

Die unterschiedliche Auflösung dünner schlechtleitender Schichten durch TE- und TM-Mode im Frequenzbereich

Hans-Martin Maurer
Institut für Geophysik und Meteorologie
TU Braunschweig

Ein divergenzfreies Vektorfeld läßt sich durch 2 skalare Funktionen darstellen.

$$\underline{V} = \nabla \times (\hat{z}\chi) + \nabla \times \nabla \times (\hat{z}\psi) \quad \hat{z} \text{ beliebiger Einheitsvektor}$$

Außerhalb der Quellen sind die magnetische Kraftflußdichte \underline{B} und die elektrische Stromdichte \underline{J} divergenzfrei. Die Felder lassen sich in zwei Anteile aufspalten, die jeweils von einem skalaren Potential φ_E und φ_M herrühren. Unter der Voraussetzung, daß sich die elektrische Leitfähigkeit σ nur in z-Richtung ändert, erhält man mit dem Ansatz

$$\begin{array}{ll} \underline{B}_E = \nabla \times \nabla \times (\hat{z}\varphi_E) & \underline{B}_M = \nabla \times (\hat{z}\mu\sigma\varphi_M) \\ \underline{J}_E = -\nabla \times (\hat{z}\sigma\dot{\varphi}_E) & \underline{J}_M = \nabla \times \nabla \times (\hat{z}\sigma\varphi_M) \\ \underline{E}_E = -\nabla \times (\hat{z}\dot{\varphi}_E) & \underline{E}_M = \frac{1}{\sigma} \nabla \times \nabla \times (\hat{z}\sigma\varphi_M) \\ \underline{H}_E = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \nabla \times (\hat{z}\varphi_E) & \underline{H}_M = \nabla \times (\hat{z}\sigma\varphi_M) \end{array}$$

die Feldkomponenten im Leiter (Tabelle 1). Während im Ansatz φ_E und $\sigma\varphi_M$ noch symmetrisch sind, geht die Symmetrie in den Tabellen dadurch verloren, daß einerseits μ_0 konstant gesetzt wird und andererseits durch Einführung der Halbraumgrenze zwischen einem Bereich mit $\sigma = 0$ und $\sigma > 0$ die Richtung der Ebenennormalen ausgezeichnet wird.

Zum φ_E -Potential gehört ein elektrisches Feld ohne z-Komponente, die tangential elektrische Polarisation oder TE-Mode; zum φ_M -Potential gehört ein magnetisches Feld ohne z-Komponente, die tangential magnetische Polarisation oder TM-Mode. Die beiden Polarisationen erfüllen unabhängig jede für sich die Maxwell'schen Gleichungen. Die Tangentialkomponenten von \underline{E} und \underline{H} sind stetig, d.h. φ_E , $\frac{\partial}{\partial z}\varphi_E$, $\sigma\varphi_M$ und $\frac{1}{\sigma}\frac{\partial}{\partial z}(\sigma\varphi_M)$ müssen an Grenzflächen stetig sein.

Im Isolator (Lufthalraum) ist $\sigma = 0$. Die entsprechenden Feldkomponenten zeigt Tabelle 2.

Die TM-Mode macht sich an der Erdoberfläche nur im E-Feld bemerkbar. Aus der Stetigkeit von $\sigma\varphi_M$ folgt, daß die TM-Mode unterhalb einer isolierenden Schicht verschwindet, wenn alle Quellen oberhalb dieser Schicht

liegen und die Leitfähigkeitsverteilung eindimensional ist. Mit einer horizontalen Stromspule oder durch Ionosphärenströme kann in der leitfähigen Erde also keine TM-Mode angeregt werden. Beim horizontalen elektrischen Dipol (HED) treten jedoch an den Erdungspunkten Ströme durch die Halbraumgrenze und das Feld muß aus TE- und TM-Mode zusammengesetzt werden.

Die Abbildungen 1 und 2 zeigen die Radial- und die Tangentialkomponente des elektrischen Feldes in Real- und Imaginärteil als Funktion der Periode für einen horizontalen elektrischen Dipol. Es wurden zwei Leitfähigkeitsmodelle betrachtet:

- A) Homogener Halbraum mit $\rho_1 = 50 \Omega m$
- B) 3-Schicht-Modell mit eingelagerter "dünner" hochohmiger Zwischenschicht:

$$\begin{array}{ll} \rho_1 : 50 \Omega m & d_1 : 250 m \\ \rho_2 : 500 \Omega m & d_2 : 100 m \\ \rho_3 : 50 \Omega m & \end{array}$$

Abstand Sender-Empfänger 2000 m.

Abb. 1 zeigt den TE-Anteil des elektrischen Feldes. Die Kurven der beiden Modelle unterscheiden sich nicht. In Abb. 2 ist der TM-Anteil des elektrischen Feldes dargestellt. Hier treten Unterschiede auf, da die senkrechten Ströme an der schlechtleitfähigen Schicht abgelenkt werden.

Die Abbildungen 3 und 4 zeigen jeweils 4 scheinbare spez. Widerstandskurven:

1. Modell A, Fernfeldnäherung (Cagniard-kurve)
2. Modell B, Fernfeldnäherung (Cagniard-kurve)
3. Modell A, CSAMT, (TE + TM - Mode)
4. Modell B, CSAMT, (TE + TM - Mode)

Die Kurven sind berechnet in Abb.3 aus E_{radial} und $H_{tangential}$ und in Abb.4 aus $E_{tangential}$ und H_{radial} .

Im Fernfeldfrequenzbereich der CSAMT ist bei Anregung durch einen HED auch ein E-Feld Anteil vorhanden, der von der TM-Mode herrührt. Er wird aber durch den Anteil, der von der TE-Mode stammt, gerade so kompensiert, daß das E-Feld für die Fernfeldnäherung übrigbleibt. Daher gibt es bei der Berechnung des E-Feldes eines HED mit der exakten Formel für sehr große Frequenzen numerische Schwierigkeiten, weil zwei große Zahlen voneinander subtrahiert werden. Hier muß man die Fernfeldnäherung benutzen. Im Übergangsbereich Fernfeld-Nahfeld macht sich eine dünne schlechtleitfähige Schicht jedoch deutlich bemerkbar.

LITERATUR

Weidelt, P.: Einführung in die elektromagnetische Tiefenforschung, Vorlesungsskript, Inst. für Geophysik und Meteorologie, TU Braunschweig, 1985, unveröffentlicht

TE-Mode	TM-Mode
$E_{EX} = -\frac{\partial}{\partial y}\dot{\varphi}_E$	$E_{MX} = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \sigma \varphi_M$
$E_{EY} = \frac{\partial}{\partial x}\dot{\varphi}_E$	$E_{MY} = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \sigma \varphi_M$
$E_{EZ} = 0$	$E_{MZ} = -\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\varphi_M$
$H_{EX} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \varphi_E$	$H_{MX} = \sigma \frac{\partial}{\partial y} \varphi_M$
$H_{EY} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \varphi_E$	$H_{MY} = -\sigma \frac{\partial}{\partial x} \varphi_M$
$H_{EZ} = -\frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\varphi_E$	$H_{MZ} = 0$

Tabelle 1: Feldkomponenten im Leiter

$E_{EX} = -\frac{\partial}{\partial y}\dot{\varphi}_E$	$E_{MX} = \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \varphi_M$
$E_{EY} = \frac{\partial}{\partial x}\dot{\varphi}_E$	$E_{MY} = \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \varphi_M$
$E_{EZ} = 0$	$E_{MZ} = \frac{\partial^2}{\partial z^2} \varphi_M$
$H_{EX} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \varphi_E$	$H_{MX} = 0$
$H_{EY} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} \varphi_E$	$H_{MY} = 0$
$H_{EZ} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \varphi_E$	$H_{MZ} = 0$

Tabelle 2: Feldkomponenten im Isolator

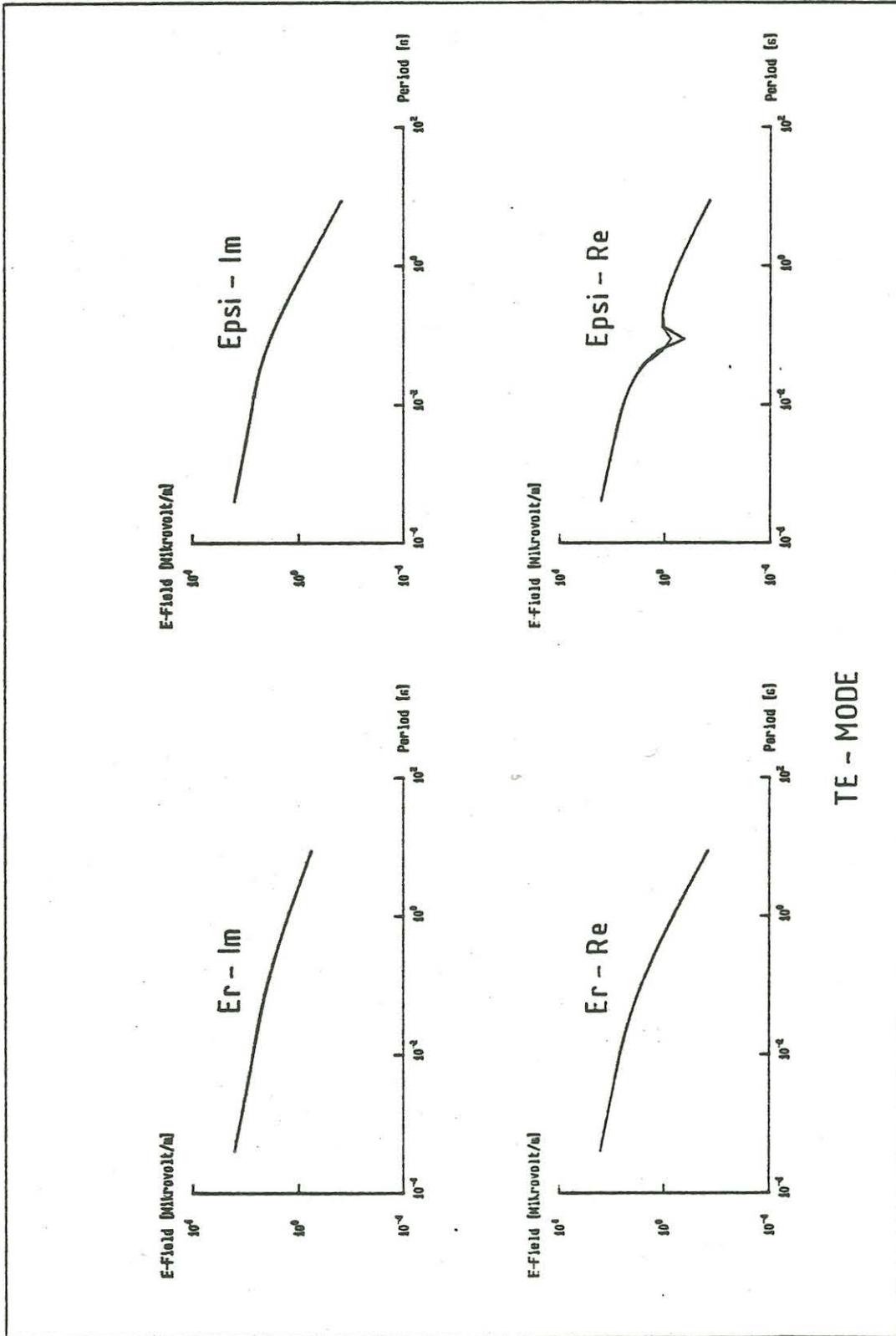


Abbildung 1 : Elektrisches Feld, radial- und tangentialkomponente, Real- und Imaginärteil

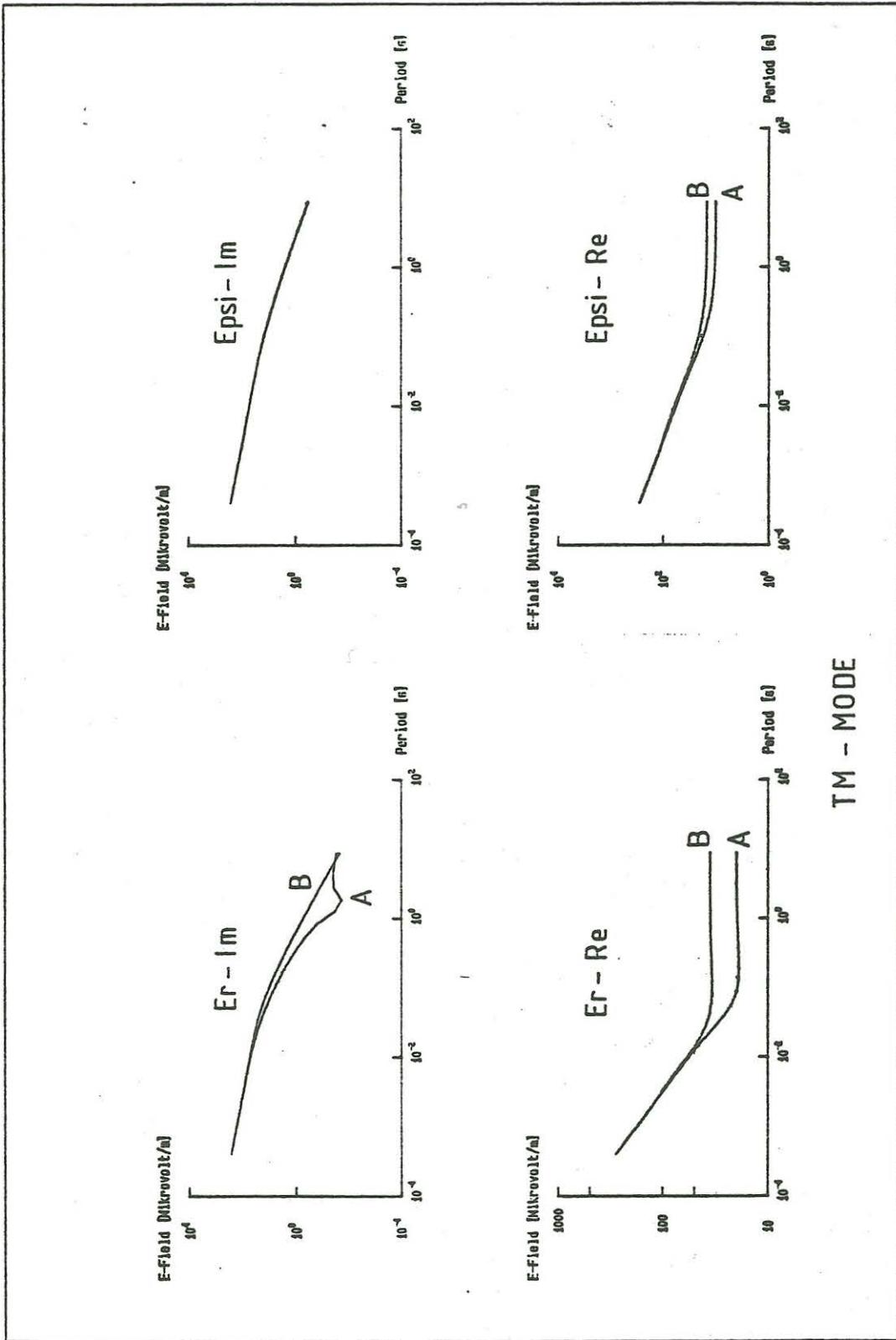
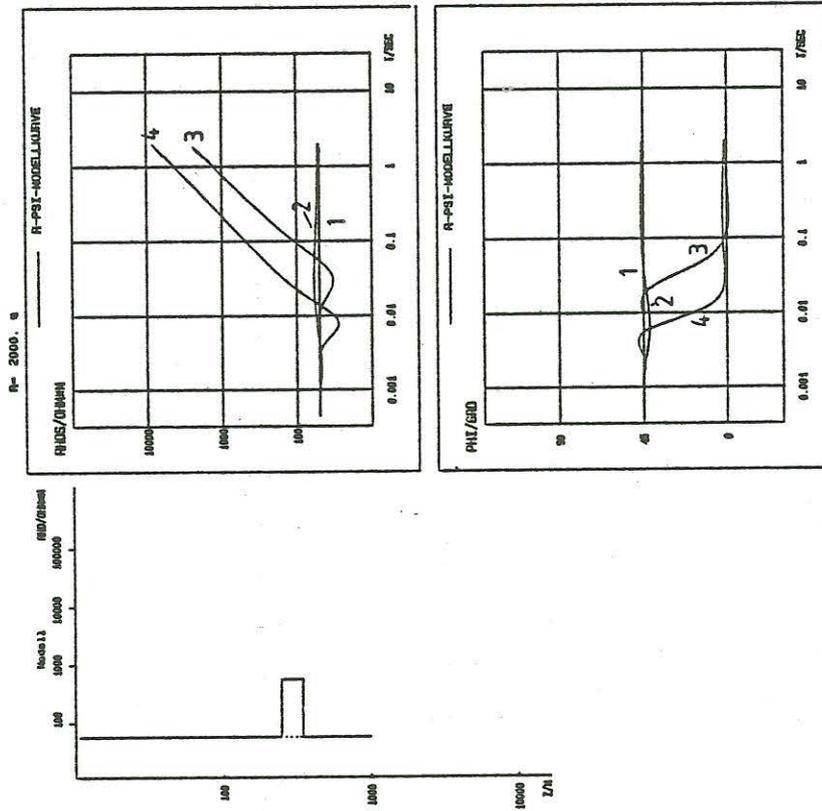


Abbildung 2 : Elektrisches Feld, radial- und tangentialkomponente, Real- und Imaginärteil

SYNT. WERTE

R-PSI-KOMPONENTE

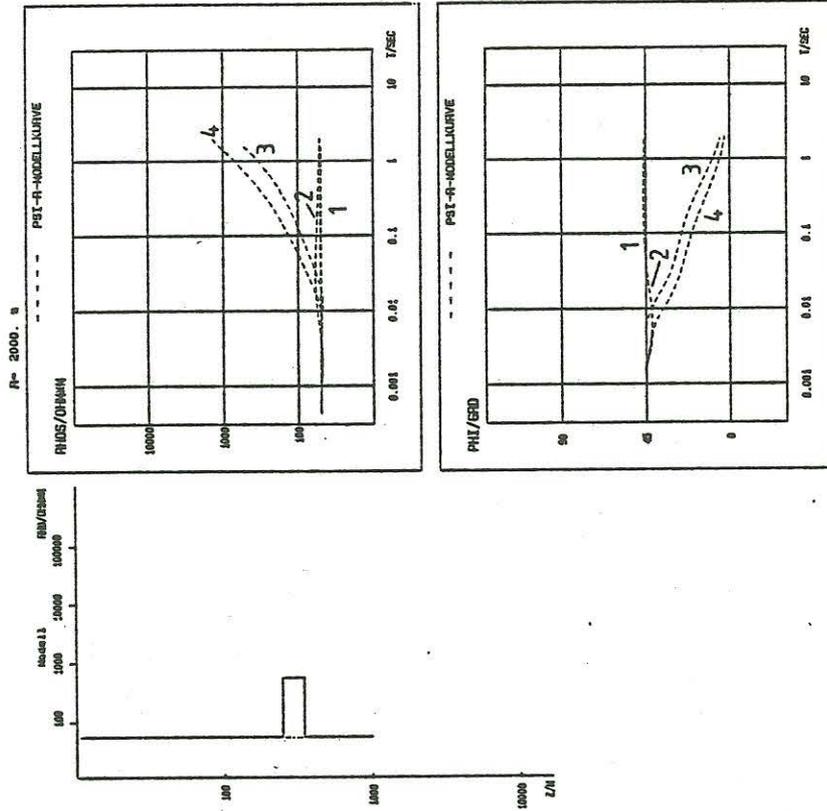


RHO/D/SHH	Modell: 5.00E+01 Standard: 5.00E+01	Modell: 5.00E+02 Standard: 5.00E+01	Modell: 5.00E+01 Standard: 5.00E+01
D/N	Modell: 2.50E+02 Standard: 1.00E+02	Modell: 1.00E+02 Standard: 1.00E+02	

Abbildung 3 : Rhoa - kurven R-Psi

SYNT. WERTE

PSI-R-KOMPONENTE



RHO/D/SHH	Modell: 5.00E+02 Standard: 5.00E+01	Modell: 5.00E+02 Standard: 5.00E+01	Modell: 5.00E+01 Standard: 5.00E+01
D/N	Modell: 2.50E+02 Standard: 1.00E+02	Modell: 1.00E+02 Standard: 1.00E+02	

Abbildung 4 : Rhoa - kurven Psi-R