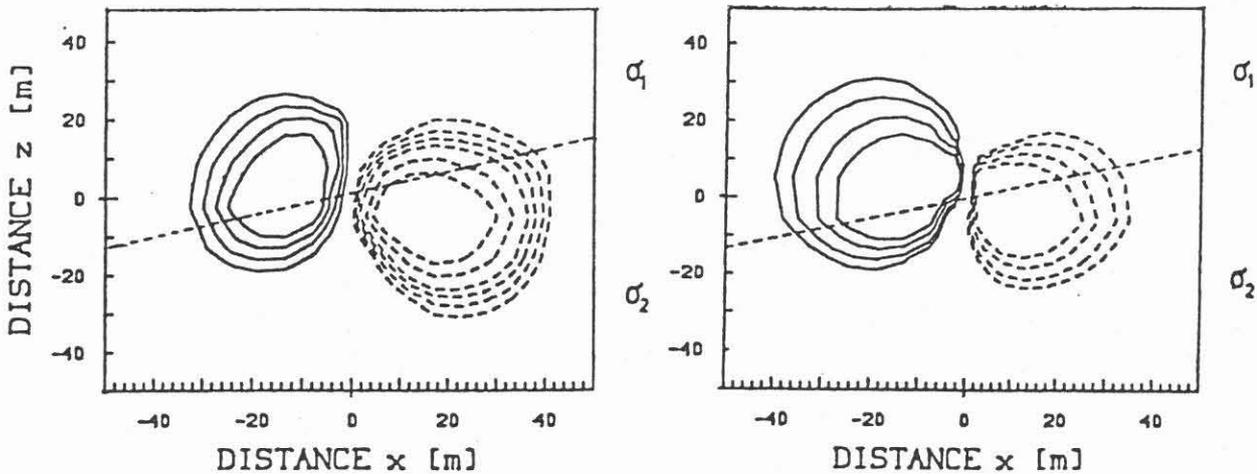


Abbildung 2 : Vergleich von numerischer (links) und analytischer Lösung (rechts) der  $E_x$ -Komponente bei  $\Phi = 0^\circ$  für einen Neigungswinkel von  $15^\circ$  und einem Leitfähigkeitskontrast von  $\sigma_2/\sigma_1 = 5$  ( $\sigma_1 = 10^{-2} S/m$ ).

Dieser Vergleich der Rechenzeiten zeigt sehr deutlich die Vorteile einer Vektorrechner-nutzung für dreidimensionale Induction Log Simulationen. Gegenüber einem schnellen Skalarrechner des Typs Cyber 76M ergibt sich eine Rechenzeitreduzierung bis zu einem Faktor 20 bei optimaler Vektorisierung. Das Beispiel der Cyber 205 zeigt, daß eine vollständige Vektorisierung nicht immer sinnvoll ist. Sie erreicht ihre volle Leistung erst bei einer Vektorlänge von 65535 Worten, während die Cray-Rechner ihre optimale Leistung bei einer Vektorlänge von 64 Worten und dessen Vielfachen erreichen. Dies führt bei kurzen Vektorlängen (20 - 40 Worte) im Fall der Cyber 205 aufgrund der hohen Startup-Zeiten für die Vektorbefehle (ca. 50 Maschinentakte á 20 nsec) zu einer erheblichen Erhöhung der Rechenzeit.

### **Profil- und Frontlösungs-routinen**

Abschließend soll noch kurz auf die von uns entwickelten Profil- und Frontlösungs-routinen für den vektorisierten Gauß-Algorithmus eingegangen werden.

Vor der Lösung des globalen Gleichungssystems wird zunächst versucht, die untere Hälfte der symmetrischen Matrix in einem Profil abzuspeichern (Schwarz 1980). Bei einer sehr großen Anzahl von Variablen reicht der für diese Profilmethode benötigte Kernspeicherplatz nicht mehr aus und es können immer nur Teile der Matrix abgespeichert werden. Die vollständige Lösung der Gesamtmatrix erhält man dann durch ein spezielles Frontlösungsverfahren (Schwarz 1980), bei dem die Teilmatrizen von peripheren Massenspeichern bei Bedarf eingelesen werden. Es hat sich gezeigt, daß dieser Frontlösungsalgorithmus für die Finite-Element Verfahren wesentlich effektiver ist als das hardwaremäßige *paging* bei Rechnern mit virtuellem Adressraum (z.B. Cyber 205).

### **Verifizierung des 3-d Algorithmus**

Die Richtigkeit der mit dem 3-d Algorithmus berechneten elektrischen Felder wurde auf zwei verschiedene Arten überprüft. Im ersten Fall wurde mit diesem Programm ein rotationssymmetrisches Modellproblem simuliert und die Lösung mit der analytischen 2-d Lösung verglichen. Bei diesem Modell handelt es sich um einen horizontal geschichteten 2-Schicht Fall mit einem Leitfähigkeitskontrast von  $\sigma_2/\sigma_1 = 2$  ( $\sigma_1 = 10^{-2} S/m$ ). Der quantitative Vergleich ergab ein maximales Residuum von 2 % zu der exakten Lösung.

Eine weitere Überprüfung der numerischen 3-d Lösung erfolgte anhand der von Hardman und Shen (1986) angegebenen Integralausdrücke für das elektrische Feld eines geneigten magnetischen Dipols. Die Integrale wurden mittels einer schnellen Hankel-Transformation (Anderson 1979) berechnet. Die Verifizierung erfolgte anhand von 2-Schicht Modellen mit Neigungswinkeln zwischen 5 und 45 Grad. Abbildung 2 zeigt die numerische (links) und die analytische Lösung (rechts) der  $E_{\Phi}$ -Komponente bei  $\Phi = 0^{\circ}$  für einen Neigungswinkel von  $15^{\circ}$ .

Deutlich zu erkennen ist die nun nicht mehr axialsymmetrische Feldverteilung. Bei allen Modellen ergab sich eine gute bis zufriedenstellende Übereinstimmung der verschiedenen Lösungsverfahren. Lediglich bei starken Neigungswinkeln und hohen Leitfähigkeitskontrasten ( $> 10$ ) verschlechterte sich die Genauigkeit der numerischen Lösung für die  $E_z$ -Komponente im Bereich der Schichtgrenze, da die dort auftretenden hohen Gradienten nicht mehr durch die quadratischen Formfunktionen genau genug approximiert werden konnten.

## 2-Schicht Modell mit verschiedenen Neigungswinkeln

Im folgenden sind die Modifikationen der elektrischen Feldverteilung in Abhängigkeit vom Neigungswinkel und dem Leitfähigkeitskontrast untersucht worden. Es wurden Leitfähigkeitskontraste von  $\sigma_2/\sigma_1 = 2, 5$  und  $10$  simuliert, wobei die Leitfähigkeit der oberen Schicht auf  $\sigma_1 = 10^{-2} S/m$  festgelegt wurde. In den folgenden Abbildungen werden Isoliniendarstellungen des Sekundärfeldes, welches der Lösung der partiellen Differentialgleichung (1) entspricht, gezeigt. Diese Darstellungsart wurde gewählt, da hier am deutlichsten die durch die geneigten Schichten bedingten Effekte erkennbar sind. Bei allen Abbildungen befindet sich der Sender und der Durchstoßpunkt der Schichtgrenze im räumlichen Ursprung. Da bei den hier gezeigten Ergebnissen vor der Lösung von (1) das Primärfeld der oberen Schicht vom totalen Feld subtrahiert wurde, reduziert sich die "Sekundärleitfähigkeit" der oberen Schicht auf Null. Die gestrichelten Isolinien entsprechen negativen und die durchgezogenen Isolinien positiven E-Feldern.

In Abbildung 3 sind die berechneten  $E_Y$ -Komponenten des Sekundärfeldes auf einer vertikalen Schnittfläche entlang der Linie  $\Phi = 0^{\circ} \rightarrow 180^{\circ}$  dargestellt, d.h. die Schnittfläche verläuft genau in Fallrichtung und die  $E_Y$ -Komponente entspricht hier der  $E_{\Phi}$ -Komponente. Der Leitfähigkeitskontrast beträgt  $\sigma_2/\sigma_1 = 2$ .

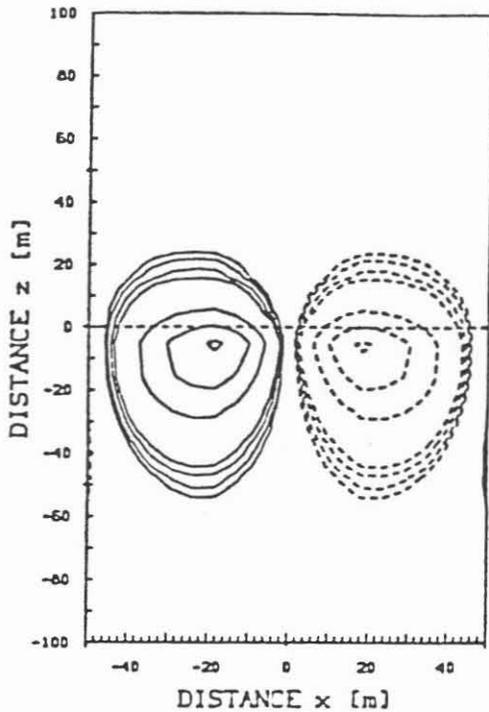
Deutlich zu erkennen ist in dieser Abbildung die exakt antisymmetrische Feldverteilung bei  $\Theta = 0^{\circ}$ . Mit größer werdendem Neigungswinkel folgen die Feldlinien der Schicht-

Realpart of  $E_y$  (Secondary Field)

Azimuthal Angle:  $0^\circ$

Dip: 0.

Contourlines from  $0.50E-016$  to  $0.50E-015$

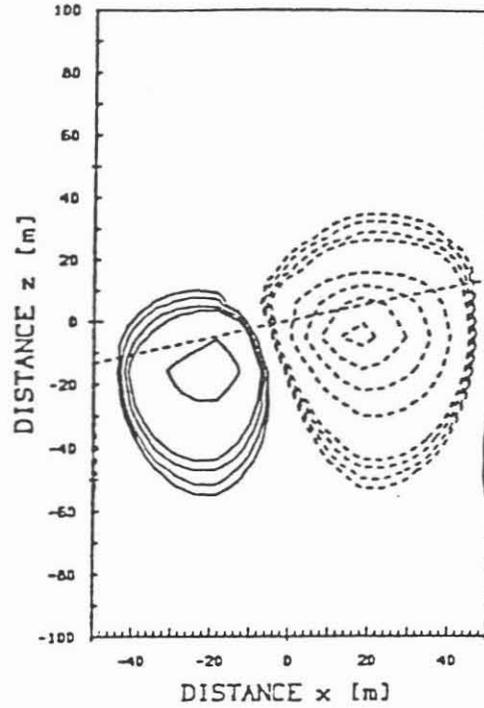


Realpart of  $E_y$  (Secondary Field)

Azimuthal Angle:  $0^\circ$

Dip: 15.00

Contourlines from  $0.50E-016$  to  $0.50E-015$

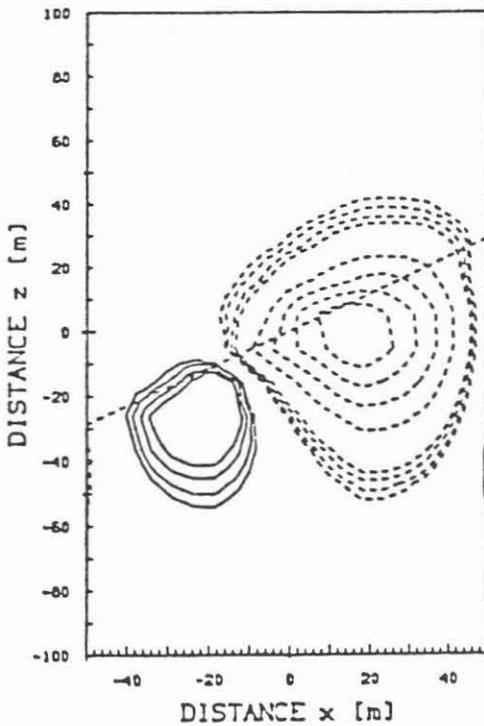


Realpart of  $E_y$  (Secondary Field)

Azimuthal Angle:  $0^\circ$

Dip: 30.00

Contourlines from  $0.50E-016$  to  $0.50E-015$



Realpart of  $E_y$  (Secondary Field)

Azimuthal Angle:  $0^\circ$

Dip: 45.00

Contourlines from  $0.50E-016$  to  $0.50E-015$

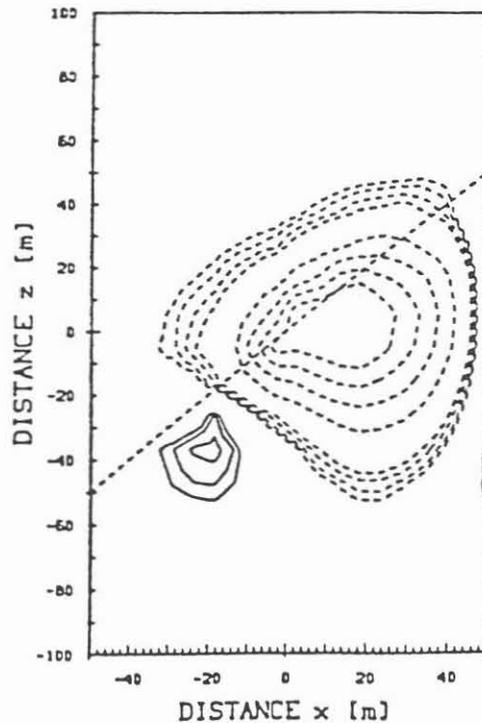


Abbildung 3: Isoliniendarstellung der  $E_y$ -Komponente des Sekundärfeldes auf einer vertikalen Schnittfläche in Fallrichtung für Neigungswinkel von  $0^\circ, 15^\circ, 30^\circ$  und  $45^\circ$ ; Leitfähigkeitskontrast  $\sigma_2/\sigma_1 = 2$ ; Wertebereich der Isolinien:  $(5., 4., 3., 2., 1.) \cdot 10^{-16} \text{ V/m}, (9., 8., 7., 6., 5.) \cdot 10^{-17} \text{ V/m}$ .

grenze, wodurch die Axialsymmetrie schon bei kleinen Winkeln zerstört wird. Bemerkenswert ist hier, daß nur das Maximum der positiven Feldlinien seine Lage mit dem Neigungswinkel verändert, während das Maximum der negativen, in die Ebene zeigenden, Feldlinien im wesentlichen seine Lage beibehält. Aus dieser Feldstärkenverteilung ist ersichtlich, daß das Sekundärfeld im Nahbereich des Senders nur noch durch die in die Ebene zeigenden  $E_Y$ -Komponenten bestimmt wird.

Ferner wird ein mit zunehmender Schichtneigung größer werdender Feldgradient senkrecht zur Schichtgrenze beobachtet. Dieser Effekt ist besonders bei der in die Ebene zeigenden  $E_Y$ -Komponente (gestrichelte Linien) zu beobachten.

Ein völlig anderes Verhalten zeigt die Tangentialkomponente des elektrischen Feldes auf einer vertikalen Schnittfläche in Streichrichtung ( $\Phi = 90^\circ \rightarrow 270^\circ$ ). Hier entspricht die  $E_X$ -Komponente der  $E_{\mp}$ -Komponente, die in Abbildung 4 für Neigungswinkel von  $0^\circ$  und  $45^\circ$  dargestellt ist.

Bei nicht geneigter Schicht ergibt sich wieder exakt die gleiche Feldverteilung wie bei  $\Phi = 0^\circ$  (Abb. 3). Vergrößert sich die Neigung der Schicht, so bleibt jedoch die Symmetrie bezüglich der Sondenachse erhalten. Bedingt durch die Unstetigkeit der  $E_X$ -Komponente an der Schichtgrenze ist insbesondere bei einem Neigungswinkel von  $45^\circ$  ein deutliches Abknicken der Feldlinien beim Eintritt in die obere Schicht erkennbar. Dieser Effekt verstärkt sich noch bei höheren Leitfähigkeitskontrasten.

Abschließend soll noch kurz auf das Verhalten der Vertikalkomponente des elektrischen Feldes eingegangen werden, die nur bei dreidimensionalen Modellproblemen auftritt. Abbildung 5 zeigt eine Isoliniendarstellung der  $E_Z$ -Komponente auf einem vertikalen Schnitt in Streichrichtung für Neigungswinkel von  $15^\circ$  und  $45^\circ$ . Aus dieser Abbildung ist deutlich zu erkennen, daß eine signifikante  $E_Z$ -Komponente nur in unmittelbarer Nähe der Schichtgrenze auftritt. Es bildet sich eine sowohl zur Schichtgrenze als auch zur Sondenachse antisymmetrische Feldverteilung aus. Die Lage der Extrema verändert sich kaum mit wachsenden Neigungswinkel, jedoch erhöht sich die Maximalamplitude der  $E_Z$ -Komponente mit größer werdender Schichtneigung und stärkerem Leitfähigkeitskontrast. Der daraus resultierende Feldgradient orthogonal zur Schichtgrenze kann als Maß für die Brechung der Stromlinien gelten. Die Entstehung einer derartigen Feldverteilung kann man sich durch folgendes Modell veranschaulichen :

Im Bereich positiver  $y$ -Koordinaten (rechte Bildhälfte) beobachtet man für die Tangentialkomponente  $E_X$  (s. Abb. 4) positive Feldstärken, gleichzusetzen mit einer aus der Bildebene kommenden Stromrichtung. Diese Ströme werden beim Auftreffen auf die

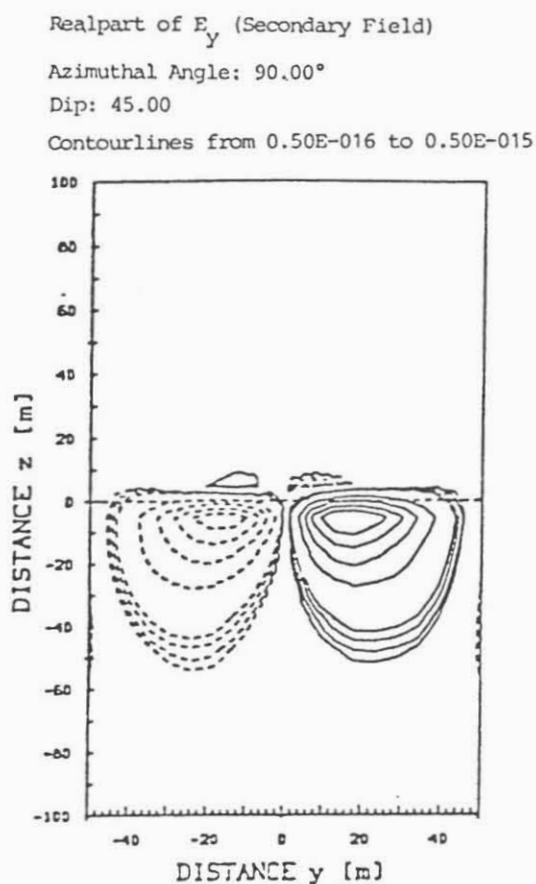
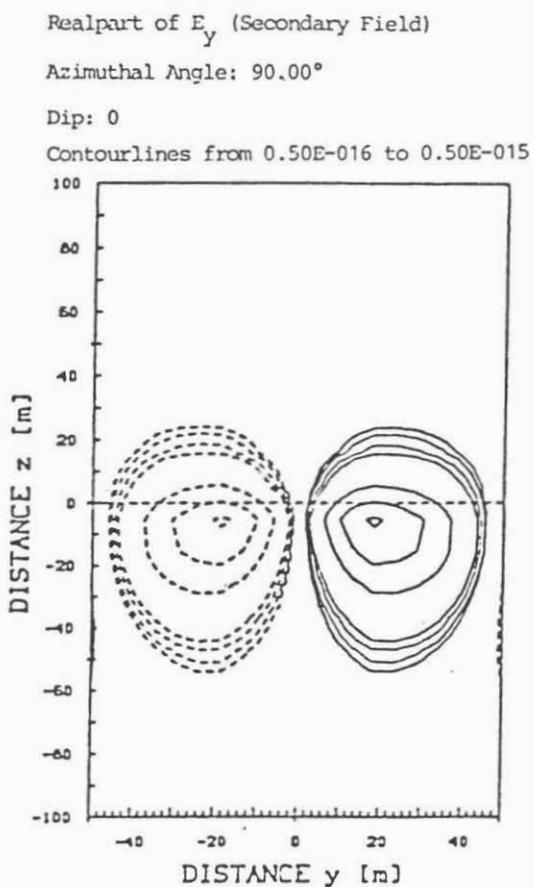


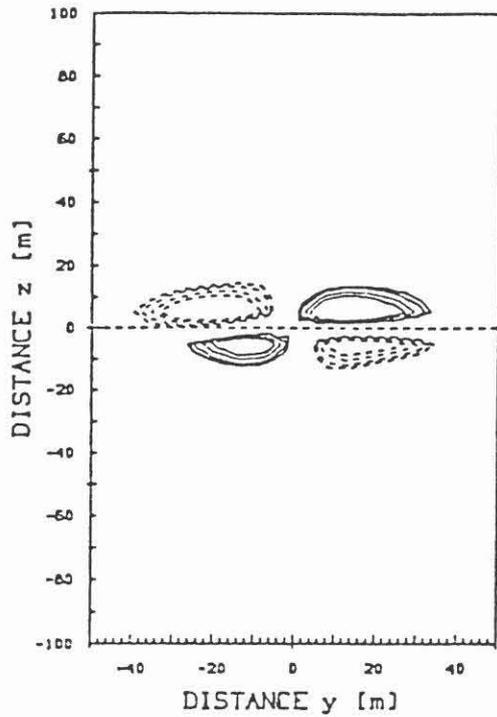
Abbildung 4 : Isoliniendarstellung der  $E_x$ -Komponente des Sekundärfeldes auf einer vertikalen Schnittfläche in Streichrichtung für Neigungswinkel von 0° und 45° ; Leitfähigkeitskontrast  $\sigma_2/\sigma_1 = 2$ ; Wertebereich der Isolinien : wie in Abb. 3.

Realpart of  $E_y$  (Secondary Field)

Azimuthal Angle:  $90.00^\circ$

Dip: 15.00

Contourlines from  $0.50E-016$  to  $0.50E-015$



Realpart of  $E_y$  (Secondary Field)

Azimuthal Angle:  $90.00^\circ$

Dip: 45.00

Contourlines from  $0.50E-016$  to  $0.50E-015$

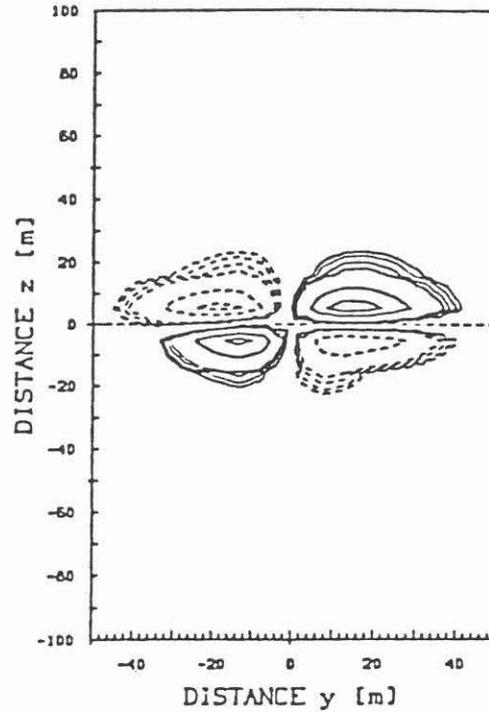


Abbildung 5 : Isoliniendarstellung der  $E_z$ -Komponente für Neigungswinkel von  $15^\circ$  und  $45^\circ$  und einen Leitfähigkeitskontrast von  $\sigma_2/\sigma_1 = 2$ .

geneigte Schicht entsprechend dem Neigungswinkel und dem Leitfähigkeitskontrast gebrochen und es bildet sich ein nach oben gerichteter Feldgradient der  $E_z$ -Komponente aus. Für das Gebiet negativer  $y$ -Koordinaten beobachtet man ein hierzu antisymmetrisches Verhalten.

Ziel der weiteren Arbeiten wird die Einbeziehung von Bohrloch und Filtratzenen in das 3-d Modell sein. Diese wichtige Anwendung dreidimensionaler Simulationsrechnungen läßt sich allerdings zur Zeit aufgrund des hohen Kernspeicherbedarfs mit einem rein numerischen Modell nicht durchführen. Für diesen Fall erscheint die Kombination von analytischen und numerischen Methoden in sogenannten Hybridmodellen sinnvoll.

#### Literaturverzeichnis :

Anderson, W.L. 1979, Numerical integration of related Hankel transforms of orders 0 and 1 by adaptive digital filtering, *Geophysics*, 44, 1287-1305.

Crane Jr., H.L., Gibbs, N.E., Poole Jr., W.G. und Stockmeyer, P.K. 1976, Algorithm 508: Matrix bandwidth and profile reduction, *ACM Transactions of Mathematical Software*, 2, No. 4, 375-377.

Hardman, R.H. und Shen, L.C. 1986, Theory of induction sonde in dipping beds, *Geophysics*, 51, 800-809.

Jones, D.S. 1964, *The theory of electromagnetism*, Oxford: Pergamon Press.

Pridmore, D.F. 1981, An investigation of finite-element modeling for electrical and electromagnetic data in three dimensions, *Geophysics* 46, 1009 - 1024.

Schwarz, H.R. 1980, *Methode der finiten Elemente*, Stuttgart: Teubner Studienbücher.