

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN DER DDR  
Forschungsbereich Geo- und Kosmoswissenschaften  
**ZENTRALINSTITUT FÜR PHYSIK DER ERDE**

---

Veröffentlichungen des Zentralinstituts für Physik der Erde  
Nr. 96

**Untersuchungen  
zur Nutzung künstlicher Erdsatelliten  
für die geodätische Koordinatenbestimmung**

von  
Reinhard Dietrich

(am 15. März 1988  
bei der Akademie der Wissenschaften der DDR  
verteidigte Dissertation B)

Herausgeber: Der Direktor des Zentralinstituts für Physik der Erde Potsdam

---

Als Manuskript gedruckt  
Potsdam 1988

Inhaltsverzeichnis

Seite

	Zusammenfassung	V
	Summary, RESUME	VI
	Vorwort	1
1.	Einleitung	2
2.	Grundlagen der Modellbildung	3
2.1.	Terrestrische Bezugssysteme	3
2.1.1.	Aspekte der Definition und Realisierung	3
2.1.2.	Zusammenstellung wesentlicher Koordinatensysteme und von Transformationsbeziehungen	4
2.1.3.	Bewegungen im terrestrischen Bezugssystem	7
2.1.3.1.	Horizontale Bewegungen der Plattentektonik	8
2.1.3.2.	Krustendeformationen durch Gezeiten	12
2.1.3.3.	Darstellung von Satellitenpositionen im terrestrischen Bezugssystem	13
2.2.	Das inertielle Bezugssystem und die Dynamik künstlicher Erdsatelliten	14
2.2.1.	Aspekte der Definition und Realisierung	14
2.2.2.	Transformationsbeziehungen zwischen terrestrischem und inertialem Bezugssystem	16
2.2.3.	Dynamische Satellitengeodäsie	17
2.2.3.1.	Die Bewegungsgleichungen und ihre Integration	17
2.2.3.2.	Das Kraftmodell	20
2.3.	Meßverfahren der Satellitengeodäsie	22
2.3.1.	Die Laserentfernungsmessung zu künstlichen Erdsatelliten	23
2.3.1.1.	Grundlagen und Meßprinzip	23
2.3.1.2.	Fehlereinflüsse beim Messen und die Gerätekalibrierung	24
2.3.2.	Das Dopplerverfahren / die Phasendifferenzmessung	27
2.3.2.1.	Das Meßprinzip	27
2.3.2.2.	Satellitensysteme	28
2.3.2.3.	Dopplermessungen zu Satelliten des NNSS	30
2.3.2.4.	Gerätebedingte Fehlereinflüsse bei der Messung und die Kalibrierung von Dopplerempfängern	31
2.3.2.5.	Dopplermessungen / Phasendifferenzmessungen bei neuen Satellitensystemen	38
2.4.	Reduktionsmodelle	40
2.4.1.	Troposphärische Refraktion	40
2.4.1.1.	Troposphärische Refraktionskorrektur für Lichtwellen	42
2.4.1.2.	Troposphärische Refraktionskorrektur für Mikrowellen	45
2.4.2.	Ionosphärische Refraktion	50

2.4.3.	Zentrierung der Meßwerte	51
2.4.3.1.	Reduktion am Standpunkt	51
2.4.3.2.	Reduktion am Zielpunkt	53
2.5.	Modellwahl, Modelloptimierung und Modellbewertung	55
2.5.1.	Zur Klassifizierung satellitengeodätischer Verfahren	55
2.5.2.	Die mathematische Formulierung des Modells	57
2.5.3.	Modellfehler	60
2.5.4.	Konzeption von Simulationsuntersuchungen	62
2.5.5.	Methoden der Modellbewertung	64
3.	Spezielle Aspekte der Ausgleichung	65
3.1.	Das Aufstellen der Verbesserungsgleichungen	65
3.1.1.	Funktionalmatrizen	65
3.1.2.	Partielle Ableitungen für Parameter der Stationsposition	67
3.1.3.	Partielle Ableitungen für Biasparameter	68
3.1.4.	Partielle Ableitungen für Parameter der Satellitenposition / Variationsgleichungen	69
3.2.	Rangdefekte und Lösungsstabilität	69
3.2.1.	Ursache von Rangdefekten	69
3.2.2.	Die Nutzung der Eigenwertzerlegung	71
3.2.3.	Die Behandlung rangdefekter oder schlecht konditionierter Gleichungssysteme	73
3.3.	Untersuchungen zum stochastischen Modell	75
3.3.1.	Die Behandlung von Korrelationen zwischen den Beobachtungen	75
3.3.1.1.	Erweiterung des Modells um eine stochastische Komponente	75
3.3.1.2.	Behandlung von Modellfehlern im Konzept stochastischer Vektorfelder	76
3.3.1.3.	Ableitung der Korrelation zwischen gemessenen Strecken	78
3.3.1.4.	Vergleich mit bisherigen Anwendungen des Kollokationsmodells in der Satellitengeodäsie	79
3.3.2.	Empirische Untersuchungen mit simulierten Daten	79
3.3.2.1.	Beschreibung der Methode	79
3.3.2.2.	Einfluß von Bahnbogenlänge, Bahnparametern und Schwerefeldmodell	80
3.3.2.3.	Bestimmung der Korrelationsfunktionen	84
3.3.2.4.	Anwendung der spektralen Betrachtungsweise	87
3.3.3.	Vergleich mit realen Daten und mögliche praktische Anwendungen	92
3.3.3.1.	Untersuchung der Residuen	92
3.3.3.2.	Zur Bestimmung realistischer Fehlermaße	96
3.3.3.3.	Ausblick auf mögliche Erweiterungen des Ausgleichungsmodells	96

3.4.	Die Auflösung großer Normalgleichungssysteme der Satellitengeodäsie	97
3.4.1.	Zur Struktur der Normalgleichungsmatrizen	97
3.4.2.	Die Nutzung des HELMERTschen Blockverfahrens	99
3.5.	Die Realisierung eines EDV-Programmes zur Parameterbestimmung	101
3.5.1.	Struktur der Ausgangsdaten, Auswahlkriterien und Ansatz der Parameter	102
3.5.2.	Auflösung des Normalgleichungssystems und Ergebnisdarstellung	102
3.5.3.	Maßnahmen für eine effektive Programmnutzung	103
4.	Koordinatenbestimmung aus Laserentfernungsmessungen	104
4.1.	Verwendete Daten	104
4.2.	Untersuchungen zur Bestimmung globaler Koordinaten	108
4.2.1.	Internationaler Stand bei der Koordinatenbestimmung	108
4.2.2.	Bestimmung der inneren Geometrie	109
4.2.2.1.	Genauigkeitsmaße und Genauigkeitsbewertung	109
4.2.2.2.	Der Einfluß der gewählten Bahnbogenlänge	111
4.2.2.3.	Die Abhängigkeit der Genauigkeit von zusätzlich bestimmten Modellparametern und von eingeschränktem Datenumfang	112
4.2.2.4.	Zur Betrachtung einzelner Stationen	116
4.2.3.	Die Genauigkeit der Datumparameter	119
4.3.	Regionale Netze und Basislinien	121
4.3.1.	Varianten der regionalen Netzbestimmung	121
4.3.2.	Aspekte der Bestimmung einzelner Basislinien	123
4.4.	Die Untersuchung tektonischer Bewegungen	124
4.4.1.	Internationaler Stand und Modellkonzeptionen	124
4.4.2.	Numerische Untersuchungen zur Bestimmung tektonischer Bewegungen	125
5.	Koordinatenbestimmung aus Dopplermessungen	130
5.1.	Aspekte der Nutzung des Dopplerverfahrens	130
5.2.	Die Anwendung von short-arc-Verfahren zur regionalen Netzbestimmung	131
5.2.1.	Die Meßkampagnen WEDOC-1 und WEDOC-2 und Standard-Analyseergebnisse	131
5.2.2.	Analyse von Teildatenmengen	136
5.2.3.	Untersuchungen mit variierten Parameteransätzen	139
6.	Die Koordinatenbestimmung der Satellitengeodäsie im Konzept breiterer Problemstellungen	142
6.1.	Das globale terrestrische Bezugssystem als eine Grundlage für Forschungen zur planetaren Dynamik, für die Aufgaben der Geodäsie und Navigation	142
6.2.	Die Nutzung der Satellitengeodäsie bei der Anlage und Kontrolle von Festpunktfeldern	145
7.	Zusammenfassung und Schlußfolgerungen	148
	Literaturverzeichnis	151

## Zusammenfassung

Nachdem einleitend das Anliegen der Arbeit kurz umrissen wird, erfolgt in Kapitel 2 eine ausführliche Darstellung der Grundlagen der in der Satellitengeodäsie sehr komplexen Modellbildung. Das schließt folgende Sachgebiete ein: Terrestrische Bezugssysteme sowie die Beschreibung der in ihnen ablaufenden Bewegungsvorgänge, das inertielle Bezugssystem und die Dynamik künstlicher Erdsatelliten, Meßverfahren und Gerätekalibrierung, Refraktionseffekte in Troposphäre und Ionosphäre, die Zentrierung der Meßwerte, Aspekte der Modelloptimierung und -bewertung.

In Kapitel 3 werden spezifische Fragen der Ausgleichung in der Satellitengeodäsie behandelt. Das betrifft im einzelnen: Das Aufstellen der Verbesserungsgleichungen, Rangdefekte und Lösungsstabilität, das stochastische Modell, die Auflösung großer Normalgleichungssysteme sowie die Realisierung eines FORTRAN-Programmes zur Parameterbestimmung.

Die Koordinatenbestimmung aus Laserentfernungsmessungen ist Gegenstand des 4. Kapitels. Dabei werden unter anderem diese Fragen untersucht: optimale Bestimmung der inneren Geometrie globaler Netze, Genauigkeit der Datumparameter globaler Netze, regionale Netze und Basislinien, Bestimmung tektonischer Bewegungen. Neben der Verwendung simulierter Meßwerte werden die Daten der internationalen MERIT-Kampagne dabei für numerische Untersuchungen hinzugezogen.

Fragen der Koordinatenbestimmung aus Dopplermessungen ist das 5. Kapitel gewidmet. Insbesondere erfolgt eine gründliche Behandlung der für die Bestimmung regionaler Netze relevanten Problemstellungen am Beispiel der Bearbeitung der Daten der Dopplerkampagne WEDOC-2.

In Kapitel 6 wird versucht, die Koordinatenbestimmung der Satellitengeodäsie in breitere Zusammenhänge einzuordnen. Bezüglich globaler Fragestellungen betrifft das die Schaffung eines einheitlichen terrestrischen Bezugssystems für die Bestimmung von Erdrotationsparametern, die Vereinheitlichung von Lage- und Höhenetzen, die Erfassung geodynamischer Prozesse und die Bestimmung ihrer Parameter, die Rolle des Bezugssystems für die Satellitennavigation. Die Nutzung der Satellitengeodäsie im regionalen Bereich ist bedeutsam für die Anlage und Kontrolle von Festpunktfeldern, die Geoidbestimmung sowie für die Ableitung von Krustendeformationen.

Im abschließenden 7. Kapitel werden die erhaltenen Ergebnisse wertend zusammengefaßt.

Summary

## INVESTIGATIONS ON THE USE OF ARTIFICIAL EARTH SATELLITES FOR GEODETIC COORDINATE DETERMINATION

The introduction (chapter 1) presents in short the main goals of this publication. In chapter 2 the model foundation of satellite geodesy is described (the terrestrial reference system including deformations, the inertial system and the dynamics of artificial earth satellites, the measuring process and equipment calibration, tropospheric and ionospheric refraction, model optimization and evaluation). Special aspects of the adjustment process are discussed in chapter 3 (observation equations, rank defects and the stability of the solution, the stochastic model, solution of large normal equation systems, description of developed parameter estimation software). In chapter 4 the determination of coordinates from laser-ranging measurements is investigated in practice (determination of the inner geometry of global networks, accuracy of datum parameters, regional networks and baselines, determination of tectonic motions). Here, simulated data and LAGEOS data of the MERIT campaign are used. The determination of regional networks using Doppler observations, based on the data of the campaign WEDOC-2, is treated in chapter 5. The coordinate determination of satellite geodesy in relation to broader concepts of geodesy and geodynamics (terrestrial reference system for earth rotation determination, geodynamical parameters and processes, satellite navigation, geodetic networks, crustal deformations) is discussed in chapter 6. Chapter 7 summarizes the main results and conclusions.

Резюме

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИСКУССТВЕННЫХ СПУТНИКОВ ЗЕМЛИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ КООРДИНАТ

В главе I ставятся основные цели настоящей работы. В главе 2 описываются основы моделей спутниковой геодезии (земные системы координат включая деформации в этих системах, инерциальная система координат и динамика искусственных спутников Земли, процесс измерения и калибровка приборов, рефракция в тропосфере и ионосфере, оптимизация и оценка моделей). В главе 3 обсуждаются особенности уравнивания (уравнения поправок, дефект ранга и устойчивость решения, стохастическая модель, решение больших систем нормальных уравнений, описание программного комплекса для определения параметров). В главе 4 исследуется практическое определение координат при использовании лазерных наблюдений (внутренняя геометрия глобальных сетей, точность начала координат и масштаба, региональные сети и базы, определение тектонических движений). Здесь использованы искусственные данные и данные спутника ЛАГЕОС из кампании МЕРИТ. На основе данных кампании ВЕДОК-2 в главе 5 излагается определение региональных сетей доплеровским способом. Определение координат спутниковыми способами в более широких рамках геодезии и геодинамики представлено в главе 6. Глава 7 содержит итоги и выводы.

## Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand auf der Grundlage einer mehr als zehnjährigen Tätigkeit in der Abteilung Satellitengeodäsie des Zentralinstitutes für Physik der Erde. Während dieser Tätigkeit bildeten verschiedene Fragen der Koordinatenbestimmung unter Nutzung künstlicher Erdsatelliten einen Schwerpunkt der durchgeführten Forschungen.

An dieser Stelle möchte ich den zuständigen Leitern dafür danken, daß ich diese Thematik im Rahmen dienstlicher Aufgabenstellungen bearbeiten konnte. Dem Direktor des Zentralinstitutes, Herrn Prof. Dr. habil. H. Kautzleben, und dem Leiter des Bereiches Geodäsie und Gravimetrie, Herrn Dr. sc. techn. G. Leonhardt, bin ich auch für ihr der Arbeit entgegengebrachtes Interesse dankbar. Besonderer Dank gilt dem Leiter der Abteilung Satellitengeodäsie, Herrn Prof. Dr. sc. techn. H. Montag, der darüber hinaus insbesondere in der Endphase der Fertigstellung für optimale Arbeitsbedingungen sorgte.

Von großer Bedeutung für die Themenbearbeitung war die enge Zusammenarbeit mit vielen Kollegen der Abteilung Satellitengeodäsie. Vor allem die langjährigen gemeinsamen Forschungsarbeiten mit Koll. Dr. G. Gendt bildeten eine ständige Quelle gegenseitiger Stimulation und haben so entscheidenden Anteil am erarbeiteten Kenntnisstand. Für anregende Diskussionen möchte ich weiterhin vor allem Koll. Dr. F. Barthelmes und Koll. W. Korth danken. Vielfältige und umsichtige Hilfe bei den oft sehr umfangreichen EDV-Arbeiten leistete Kollegin W. Sommerfeld, bei der Bearbeitung von Dopplerdaten wirkte Koll. K. Lehmann wesentlich mit. Die im vorliegenden Manuskript enthaltenen Zeichnungen fertigte Koll. A. Bartels mit großer Sorgfalt an.

Meiner Frau danke ich nicht nur für ihr Verständnis in dieser Zeit der erhöhten Belastung, sondern auch für die Reinschrift der Arbeit.

R. Dietrich

Potsdam, den 02. Mai 1987

## 1. Einleitung

Der Start des ersten künstlichen Erdsatelliten Sputnik 1 am 4. Oktober 1957 erschloß auch der Geodäsie grundlegend neue Möglichkeiten. Die seinerzeit entwickelten Beobachtungs- und Auswerteverfahren sind im Laufe der Zeit ständig weiterentwickelt und verbessert worden, so daß die erreichbare Genauigkeit seit Beginn der kosmischen Ära um mehrere Größenordnungen gesteigert werden konnte. Bisher durch geodätische Messungen kaum erfaßbare geodätisch-geophysikalische Parameter und Prozesse sind damit der direkten Beobachtung zugänglich geworden. Da sich parallel zur Genauigkeitssteigerung eine wachsende Automatisierung von Messung und Auswertung vollzieht, nimmt die Anwendung der Satellitengeodäsie auch für die Belange der geodätischen Praxis ständig zu. Man kann daher wohl mit Recht feststellen, daß die Geodäsie gegenwärtig eine der faszinierendsten Epochen ihrer gesamten Geschichte durchläuft.

Die jetzt erreichte Meßgenauigkeit liegt im Zentimeterbereich. Zwangsläufig entsteht die Zielstellung, geodätische und geophysikalische Informationen möglichst ohne Genauigkeitsverlust aus den Meßwerten abzuleiten. Um dieses Ziel zu erreichen, muß das Auswertemodell entsprechenden Ansprüchen genügen. Gerade für die Satellitengeodäsie ist charakteristisch, daß ihre Grundlagen auf einem sehr komplexen Zusammenwirken der verschiedensten Fachdisziplinen beruhen. Die Aufgabe, das entstehende Gesamtmodell bei der Auswertung von Daten in allen seinen Komponenten zu werten, deren Zusammenwirken zu optimieren und zuverlässige Angaben über die erhaltenen Genauigkeiten zu erstellen, kann hierbei als ein spezifischer Beitrag des Geodäten angesehen werden.

Im Rahmen der Satellitengeodäsie nimmt der Gegenstand der vorliegenden Arbeit, die Koordinatenbestimmung, eine zentrale Stellung ein. Bei der Bearbeitung der Thematik wurde versucht, die gesamte Breite der Problemstellung aufzuzeigen. Aus diesem Grund werden sowohl das Laserradarverfahren, ein Impulsmeßverfahren im optischen Bereich, als auch das Dopplerverfahren als Vertreter eines Phasendifferenzmeßverfahrens im Mikrowellenbereich vertieft behandelt. Eine Zielstellung der Untersuchungen besteht darin, die enge Wechselwirkung zwischen Verbesserungen bei der Modellbildung einerseits und der praktischen Analyse von Meßdaten andererseits deutlich zu machen. Die durchgeführten Rechnungen stützen sich beim Laserverfahren auf die Daten der internationalen Kampagne MERIT (Monitoring of Earth Rotation and Intercompare the Techniques of observations and analysis); insbesondere in das 4. Kapitel sind Ergebnisse des vom Autor gemeinsam mit Koll. Dr. G. Gendt 1986 verteidigten Forschungsberichtes "Erweiterte Modellbildung und Parameterbestimmung bei dynamischen Satellitenmethoden" eingeflossen. Beim Dopplerverfahren wurden die Daten der Kampagne WEDOC-2 (West-East European Doppler Observation Campaign) analysiert.

Die Satellitengeodäsie trägt heute entscheidend zur Schaffung eines weltweiten Bezugssystems bei, ihre Bedeutung bei der Anlage und Kontrolle regionaler Festpunktfelder wächst zunehmend. Die Behandlung der Koordinatenbestimmung nach Verfahren der Satellitengeodäsie schließt daher ein, ihre Anwendungsmöglichkeiten sowohl für globale geodätisch-geodynamische Problemstellungen als auch für die Aufgaben der geodätischen Praxis herauszuarbeiten.

## 2. Grundlagen der Modellbildung

### 2.1. Terrestrische Bezugssysteme

#### 2.1.1. Aspekte der Definition und Realisierung

Unter Bezugssystem wird in der theoretischen Mechanik ein raum-zeitliches Gebilde verstanden, in dem man die Position von Objekten und den Ablauf der Zeit bestimmen kann (SOMMERFELD 1968, S. 9). Dieses Bezugssystem muß materiell realisiert sein. Da eine wesentliche Aufgabe der Geodäsie in der Bestimmung der Geometrie der Erdoberfläche besteht, sind hier Objekte im obigen Sinne der Messung zugängliche Teile der Erde und ihres Außenraumes. Im Zuge der geodätischen Tätigkeit werden definierten Punkten des Objektraumes Koordinaten zugeordnet; in mathematischer Terminologie ausgedrückt stellen die Koordinaten eine Abbildung von Punkten des Objektraumes in den sogenannten Koordinatenraum dar (vgl. NAAS und SCHMID 1961, S. 999). Mit dieser Zuordnung bzw. Abbildung ist ein Koordinatensystem praktisch realisiert. Sie kann grundsätzlich willkürlich getroffen werden, soll aber in der Regel dazu führen, daß eine Aufgabe ökonomisch und übersichtlich gelöst werden kann. Darunter ist beispielsweise zu verstehen, daß die Meßgrößen sich einfach im Koordinatensystem ausdrücken lassen, Berechnungen günstig durchgeführt werden können, die Koordinaten möglichst vielseitig nutzbar sind und man einen Punkt mit vorgegebenen Koordinaten schnell aufsuchen kann (VEIS 1980). Eine weitere plausible Forderung an ein Koordinatensystem der Geodäsie kann darin bestehen, daß die Koordinaten von Punkten der Erdoberfläche minimalen Änderungen mit der Zeit unterworfen sein sollen (PELLINEN 1982, S. 140).

Die in den letzten Jahrzehnten neu entstandenen kosmisch-geodätischen Meßverfahren mit ihren ständig gestiegenen Genauigkeiten drängten die Fragen der Definition und Realisierung eines globalen terrestrischen (sowie auch eines inertialen) Bezugssystems für die Probleme der geodätisch-geodynamischen Grundlagenforschung in den Mittelpunkt internationaler fachlicher Diskussion und Kommunikation (KOŁACZEK und WEIFFENBACH 1975, GAPOSCHKIN und KOŁACZEK 1981, MUELLER 1985b). Als gebrauchsfähiger Konsens in dieser Diskussion entstanden eine Reihe von Definitionen und Begriffsbildungen (KOVALEVSKY und MUELLER 1980, MUELLER 1985a). Durch theoretische Definitionen wird das ideelle terrestrische Bezugssystem (engl. ideal terrestrial system) festgelegt. Das kann beispielsweise die Fixierung des Ursprungs im Geozentrum betreffen oder die Aussage enthalten, daß die Erdkruste bezüglich dieses Systems als starr anzusehen ist. Der Begriff des vereinbarten terrestrischen Systems (engl. conventional terrestrial system - CTS) schließt die Auswahl und Beschreibung aller Modellkomponenten und Parameter ein, die zur eindeutigen Festlegung des Systems benötigt werden. Das betrifft unter anderem Parameter der Gezeitendeformationen oder der Plattenkinematik. Durch die Zuweisung von Koordinaten für eine hinreichende Anzahl von Punkten wird das vereinbarte terrestrische System praktisch realisiert, im englischen Sprachgebrauch wurde der Begriff "conventional reference frame" geprägt.

Klassische Beispiele für den dargelegten Sachverhalt bilden das CIO (Conventional International OrigIn), das 1967 für die Darstellung der Polbewegung durch die Zuweisung von Nominalbreiten der Stationen des Internationalen Breitendienstes realisiert wurde, sowie die Festlegung des Nullmeridians durch einen Satz von Nominallängen für die am Zeitdienst des BIH (Bureau International de l'Heur) beteiligten Observatorien. Bei dem gegenwärtig erfolgenden Übergang von den klassisch-astrometrischen zu den kosmisch-geodätischen Verfahren bei der Bestimmung der Erdrotationsparameter versucht man, durch

überlappende Meßreihen die Richtung der Z-Achse des neuen Systems möglichst gut an den CIO anzupassen. Durch Anwendung von Satellitenverfahren ist es darüber hinaus aufgrund des 1. KEPLERSchen Gesetzes möglich, sich auf das Geozentrum zu beziehen, das den Ursprung des Systems bildet. Ein Nullmeridian bzw. die Richtung der X-Achse muß (in Anlehnung an das BIH-System) neu festgelegt werden. Eine Reihe von Problemen bei der Definition und Realisierung des CTS entstehen, wenn man die Deformationen des Erdkörpers einbezieht, eine Vorgehensweise, die beim jetzt erreichten Niveau der Meßgenauigkeit notwendig ist. Auf einige damit verbundene Fragen wird daher im Abschnitt 2.1.3. näher eingegangen.

Oftmals besteht die Aufgabe, Koordinaten, die nach Verfahren der Satellitengeodäsie bestimmt wurden, mit klassischen geodätischen Netzen zu verknüpfen. Wie PELLINEN (1982, S. 149ff) herausstellt, sind es nicht nur traditionelle Gründe, deretwegen Ursprung und Orientierung klassischer geodätischer Netze von Ursprung und Orientierung der oben beschriebenen globalen Netze der geodynamischen Forschung abweichen. Vielmehr ist von entscheidender Bedeutung, daß man eine optimale Anpassung des Referenzellipsoides an das Quasigeoid anstrebt, um die Beträge notwendiger Reduktionen an den Meßwerten möglichst klein zu halten. Dieser Sachverhalt belegt die eingangs getroffene Feststellung, daß sich die bei unterschiedlicher Zielstellung ausgewählten Koordinatensysteme in Definition und Realisierung unterscheiden können.

#### 2.1.2. Zusammenstellung wesentlicher Koordinatensysteme und von Transformationsbeziehungen

Bereits im vorangegangenen Abschnitt waren einige Grundsätze der Definition und Realisierung des terrestrischen Bezugssystems dargestellt worden. Dieses System besitzt demnach einen Ursprung im Geozentrum. Die Richtung der Z-Achse ist an das CIO angelehnt und die X-Achse in der Äquatorebene an den Nullmeridian des BIH. Der Maßstab wird durch den gültigen Wert der Lichtgeschwindigkeit festgelegt. Die Koordinaten eines beliebigen Punktes P können folglich in einem Ortsvektor  $\underline{x}$  mit den drei Komponenten X, Y und Z zusammengefaßt werden.

Unter Beibehaltung von Ursprung und Maßstab gibt es zu den rechtwinkligen kartesischen Koordinaten X, Y und Z alternative Darstellungsformen. Die in diesem Rahmen wichtigsten sind Kugelkoordinaten, ellipsoidische Koordinaten und natürliche Koordinaten. Dabei wird die Äquatorebene durch die X- und Y-Achse, die Ebene des Nullmeridians durch X- und Z-Achse aufgespannt.

Für die Transformation von rechtwinkligen in Kugelkoordinaten und zurück gelten folgende Beziehungen:

$$(2.1) \quad R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

$$\varphi = \arctan \left( \frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \right)$$

$$\lambda = \arctan \frac{Y}{X}$$

mit R,  $\varphi$ ,  $\lambda$  - Radius, Breite und Länge

$$(2.2) \quad \underline{x} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \cos \varphi \cos \lambda \\ R \cos \varphi \sin \lambda \\ R \sin \varphi \end{bmatrix}$$

Für ein Ellipsoid mit der großen Halbachse  $a$  und der kleinen Halbachse  $b$  lassen sich folgende weitere Parameter ableiten:

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \quad \text{Exzentrizität}$$

$$N = \frac{a}{\sqrt{(1 - e^2 \sin^2 B)}} \quad \text{Querkrümmungsradius}$$

Die ellipsoidischen Koordinaten

$H$  - ellipsoidische Höhe

$B$  - ellipsoidische Breite

$L$  - ellipsoidische Länge

werden einschließlich  $N$  mit Ausnahme von  $L$  iterativ bestimmt ( $B_0 = \varphi$ ):

$$L = \arctan \frac{Y}{X}$$

$$(2.3) \quad H_i = \frac{\sqrt{X^2 + Y^2}}{\cos B_{i-1}} - N_i$$

$$B_i = \arctan \left[ \frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{e^2 N_i}{N_i + H_i}\right)} \right]$$

Die inverse Transformation lautet:

$$(2.4) \quad \underline{x} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (N + H) \cos B \cos L \\ (N + H) \cos B \sin L \\ (N + H - Ne^2) \sin B \end{bmatrix}$$

Ist der Geoidverlauf (mit Geoidhöhe  $\zeta$  und den Lotabweichungskomponenten  $\xi$  in Breite und  $\eta$  in Länge) bekannt, so kann man von den ellipsoidischen zu den natürlichen Koordinaten übergehen:

$$(2.5) \quad \begin{aligned} \varphi_N &= B + \xi \\ \lambda_N &= L + \eta / \cos B \\ h &= H - \zeta \end{aligned}$$

mit  $\varphi_N, \lambda_N$  - astronomische Breite bzw. Länge, bezogen auf das Referenzsystem

$h$  - Höhe des Punktes über dem Geoid (orthometrische Höhe)

Bezieht man sich anstelle des Geoides auf das Quasigeoid, so wird statt der orthometrischen Höhe die Normalhöhe verwendet.

Wie aus der Kinematik starrer Körper bekannt ist, bestehen drei Freiheitsgrade, wenn man unter Beibehaltung des Ursprungs die Orientierung eines Körpers oder des durch körperbezogene Punkte realisierten Koordinatensystems verändern will. Folgende elementare Drehmatrizen beschreiben entsprechende Drehungen um die X-, Y- und Z-Achse:

$$(2.6) \quad \underline{R}_X(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

$$\underline{R}_Y(\beta) = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}$$

$$\underline{R}_Z(\gamma) = \begin{bmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma & 0 \\ -\sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Durch Anwendung einer Drehmatrix  $\underline{R}$  auf einen Ortsvektor  $\underline{x}$  im System 1 kann dieser in das System 2 transformiert werden:

$$(2.7) \quad \underline{x}^2 = \underline{R} \underline{x}^1$$

Sollen mehrere Drehungen nacheinander ausgeführt werden, so beeinflusst eine Veränderung ihrer Reihenfolge im Allgemeinfall das Ergebnis. Ein wichtiger Sonderfall ergibt sich bei sehr kleinen Winkeln, für die der Kosinus-Term durch 1 und der Sinus-Term durch das Bogenmaß des Winkels ersetzt werden kann. Dann ist die Reihenfolge der elementaren Drehungen nach (2.6) beliebig, und es ergibt sich eine Gesamtmatrix  $\underline{R}_G$  zu:

$$(2.8) \quad \underline{R}_G = \underline{R}_X(\alpha) \underline{R}_Y(\beta) \underline{R}_Z(\gamma) = \begin{bmatrix} 1 & \gamma & -\beta \\ -\gamma & 1 & \alpha \\ \beta & -\alpha & 1 \end{bmatrix}$$

Die infinitesimal kleinen Winkel  $\alpha, \beta$  und  $\gamma$  können in einem Vektor  $\underline{\delta}$  zusammengefaßt werden:

$$(2.9) \quad \underline{\delta} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix}$$

Setzt man nun (2.8) in (2.7) ein und nutzt gleichzeitig die Definition (2.9), so ergibt sich:

$$(2.10) \quad \underline{x}^2 = \underline{R}_G \underline{x}^1 = \underline{x}^1 - \underline{\delta} \times \underline{x}^1$$

Will man zwei beliebig zueinander gelagerte Koordinatensysteme ineinander überführen, so erhöht sich die Anzahl der Freiheitsgrade auf sechs. Zusätzlich zu den drei Rotationen besteht die Möglichkeit von drei unabhängigen Translationen. Die Transformationsbeziehung lautet dann:

$$(2.11) \quad \underline{x}^2 = \underline{\Delta x} + \underline{R}_X(\alpha) \underline{R}_Y(\beta) \underline{R}_Z(\gamma) \underline{x}^1$$

mit dem Translationsvektor  $\underline{\Delta x} = \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix}$

Ist auch der Maßstab beider Systeme unterschiedlich, so erhöht sich die Anzahl der Transformationsparameter auf sieben, und die Transformation wird als Ähnlichkeits-transformation bezeichnet. Sie besitzt in der Geodäsie eine große Bedeutung und heißt hier auch HELMERT-Transformation. Unter der in der Regel vorhandenen Voraussetzung kleiner Transformationsparameter gilt dann:

$$(2.12) \quad \underline{x}^2 = \underline{\Delta x} + (1 + \mu) \underline{R}_G \underline{x}^1$$

mit  $\mu$  - Maßstabsdifferenz der Systeme 1 und 2

### 2.1.3. Bewegungen im terrestrischen Bezugssystem

Eine elementare Darstellung von Bewegungsvorgängen ergibt sich, wenn man die Bewegung durch eine zeitliche Abfolge von Positionen relativ zu einem Bezugssystem beschreibt. Hier ist es zweckmäßig, auf der Grundlage plausibler Modellvorstellungen über den Charakter des Bewegungsvorganges, diesen in seinem zeitlichen Verlauf kontinuierlich darzustellen. Dabei können Meßwerte dazu dienen, Parameter des Bewegungsmodells zu bestimmen.

Eine kinematische Darstellung für die Bahnkurve eines Punktes ergibt sich, wenn man seine Koordinaten als Funktionen der Zeit auffaßt (vgl. STEPHANI und KLUGE 1980, S. 15ff):

$$(2.13) \quad \underline{x} = \underline{x}(t) = \begin{bmatrix} X(t) \\ Y(t) \\ Z(t) \end{bmatrix}$$

Die Geschwindigkeit ergibt sich als Ableitung des Ortsvektors nach der Zeit:

$$(2.14) \quad \underline{v} = \underline{v}(t) = \dot{\underline{x}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{X}(t) \\ \dot{Y}(t) \\ \dot{Z}(t) \end{bmatrix}$$

Für die Beschleunigung gilt:

$$(2.15) \quad \underline{a} = \underline{a}(t) = \ddot{\underline{x}}(t) = \begin{bmatrix} \ddot{X}(t) \\ \ddot{Y}(t) \\ \ddot{Z}(t) \end{bmatrix}$$

Geschwindigkeit und Beschleunigung können in Komponenten des sogenannten begleitenden Dreibeins zerlegt werden, das ein der Bahnkurve angepaßtes Koordinatensystem bildet und durch den Tangenteneinheitsvektor  $\underline{t}$ , den Normalenvektor  $\underline{n}$  sowie den Binormalenvektor  $\underline{b}$  gebildet wird:

$$(2.16) \quad \underline{t} = \frac{\underline{v}}{|\underline{v}|}$$

$$\underline{n} = \frac{\dot{\underline{t}}}{|\dot{\underline{t}}|}$$

$$\underline{b} = \underline{t} \times \underline{n}$$

Bereits an dieser Stelle soll erwähnt werden, daß in der Satellitengeodäsie das begleitende Dreibein - leicht modifiziert - als sogenanntes bahnorientiertes System für bestimmte Untersuchungen sehr nützlich sein kann. Die Achsrichtungen  $u$ ,  $v$  und  $w$  des bahnorientierten Systems sind mit den Richtungen von  $\underline{t}$ ,  $\underline{b}$  und  $-\underline{n}$  identisch.

Beschreibt man die Bewegung eines Punktes als Folge der Wirkung von Kräften, so spricht man von einem dynamischen Modell. Die dynamische Bewegungsgleichung eines Punktes in einem beliebigen Bezugssystem lautet (STEPHANI und KLUGE 1980, S. 55):

$$(2.17) \quad m \ddot{\underline{x}} = \underline{F} - m \ddot{\underline{x}}_0 - m \underline{\omega} \times (\underline{\omega} \times \underline{x}) - m \dot{\underline{\omega}} \times \underline{x} - 2 m \underline{\omega} \times \dot{\underline{x}}$$

mit  $m$  - Masse

$\ddot{\underline{x}}_0$  - Beschleunigung des Ursprungs

$\underline{\omega}$  - Vektor der Winkelgeschwindigkeit

$\underline{F}$  - Kraft

Alle neben  $\underline{F}$  vorhandenen Terme auf der rechten Seite von (2.17) sind sogenannte Scheinkräfte, die bei einem beschleunigten Koordinatensystem auftreten. Auch das terrestrische Koordinatensystem ist ein beschleunigtes Koordinatensystem. So sind das dritte und fünfte Glied in (2.17) als Zentrifugal- bzw. Coriolis-Kraft gut bekannt.

Oftmals erweist es sich als zweckmäßig, dynamische und kinematische Aspekte gemeinsam zur Beschreibung eines Bewegungsvorganges hinzuzuziehen. Vielfach ist es beispielsweise möglich, über dynamische Betrachtungen den qualitativen Charakter der Bewegungsform zu ermitteln (z. B. geradlinig-beschleunigt, parabel- oder ellipsenförmig, harmonische Schwingung). Mit einem kinematischen Ansatz können dann häufig sehr praktisch die Parameter der ermittelten Bewegungsform bestimmt bzw. die Bewegung selbst im Modell berücksichtigt werden.

#### 2.1.3.1. Horizontale Bewegungen der Plattentektonik

Im Gesamtkonzept der globalen Tektonik, wie es in den letzten Jahrzehnten erarbeitet wurde, kommt der Analyse von Bewegungsvorgängen an der Erdoberfläche eine wesentliche Bedeutung zu. Unter Verwendung geophysikalischer Daten konnten bereits globale Modelle der Plattenbewegung abgeleitet werden (z. B. MINSTER u. a. 1974, MINSTER und JORDAN 1978, Abb. 2.1). Hierbei handelt es sich um kinematische Modelle. Da die dynamischen Bewegungsgleichungen für die Plattentektonik eine sehr komplexe Modellbildung verlangen (siehe z. B. NEDOMA 1986), ist es naheliegend, die Modellierung der Plattenbewegung von einem derart komplexen geodynamischen Modell abzukoppeln und einen kinematischen Ansatz vorzuziehen. Ergebnisse der Plattenkinematik können später Rahmenbedingungen für ein vertieftes dynamisches Modell bilden.

Wesentliche Grundlagen bei der Modellbildung der Plattenkinematik werden durch folgende Aussagen gebildet:

1. Es treten nur horizontale Bewegungen auf, die mit hinreichender Genauigkeit auf einer Kugel mit konstantem Radius dargestellt werden können.
2. Die einzelnen tektonischen Platten sind in sich starr, nur Relativbewegungen zwischen den Platten werden zugelassen.
3. Die Bewegungen verlaufen gleichförmig mit der Zeit.

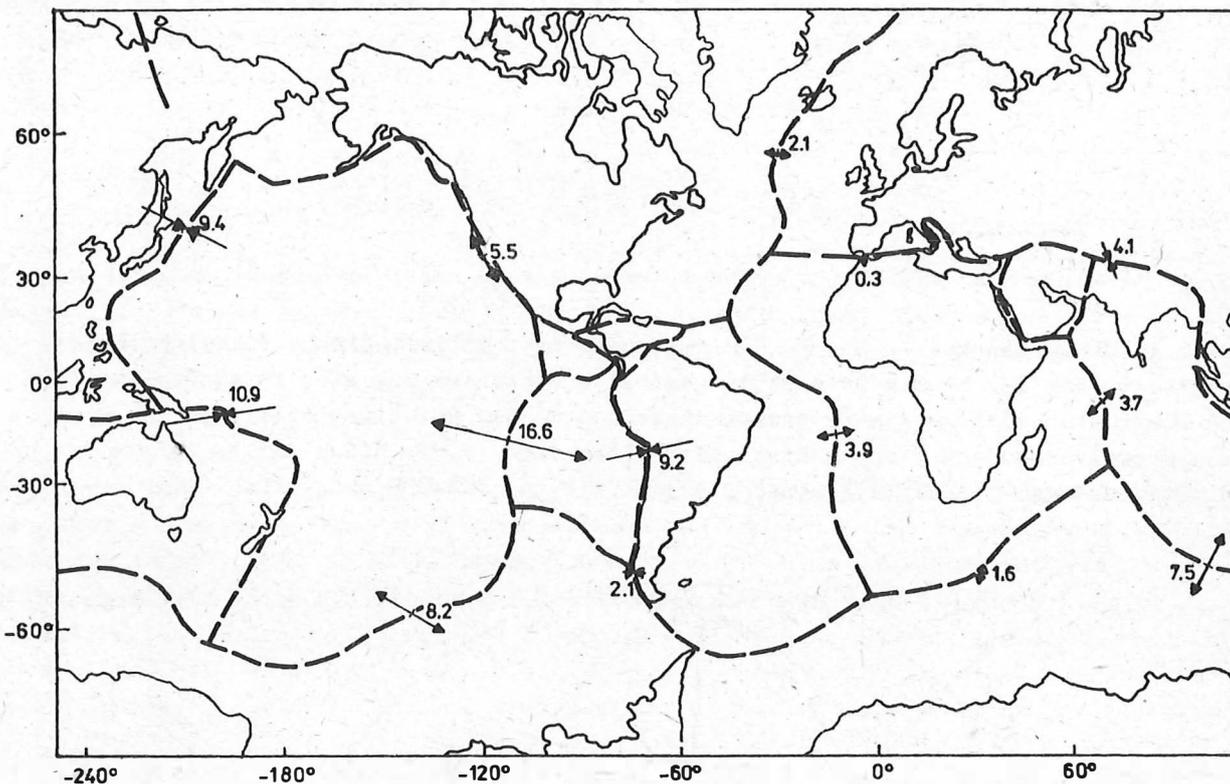


Abb. 2.1: Plattentektonische Großstrukturen mit einigen Werten der Relativbewegung an den Plattengrenzen, wie sie sich aus geophysikalischen Daten ergeben (nach JACOBY 1985). (Maßeinheit cm/Jahr)

Die Geschwindigkeit  $\underline{v}$  eines Punktes mit dem Ortsvektor  $\underline{x}$ , der auf der  $i$ -ten Platte mit dem Vektor der (relativen) Winkelgeschwindigkeit  $\underline{\omega}_i$  liegt, ergibt sich direkt aus der Beziehung (2.10):

$$(2.18) \quad \underline{v} = \begin{bmatrix} v_X \\ v_Y \\ v_Z \end{bmatrix} = \dot{\underline{x}} = \underline{\omega}_i \times \underline{x}$$

Ein Übergang zu den Kugelkoordinaten gestattet, die Position eines beliebigen Punktes in ihrem zeitlichen Verlauf folgendermaßen auszudrücken:

$$(2.19) \quad \underline{x}^k(t) = \begin{bmatrix} R(t) \\ \varphi(t) \\ \lambda(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_k = \text{const.} \\ \varphi(t_0) + \dot{\varphi}(t_0) \cdot (t - t_0) \\ \lambda(t_0) + \dot{\lambda}(t_0) \cdot (t - t_0) \end{bmatrix}$$

mit  $R_k$  - Radius der Bezugskugel

$\dot{\varphi}(t_0)$ ,  $\dot{\lambda}(t_0)$  - (konstante) Änderung von Breite und Länge mit der Zeit

Eine Umwandlung von  $\underline{\omega}$  in Kugelkoordinaten ermöglicht es, aus den in  $\underline{\omega}$  enthaltenen Komponenten  $\omega_x$ ,  $\omega_y$  und  $\omega_z$  Breite  $\Phi$  und Länge  $\Lambda$  des sogenannten Rotationspols sowie den Betrag  $\omega$  der Winkelgeschwindigkeit zu ermitteln:

$$(2.20) \quad \Phi = \arctan \frac{\omega_Z}{\sqrt{\omega_X^2 + \omega_Y^2}}$$

$$\Lambda = \arctan \frac{\omega_Y}{\omega_X}$$

$$\omega = \sqrt{\omega_X^2 + \omega_Y^2 + \omega_Z^2}$$

Hier wird noch einmal deutlich, daß die durch drei infinitesimale Winkelgeschwindigkeiten um die X-, Y- und Z-Achse dargestellte Punktbevewegung sich in äquivalenter Weise durch eine einzige Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  um den Rotationspol mit den sphärischen Koordinaten  $\Phi$  und  $\Lambda$  beschreiben läßt (Abb. 2.2). Diese Darstellungsweise wird unter anderem bei MINSTER u. a. (1974) sowie bei MINSTER und JORDAN (1978) genutzt.

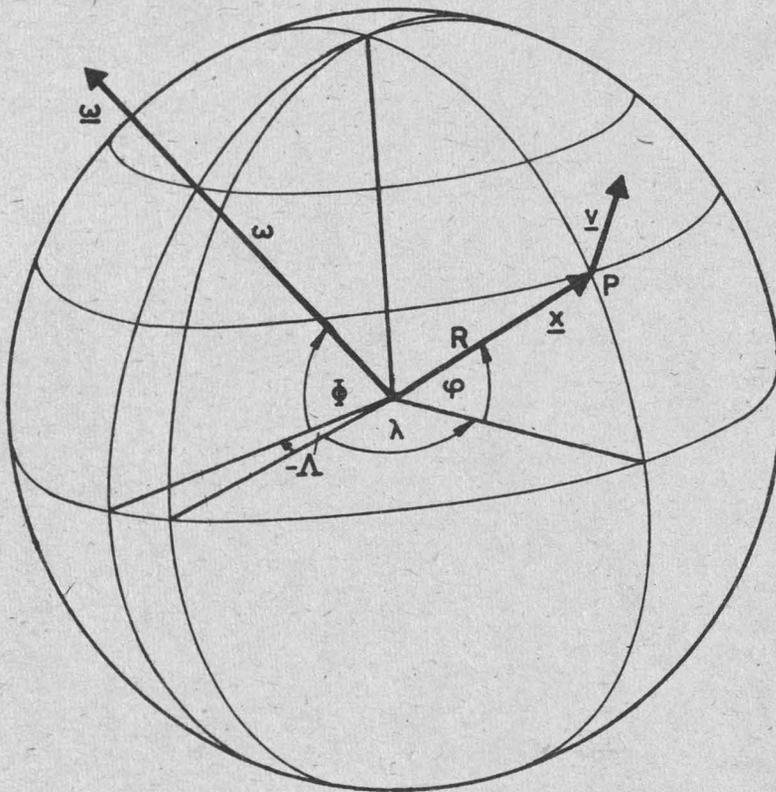


Abb. 2.2: Geschwindigkeitsvektor  $\underline{v}$  eines Punktes mit dem Ortsvektor  $\underline{x}$  und dem Rotationsvektor  $\underline{\omega}$  der Plattenbevewegung

Mit Bezug auf Kugelkoordinaten ergibt sich aus (2.18):

$$(2.21) \quad \underline{v} = \dot{\underline{x}} = \underline{\omega} \times \underline{x} = \begin{bmatrix} \omega \cos \Phi \cos \Lambda \\ \omega \cos \Phi \sin \Lambda \\ \omega \sin \Phi \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} R_K \cos \varphi \cos \lambda \\ R_K \cos \varphi \sin \lambda \\ R_K \sin \varphi \end{bmatrix}$$

Daraus lassen sich schließlich die zeitlichen Änderungen der Kugelkoordinaten selbst ableiten (DREWES 1982):

$$(2.22) \quad \underline{v}^k = \begin{bmatrix} \dot{R}_k \\ \dot{\varphi} \\ \dot{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega \cos \Phi \sin (\lambda - \Lambda) \\ \omega [\sin \Phi - \cos (\lambda - \Lambda) \tan \varphi \cos \Phi] \end{bmatrix}$$

Wird durch die Vektoren  $\underline{\omega}_i$  und  $\underline{\omega}_j$  das Bewegungsverhalten zweier tektonischer Platten beispielsweise relativ zu einer dritten Platte beschrieben, so entsteht an der Plattengrenze (Ortsvektor  $\underline{x}$ ) die Relativbewegung  $\underline{v}$  zwischen beiden Platten mit:

$$(2.23) \quad \underline{v} = (\underline{\omega}_i - \underline{\omega}_j) \times \underline{x}$$

Bei diesen relativen Bewegungen an den Plattengrenzen werden nach ihrem qualitativen Charakter konvergente, divergente und transforme (antiparallele) Bewegungen unterschieden (JACOBY 1985, S. 305). Beschreibt  $\underline{\omega}_{i,j}$  die relative Bewegung der Platte  $j$  in Bezug auf die Platte  $i$ , so folgt für  $n$  Platten aus (2.23) unmittelbar:

$$(2.24) \quad \sum_{i=1}^{n-1} \underline{\omega}_{i,(i+1)} - \underline{\omega}_{1,n} = \underline{0}$$

Mit der Berücksichtigung globaler Punktbewegungen des dargestellten Charakters muß auch das Problem der Realisierung des terrestrischen Bezugssystems neu durchdacht werden. Dabei gibt es mehrere Möglichkeiten, die Plattenkinematik in das Modell einzubeziehen. Stets besteht die Aufgabe, durch plausible Annahmen die zusätzlich entstandenen drei Freiheitsgrade sinnvoll zu fixieren.

Ein mathematisch orientierter Zugang führt zu der sinnvollen Forderung, daß global die Bewegung derart bestimmt wird, daß die Quadratsumme aller Punktbewegungen minimal wird. Damit muß ein Vektor  $\underline{\omega}_0$  gefunden werden, der für die  $i$  ( $i=1, \dots, n$ ) mit beliebigem Bezug ermittelten relativen Vektoren  $\underline{\omega}_i$  folgende Bedingung erfüllt:

$$(2.25) \quad \frac{1}{F} \int_F [(\underline{\omega}_i - \underline{\omega}_0) \times \underline{x}]^2 dF \Rightarrow \text{Min}$$

mit  $F$  - Oberfläche der Erdkugel

$\underline{x}$  - Ortsvektor

Die Vektoren  $\underline{\omega}_i$  sind also um den Wert  $\underline{\omega}_0$  zu reduzieren.

Von geophysikalischer Seite wurde die Einbeziehung der sogenannten heißen Punkte (engl. hot spots) vorgeschlagen (WILSON 1963), von denen man weiß, daß sie an den Bewegungen der Lithosphärenplatten nicht teilhaben. Inzwischen wurde allerdings nachgewiesen, daß sie sich - wenn auch gering - relativ zueinander bewegen (JACOBY 1985, S. 311). Während die Relativbewegung der Lithosphärenplatten bis in die Größenordnung von 1 dm/Jahr reicht, liegt die Relativbewegung der hot spots bei etwa 1 cm/Jahr. Der Anschluß des zunächst beliebig gewählten Bezugssystems der relativen Plattenbewegungen an die hot spots erfolgt dann in ähnlicher Weise wie in Gl. (2.25) durch die Reduktion

der  $\underline{\omega}_1$  um einen Vektor  $\underline{\omega}_0$ , der aber in diesem Fall aus den Bewegungen der Platten relativ zu den hot spots abgeleitet wird.

Da die drei Annahmen zu Beginn dieses Abschnittes nur relativ grobe Modellvorstellungen sind (vgl. KAUTZLEBEN 1982a), wird zusätzlich die Untersuchung von Deformationen innerhalb einzelner tektonischer Platten und an den Plattengrenzen von besonderem Interesse sein. Grundsätzlich bleiben alle in diesem Abschnitt dargelegten Prinzipien und Formeln auch relevant, wenn es darum geht, das Bewegungsverhalten kleinerer tektonischer Struktureinheiten relativ zueinander zu beschreiben. Modellverfeinerungen wie die Einbeziehung vertikaler Bewegungen sind bei entsprechender geophysikalischer Situation und dem Vorhandensein des notwendigen Meßmaterials ebenfalls möglich.

### 2.1.3.2. Krustendehformationen durch Gezeiten

Hervorgerufen durch die Anziehungskräfte von Sonne und Mond, treten auf der Erde zeitlich veränderliche Deformationen, die sogenannten Erdgezeiten, auf. Ein dynamischer Ansatz dieser Deformationen besitzt die Form (MELBOURNE u. a. 1983):

$$(2.26) \quad \underline{\Delta x} = \sum_{M=1}^2 \mathcal{M}_M \frac{|\underline{x}|^4}{|\underline{x}_M|^3} \left\{ 3 l_2 \cos \psi_M \frac{\underline{x}_M}{|\underline{x}_M|} + \left[ 3 \left( \frac{h_2}{2} - l_2 \right) \cos^2 \psi_M - \frac{h_2}{2} \right] \frac{\underline{x}}{|\underline{x}|} \right\}$$

mit  $\underline{x}$ ,  $\underline{x}_M$  - geozentrischer Vektor von Station und Himmelskörper (Mond, Sonne)  
 $\psi_M$  - Winkel zwischen  $\underline{x}$  und  $\underline{x}_M$   
 $h_2$ ,  $l_2$  - LOVEsche und SHIDASche Zahl  
 $\mathcal{M}_M$  - Massenverhältnis von Himmelskörper zur Erde

Diese Bewegungen  $\underline{\Delta x}$  der Punkte der Erdoberfläche lassen sich als Summe von einzelnen Schwingungen unterschiedlicher Perioden, der sogenannten Tiden, darstellen. Die Maximalbeträge der Positionsänderung eines Punktes an der Erdoberfläche betragen etwa 24 cm (Mond) bzw. 11 cm (Sonne). Als zeitlicher Mittelwert ergibt sich nicht Null, sondern die sogenannte permanente Deformation (MELBOURNE u. a. 1983):

$$(2.27) \quad \Delta R = h_2 (-0,1984) \left( \frac{3}{2} \sin^2 \varphi - \frac{1}{2} \right) \quad (\text{Maßeinheit Meter})$$

Es ist leicht ersichtlich, daß  $\Delta R$  an Pol und Äquator seine Extremwerte besitzt, die für  $h_2 = 0,61$  die Beträge von -12 cm bzw. +12 cm aufweisen. Strebt man bei der Auswertung von Daten der Satellitengeodäsie Genauigkeiten im Zentimeterbereich an, so sind die Effekte der gezeitenbedingten Deformationen also unbedingt zu berücksichtigen. Bei der Bestimmung von Stationskoordinaten ist darüber hinaus wesentlich, ob die permanente Deformation im Modell berücksichtigt wurde oder nicht.

Neben den direkten Gezeitendehformationen der Erde treten indirekte Effekte auf, hervorgerufen durch die Krustendehformationen wegen wechselnder Meeresauflasten. Für die wesentlichen Tiden müssen daher für jede Station Amplitude und Phase der resultierenden Deformation berechnet werden. Mit dem folgenden kinematischen Ansatz können diese Deformationen dann entsprechend in das Modell einbezogen werden (MELBOURNE u. a. 1983):

$$(2.28) \quad \Delta R_{1,j}(t) = A_{1,j} \cos [\arg(i,t) - \Delta \varphi_{1,j}]$$

mit  $A_{1,j}$  - Amplitude der Tide  $i$  an der Station  $j$   
 $\Delta \varphi_{1,j}$  - Phase der Tide  $i$  an der Station  $j$   
 $\arg(i,t)$  - Argument der Tide  $i$

Die Amplituden  $A_{1,j}$  liegen dabei in der Größenordnung von 1...2 cm für die wichtigsten Tiden ( $M_2$ ,  $S_2$ ,  $K_2$ ,  $N_2$ ,  $O_1$ ,  $P_1$ ,  $K_1$ ), nur bei Insel- oder Küstenstationen treten Maximalwerte von bis zu 5 cm auf. Auch die indirekten Effekte sind also bei angestrebten Genauigkeiten im Zentimeterbereich in die Modellbildung einzubeziehen.

### 2.1.3.3. Darstellung von Satellitenpositionen im terrestrischen Bezugssystem

Werden von der Erde aus Messungen zu künstlichen Erdsatelliten durchgeführt, so verknüpfen diese Meßwerte folglich Positionen im terrestrischen Bezugssystem mit den jeweiligen Orten der Satelliten. Dabei entsteht die Aufgabe, auch diese Satellitenpositionen in ihrem zeitlichen Verlauf im terrestrischen Bezugssystem darzustellen.

Eine bezüglich der Bewegung des Satelliten völlig hypothesenfreie Variante besteht darin, jede Satellitenposition, die durch Meßwerte erfaßt wird, als unbekanntes Punkt zu betrachten. Als Nachteil dieser Variante ist anzusehen, daß eine große Anzahl von Unbekannten nötig ist, um die Orte der Satelliten zu beschreiben, und nur durch ausreichende Simultanmessungen mehrerer Stationen eine Lösung möglich ist.

Ein kinematischer Ansatz geht davon aus, daß sich der Satellit auf einer Bahnkurve bewegt. Eine mögliche Art der Parametrisierung des Ansatzes (2.13) ist die der Entwicklung einer Reihe um einen Punkt  $\underline{x}_0 = \underline{x}(t_0)$  (vgl. z. B. WOLF 1973):

$$(2.29) \quad \underline{x}(t) = \underline{x}(t_0) + \dot{\underline{x}}(t_0) \cdot (t - t_0) + \frac{1}{2} \ddot{\underline{x}}(t_0) \cdot (t - t_0)^2 + \dots$$

Ein Sonderfall dieser Variante besteht darin, daß man die Bahnkurve nicht in ihrem dreidimensionalen Verlauf darstellt, sondern nur eine interessierende Komponente herausgreift. Ein Beispiel dafür ist die Behandlung von Streckenmessungen einer Station, wie sie beispielsweise für die Elimination von Ausreißern oder die Generierung von Normalpunkten notwendig ist. Im Fall der Streckenmessung ergibt sich damit ein Ausdruck der Form:

$$(2.30) \quad s = s(t) = \left| \underline{x}_S(t) - \underline{x}_A \right|$$

mit  $\underline{x}_S(t)$  - Position des Satelliten zur Zeit  $t$   
 $\underline{x}_A$  - Position der Station A

Man kann für  $s(t)$  dann ein Zeitpolynom entsprechend (2.29) ansetzen. Besser geeignet sind Gleichungen, die von der Kinematik der Satellitenbewegung ausgehen. So entwickelte beispielsweise BARTHELMES (1978) aus der Annahme einer kreisförmigen Satellitenbahn um eine gleichmäßig rotierende Erde eine fünfparametrische Darstellung, die einer Polynomdarstellung mit fünf freien Koeffizienten überlegen ist:

$$(2.31) \quad s(t) = \sqrt{c_1 + c_2 \cos c_5 t + c_3 \sin c_5 t + c_4 t}$$

Oft praktiziert wird auch die Variante, daß über dynamische Verfahren eine **Voraus-**berechnung der Satellitenbahn erfolgt und auf diese Weise in gewissen Zeitabständen Satellitenpositionen generiert werden, worauf diese Positionen für kürzere Bahnabschnitte durch Polynomdarstellungen zu approximieren sind. Vielfach werden dafür TSCHEBYSCHEV-Polynome verwendet. Die Koeffizienten dieser Polynomdarstellungen können dann wahlweise durch Meßwerte verbessert oder als a priori bekannt angesehen werden.

Eine elegante Verfeinerung eines Polynomansatzes, auf die unter anderem bereits von WOLF (1973) hingewiesen wurde, ist bei KOUBA (1983) ausführlich dargestellt. Ausgehend von der allgemeinen dynamischen Bewegungsgleichung (2.17) formulierte er:

$$(2.33) \quad \ddot{X} = \frac{\partial V}{\partial X} + 2 \omega \dot{Y} + \omega^2 X$$

$$\ddot{Y} = \frac{\partial V}{\partial Y} - 2 \omega \dot{X} + \omega^2 Y$$

$$\ddot{Z} = \frac{\partial V}{\partial Z}$$

mit  $V$  - Schwerepotential der Erde

$\omega$  - Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation

In diesem Fall genügen ein Anfangsort mit zugehöriger Anfangsgeschwindigkeit sowie obige Beschleunigungen an den Zwischenpunkten, um über eine Rekursionsformel alle Koeffizienten der drei TSCHEBYSCHEV-Polynome zu berechnen. Ohne eine Bahnintegration mit dem damit verbundenen numerischen Mehraufwand erhält man so eine Darstellungsform für kurze Bahnstücke, die erheblich bessere Genauigkeiten als die übliche Vorgehensweise liefert.

Natürlich ist es auch möglich, insgesamt von einem Ansatz nach (2.17) auszugehen, um den zeitlichen Verlauf der Satellitenpositionen zu beschreiben. Das kann beispielsweise für spezielle Fragestellungen interessant sein (vgl. FARINELLA u. a. 1980). Nachteilig ist hier die Tatsache, daß das terrestrische Bezugssystem ein beschleunigtes Bezugssystem ist und daher die entsprechenden Scheinkräfte mitmodelliert werden müssen. Um das zu vermeiden, muß man zu einem Inertialsystem übergehen, das gerade für die effektive Darstellung der Dynamik künstlicher Erdsatelliten von erheblicher Bedeutung ist und im nachfolgenden Abschnitt näher behandelt werden soll.

## 2.2. Das inertielle Bezugssystem und die Dynamik künstlicher Erdsatelliten

### 2.2.1. Aspekte der Definition und Realisierung

Die dynamische Bewegungsgleichung eines Punktes in einem beliebigen Bezugssystem enthält, wie in Gleichung (2.17) dargestellt, massenproportionale Scheinkräfte. Durch eine geeignete Festlegung von  $\ddot{\underline{x}}_0$  und  $\underline{\omega}$  kann man erreichen, daß diese Scheinkräfte zu Null werden, nämlich genau dann, wenn diese Größen selbst Null sind. Ein derartiges Bezugssystem, in dem keine Beschleunigungen auftreten, wird als Inertialsystem bezeichnet.

net. Im Inertialsystem gilt das 1. NEWTONsche Axiom, nach dem sich ein kräftefreier Körper mit konstanter Geschwindigkeit auf einer Geraden bewegt. Die dynamische Bewegungsgleichung widerspiegelt dann das 2. NEWTONsche Axiom, nach dem die Änderung der Bewegungsgröße der Einwirkung der bewegenden Kraft proportional ist und in Richtung der Kraft erfolgt:

$$(2.34) \quad m \ddot{\underline{x}} = \underline{F}$$

Es gibt unendlich viele Inertialsysteme, die sich durch die Lage ihres Ursprungs und eine konstante Relativgeschwindigkeit  $\underline{v}_0$  voneinander unterscheiden. Durch die GALILEI-Transformation werden derartige Systeme ineinander überführt (vgl. STEPHANI und KLUGE 1980, S. 52):

$$(2.35) \quad \underline{x} = \underline{v}_0 t + \underline{x}' \quad t = t'$$

In (2.35) ist der Zeitnullpunkt so gewählt, daß für ihn das gestrichene und das ungestrichene System zusammenfallen. Beachtenswert ist die Tatsache, daß die Zeit nicht transformiert wird.

Die Frage, welches praktisch genutzte Bezugssystem ein Inertialsystem ist, kann nur aufgrund von Beobachtungen beantwortet werden. Ein System mit dem Ursprung im Massenmittelpunkt der Sonne und realisiert durch die Richtungen zu den Fixsternen war lange Zeit das gebräuchlichste Inertialsystem. Wegen ihrer Eigenbewegungen wurden die Fixsterne in den letzten Jahren ersetzt durch extragalaktische Objekte (Quasare), deren Eigenbewegungen wegen ihrer großen Entfernung von der Sonne selbst im Maximalfall (Eigenbewegung mit Lichtgeschwindigkeit senkrecht zum Richtungsvektor) verschwindend klein sind. In diesem Sinn wurde die Festlegung eines konventionellen Inertialsystems (engl. conventional inertial system - CIS) durch einen Katalog der Koordinaten einer Reihe von Quasaren vorgesehen (MUELLER 1980).

Wird der Ursprung des Inertialsystems von der Sonne in den Erdschwerpunkt verlagert, so handelt es sich strenggenommen nicht mehr um ein Inertialsystem, da die Erde sich um die Sonne bewegt. Für viele Zwecke approximiert aber auch ein derartiges System das Inertialsystem hinreichend genau, man spricht dann von einem Quasi-Inertialsystem.

Behandelt man Meßgrößen der Satellitengeodäsie nach den Modellvorstellungen der klassischen NEWTONschen Mechanik, so sind die Effekte der speziellen und der allgemeinen Relativitätstheorie nicht berücksichtigt. In der speziellen Relativitätstheorie ist die Absolutheit der Zeit aufgehoben, und die GALILEI-Transformation (2.35) wird zur LORENTZ-Transformation. Bei einer Bewegung mit der Geschwindigkeit  $v$  längs der Raumkoordinate  $X$  ergeben sich folgende Transformationen (siehe z. B. SOMMERFELD 1968, S. 12):

$$(2.36) \quad \begin{aligned} Y' &= Y \\ Z' &= Z \\ X' &= \frac{X - v t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{aligned}$$

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2} X}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

mit  $c$  - Lichtgeschwindigkeit

Aus der allgemeinen Relativitätstheorie folgen die relativistischen Effekte, die durch die Wirkung von Gravitationsfeldern auftreten. Ein bedeutsames Ergebnis dieser Theorie ist die Tatsache, daß die Frequenz  $f$  eines Oszillators, beispielsweise einer Atomuhr, vom Potential  $U$  abhängt mit (vgl. BJERHAMMAR 1985):

$$(2.37) \quad \frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta U}{c^2}$$

Die entsprechenden Effekte der speziellen und der allgemeinen Relativitätstheorie liegen bei der Betrachtung der Dynamik künstlicher Erdsatelliten in der Größenordnung von  $10^{-8} \dots 10^{-9}$ . Bei der Analyse von Laserentfernungsmessungen wirken sich relativistische Korrekturen praktisch noch nicht auf die Ergebnisse aus (MARTIN u. a. 1985). Zu beachten jedoch sind sie bei Radioverfahren, bei denen Referenzoszillatoren in Satellit und Empfänger genutzt werden, denn hier treten relativistisch bedingte Frequenzverschiebungen auf, die durchaus im Bereich der Meßgenauigkeit liegen (siehe WELLS 1974). Wichtig ist die Tatsache, daß hier bei einer Kreisbahn des Satelliten in erster Näherung sowohl der Effekt der speziellen Relativitätstheorie ( $v = \text{const.}$ ) als auch der der allgemeinen Relativitätstheorie ( $\Delta U = \text{const.}$ ) konstant ist, ein Grund dafür, bei Satelliten mit Referenzoszillatoren Bahnen zu bevorzugen, die annähernd kreisförmig sind. Sollen beispielsweise Atomfrequenznormale in Satelliten Zeitskalen generieren, die auf der Erde genutzt werden, so sind relativistische Korrekturen durchaus zu beachten. Für Satelliten auf einer Kreisbahn mit  $h = 20\,000$  km beträgt die Differenz einer dort generierten und zur Erde übertragenen Zeitskala im Vergleich zu einer auf der Erde selbst erzeugten Zeitskala wegen relativistischer Effekte immerhin  $38,5 \mu\text{s}$  pro Tag (McCASKILL und BUISSON 1985).

Generell wird die auch für die Bahnberechnung künstlicher Erdsatelliten benötigte Inertialzeit gegenwärtig durch eine internationale Zeitskala, die Internationale Atomzeit (IAT), realisiert, die durch die Koordination von über 100 Atomfrequenznormalen gebildet wird (vgl. STECHER 1984).

### 2.2.2. Transformationsbeziehungen zwischen terrestrischem und inertialem Bezugssystem

Will man Koordinaten, die im erdfesten System gegeben sind, in ein Quasi-Inertialsystem transformieren, das wie das erdfeste System seinen Ursprung im Geozentrum besitzt, so läßt sich das durch aufeinanderfolgende Anwendung elementarer Drehmatrizen der Form (2.6) auf die Koordinaten vollziehen. Für die Transformation vom erdfesten in das inertielle Bezugssystem gilt:

$$(2.38) \quad \underline{x}^I = R_Y(\alpha) R_X(\beta) R_Z(-\Theta) R_Y(x_P) R_X(y_P) \underline{x}^E$$

mit der entsprechenden inversen Transformation

$$(2.39) \quad \underline{x}^E = R_X (-y_P) R_Y (-x_P) R_Z (\Theta) R_X (-\beta) R_Y (-\alpha) \underline{x}^I$$

mit  $x_P, y_P$  - Polkoordinaten

$\Theta$  - Inertialsternzeit

$\alpha, \beta$  - Effekte von Präzession und Nutation relativ bezüglich einer vorgegebenen Epoche

Die beiden Transformationen widerspiegeln die Tatsache, daß man für das inertielle Bezugssystem eine Epoche zu definieren hat und daß ausgehend von dieser Epoche die entsprechende differentielle Änderung von Präzession und Nutation wirksam werden. Ebenso sind zur Berücksichtigung von Punktbewegungen im erdfesten Bezugssystem die Koordinaten auf eine Epoche zu reduzieren (vgl. Abschnitt 2.1.3.).

Bei der dynamischen Bahnberechnung künstlicher Erdsatelliten und der Einbeziehung von Meßwerten sind obige Transformationen relativ oft durchzuführen. Eingehend wurde von GENDT (1980) daher untersucht, in welchen Fällen zwecks Einsparung von Rechenzeit jeweils der Kosinusterm durch 1 und der Sinusterm durch das Bogenmaß ersetzt werden können, ohne daß die notwendige Genauigkeit beeinträchtigt wird. Zu unterscheiden ist hier, ob es eine Stationsposition für einen Vergleich mit Meßwerten (höhere Genauigkeitsanforderung) oder die Positionierung des Erdschwerefeldes im Raum für die Kraftberechnung (geringere Genauigkeitsanforderung) betrifft.

### 2.2.3. Dynamische Satellitengeodäsie

#### 2.2.3.1. Die Bewegungsgleichungen und ihre Integration

In einem Inertialsystem nimmt die dynamische Bewegungsgleichung (2.17) die Form (2.34) an, und bringt man schließlich noch zum Ausdruck, daß die wirkenden Kräfte von Satellitenort und -geschwindigkeit, von der Zeit  $t$  sowie den Parametern  $\underline{u}_c$  der Kraftfunktion abhängen, so ergibt sich:

$$(2.40) \quad \ddot{\underline{x}} = \underline{f}(t, \underline{x}, \dot{\underline{x}}, \underline{u}_c)$$

mit den Anfangsbedingungen  $\underline{x}_0 = \underline{x}(t_0)$

$$\dot{\underline{x}}_0 = \dot{\underline{x}}(t_0)$$

Die Lösung des auch als Bewegungsgleichung bezeichneten Systems von drei Differentialgleichungen 2. Ordnung in (2.40) liefert den Satellitenort und auch die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt  $t$  in Abhängigkeit von den Anfangsbedingungen, der Zeit und den Parametern der Kraftfunktion:

$$(2.41) \quad \underline{x} = \underline{x}(\underline{x}_0, \dot{\underline{x}}_0, t, \underline{u}_c)$$

$$(2.42) \quad \dot{\underline{x}} = \dot{\underline{x}}(\underline{x}_0, \dot{\underline{x}}_0, t, \underline{u}_c)$$

Ein zentraler Sonderfall ergibt sich aus (2.40), wenn man bei der Kraftfunktion  $\underline{f}$  ausschließlich den radialsymmetrischen Anteil des Erdschwerefeldes berücksichtigt. Dann wird (2.40) zu:

$$(2.47) \quad n = n_0 - \frac{3}{2} \frac{n}{a} \int_{t_0}^t a \, dt$$

$$\text{mit } n_0 = \sqrt{\frac{GM}{a_0^3}}$$

Die Lösung der LAGRANGESchen Störungsgleichungen (2.46) bildet die Grundlage für die analytische Berechnung gesuchter Satellitenpositionen. Zu diesem Zweck muß das Störpotential  $R$  als eine Funktion der sechs Bahnelemente dargestellt werden. Daraufhin sind die entsprechenden Ableitungen zu bilden und schließlich die Integration durchzuführen.

Bei dieser analytischen Bahnberechnung ist es möglich, für jeden Term der Kugelfunktionsentwicklung des Schwerepotentials die entsprechenden Störungen in den Bahnelementen zu berechnen. Diese Störungen werden unterschieden in säkulare, langperiodische (Periodendauer bis zu mehreren Monaten) und kurzperiodische Störungen. Die kurzperiodischen Störungen sind durch die Grundperioden der Umlaufzeit des Satelliten  $T$  und der Länge des Sterntages sowie entsprechender Oberschwingungen geprägt (siehe beispielsweise ARNOLD 1970, S. 42 oder MONTAG 1984, S. 34).

Bei der Herausbildung der Satellitengeodäsie dominierten zunächst die analytischen Verfahren der Bahnberechnung. Mit den steigenden Genauigkeitsansprüchen wuchs jedoch die Anzahl der benötigten Glieder in den Formeln stark an, zumal auch andere Störeinflüsse (z. B. Mond und Sonne, Gezeiten) entsprechend analytisch zu berechnen waren. Um beispielsweise eine LAGEOS-Bahn mit Dezimetergenauigkeit zu approximieren, mußte EMLJANOV (1984) insgesamt über 6 000 analytische Glieder berücksichtigen. Besondere Probleme ergeben sich auch bei der Einbeziehung entstehender Kopplungseffekte in der Störungsrechnung.

In der Gegenwart dominieren daher Verfahren der Satellitenbahnberechnung, die auf eine numerische Integration der Bewegungsgleichung (2.40) zurückgreifen. Auch im Bahnmodell POTSDAM-5 (GENDT 1984) wird eine numerische Integration nach einem Verfahren von EVERHART durchgeführt. Die Auswahl des Integrationsverfahrens und die Festlegung der Algorithmen bei der Bahnberechnung müssen auch unter dem Aspekt erfolgen, daß die Rechnungen unter Sicherstellung der benötigten Genauigkeit so rationell wie möglich ablaufen.

#### 2.2.3.2. Das Kraftmodell

Von entscheidender Bedeutung für die erzielbare Genauigkeit bei der Bahnberechnung nach (2.40) ist das hier zugrundegelegte Kraftmodell. Aus einem Vergleich von (2.34) und (2.40) ergibt sich, daß  $\underline{f}$  bis auf einen konstanten Faktor mit der Kraft identisch ist. In diese Kraftfunktion  $\underline{f}$  gehen nun eine Reihe von Komponenten ein, die man folgendermaßen darstellen kann:

$$(2.48) \quad \underline{f} = \underline{f}^V + \underline{f}^{MS} + \underline{f}^G + \underline{f}^R + \underline{f}^A$$

$$(2.43) \quad \ddot{\underline{x}} = - \frac{GM}{|\underline{x}|^3} \underline{x}$$

mit  $GM$  - geozentrische Gravitationskonstante

Das ist die Formulierung des sogenannten ungestörten KEPLERproblems in NEWTONscher Darstellung. Seine Lösung führt auf die bekannten drei KEPLERschen Gesetze. Danach bewegt sich der Satellit auf einer raumfesten Bahnellipse, für die die Lage im Raum, die Form und die Position des Satelliten in der Bahn durch die sechs KEPLERschen Bahnelemente beschrieben werden (vgl. Abb. 2.3):

- $\Omega$  - Rektaszension des aufsteigenden Knotens
- $i$  - Neigungswinkel der Bahnebene
- $\omega$  - Argument des Perigäums
- $a$  - Große Halbachse der Satellitenbahn
- $e$  - Exzentrizität der Bahnellipse
- $M$  - Mittlere Anomalie für den Zeitpunkt  $t$

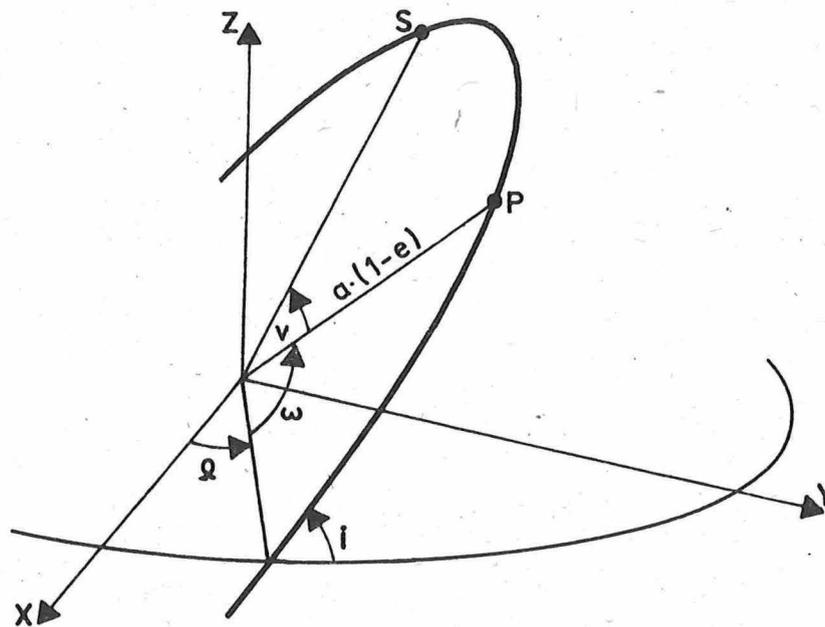


Abb. 2.3: Die KEPLERschen Bahnelemente eines künstlichen Erdsatelliten

Die Winkelgeschwindigkeit  $n$  folgt nach dem 3. KEPLERschen Gesetz aus:

$$(2.44) \quad n = \sqrt{\frac{GM}{a^3}}$$

Die KEPLERschen Bahnelemente lassen sich durch entsprechende Formeln aus den Anfangsbedingungen  $\underline{x}_0$  und  $\dot{\underline{x}}_0$  herleiten (vgl. ARNOLD 1970, S. 18f). Umgekehrt lassen

sich aus den KEPLERSchen Bahnelementen Ort und Geschwindigkeit des Satelliten berechnen (siehe z. B. ARNOLD 1970, S. 16f oder ABALAKIN u. a. 1971, S. 172ff):

$$(2.45) \quad \underline{x} = a \underline{R}_Z (-\Omega) \underline{R}_X (-i) \underline{R}_Z (-\omega) \cdot \begin{bmatrix} \cos(E - e) \\ \sqrt{1 - e^2} \sin E \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\dot{\underline{x}} = \frac{a^2 n}{a(1 - e \cos E)} \underline{R}_Z (-\Omega) \underline{R}_X (-i) \underline{R}_Z (-\omega) \cdot \begin{bmatrix} -\sin E \\ \sqrt{1 - e^2} \cos E \\ 0 \end{bmatrix}$$

wobei sich die exzentrische Anomalie  $E$  iterativ aus der Beziehung  $n(t - t_0) = M = E - e \sin E$  ergibt.

Führt man bei der Kraftfunktion  $f$  das gesamte Attraktionspotential der Erde ein, dargestellt zum Beispiel durch eine Kugelfunktionsentwicklung, so sind die KEPLERSchen Bahnelemente nicht mehr konstant, und bei einer Umwandlung der drei Differentialgleichungen 2. Ordnung (2.40) in sechs Differentialgleichungen 1. Ordnung erhält man die LAGRANGESchen Störungsgleichungen für die KEPLERSchen Bahnelemente (siehe z. B. ARNOLD 1970, S. 24ff):

$$(2.46) \quad \frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{n a^2 \sqrt{1 - e^2} \sin i} \frac{\partial R}{\partial i}$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{\cos i}{n a^2 \sqrt{1 - e^2} \sin i} \frac{\partial R}{\partial \omega} - \frac{1}{n a^2 \sqrt{1 - e^2} \sin i} \frac{\partial R}{\partial \Omega}$$

$$\frac{d\omega}{dt} = - \frac{\cos i}{n a^2 \sqrt{1 - e^2} \sin i} \frac{\partial R}{\partial i} + \frac{\sqrt{1 - e^2}}{n a^2 e} \frac{\partial R}{\partial e}$$

$$\frac{da}{dt} = \frac{2}{n a} \frac{\partial R}{\partial M}$$

$$\frac{de}{dt} = \frac{1 - e^2}{n a^2 e} \frac{\partial R}{\partial M} - \frac{\sqrt{1 - e^2}}{n a^2 e} \frac{\partial R}{\partial \omega}$$

$$\frac{dM}{dt} = n - \frac{1 - e^2}{n a^2 e} \frac{\partial R}{\partial e} - \frac{2}{n a} \frac{\partial R}{\partial a}$$

mit  $R$  - Störpotential,  $R = V - \frac{GM}{|\underline{x}|^3}$

Aus (2.44) folgt, daß  $n$  eine Funktion von  $a$  ist, so daß in der letzten Zeile von (2.46) noch zu substituieren ist:

- mit  $f^V$  - Gravitation der Erde  
 $f^{\text{MS}}$  - Gravitation von Mond und Sonne  
 $f^G$  - Gezeitenwirkung  
 $f^R$  - Strahlungsdruck  
 $f^A$  - Atmosphärenreibung

Den dominierenden Anteil in der Kraftfunktion bildet das Schwerfeld der Erde. Die durch die Abweichung der Massenverteilung von der Kugelsymmetrie hervorgerufenen Anomalien des Erdschwerfeldes müssen zum bereits in (2.43) dargestellten Kugelterm möglichst genau im Modell berücksichtigt werden. Besonders gebräuchlich ist es, für das hier entstehende Potential  $V$  eine Kugelfunktionsentwicklung zu verwenden:

$$(2.49) \quad V = \frac{GM}{R} \left[ 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left( \frac{a}{R} \right)^n P_{nm}(\sin \varphi) (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) \right]$$

- mit  $R, \varphi, \lambda$  - sphärische Koordinaten des Punktes  
 $a$  - große Halbachse des Erdellipsoides  
 $P_{nm}$  - LEGENDREsche Funktion  
 $C_{nm}, S_{nm}$  - Kugelfunktionskoeffizienten

Für den praktischen Gebrauch werden die Koeffizienten  $C_{nm}$  und  $S_{nm}$  häufig noch normiert (siehe z. B. KAUTZLEBEN 1965) und als normierte Größen  $\bar{C}_{nm}$  und  $\bar{S}_{nm}$  genutzt. Die Bestimmung derartiger globaler Schwerfeldmodelle ist eine Aufgabe, die heute ganz wesentlich durch Verfahren der Satellitengeodäsie gelöst wird. Ihre Genauigkeit wurde im Verlauf der Zeit ständig verbessert, und die gegenwärtig besten Modelle für den Satelliten LAGEOS sind GEM-L2 (LERCH u. a. 1983) sowie GRIM 3B (REIGBER u. a. 1983). Generell sind natürlich auch alternative Darstellungsformen für das Erdschwerfeld, z. B. Flächenbelegungen einer Schicht, Multipole oder Punktmassen, in der Satellitengeodäsie anwendbar.

Die Beschleunigung im erdfesten System folgt schließlich aus (2.49) zu

$$(2.50) \quad \underline{f}^V = \left( \frac{\partial V}{\partial \underline{x}} \right)^T$$

und kann mit Gl. (2.38) im Inertialsystem angegeben werden.

Die Gravitationswirkung von Mond und Sonne bezieht Ort und Masse dieser Objekte ein (MELBOURNE u. a. 1983):

$$(2.51) \quad \underline{f}^{\text{MS}} = GM \left\{ \mu_M \left( \frac{\underline{x}_M - \underline{x}}{|\underline{x}_M - \underline{x}|^3} - \frac{\underline{x}_M}{|\underline{x}_M|^3} \right) + \mu_S \left( \frac{\underline{x}_S - \underline{x}}{|\underline{x}_S - \underline{x}|^3} - \frac{\underline{x}_S}{|\underline{x}_S|^3} \right) \right\}$$

- mit  $\mu_M, \mu_S$  - Massenverhältnis von Himmelskörper und Erde  
 $\underline{x}_M, \underline{x}_S$  - Ortsvektor der Himmelskörper  
 $\underline{x}$  - Ortsvektor des Satelliten

Die durch die Gravitationswirkung von Sonne und Mond hervorgerufene Deformation der Erde (Abschnitt 2.1.3.2.) erzeugt ihrerseits ein zusätzliches Gezeitenpotential. Der Ansatz läßt sich formulieren (MELBOURNE u. a. 1983):

$$(2.52) \quad \underline{f}^G = k_2 \sum_{M=1}^2 \frac{3 M_M}{|\underline{x}_M|^3 |\underline{x}|^4} \left[ \frac{\underline{x}_M}{|\underline{x}_M|} \cos \psi_M - \frac{\underline{x}}{|\underline{x}|} \left( \frac{5}{2} \cos^2 \psi_M - \frac{1}{2} \right) \right]$$

mit  $k_2$  - LOVEsche Zahl

$\underline{x}$ ,  $\underline{x}_M$  - geozentrischer Vektor zum Satelliten und zum Himmelskörper (Mond, Sonne)  
 $\psi_M$  - Winkel zwischen  $\underline{x}$  und  $\underline{x}_M$

Die geringfügige Verzögerung der Gezeitenwirkung wird in der Gleichung zweckmäßigerweise durch entsprechend veränderte Positionen von Mond und Sonne berücksichtigt. Verfeinerungen von (2.52) ergeben sich, wenn man die von der Frequenz der jeweiligen Tide bestehende Abhängigkeit des Wertes  $k$  berücksichtigt. Zu beachten ist weiterhin, daß die permanente Deformation (Gl.(2.27)) einen entsprechenden konstanten Anteil beim Kugelfunktionsglied  $C_{20}$  bewirkt, den sogenannten HONKASALO-Term. Die Wirkung der Meeresgezeiten wird zweckmäßigerweise in Kugelfunktionen mit zeitlich veränderlichen Koeffizienten modelliert und ist auf diese Weise in die Kraftberechnung einzubeziehen.

Während alle bisher behandelten Störungen unter dem Begriff gravitative Effekte zusammengefaßt werden können, beinhalten Strahlungsdruck und Atmosphärenreibung sogenannte nichtgravitative Effekte. Beim Strahlungsdruck sind die direkte Sonnenstrahlung, die Infrarotstrahlung und die Erdalbedo zu berücksichtigen. Dabei ist der entstehende Betrag der Atmosphärenreibung im Gegensatz zu den gravitativen Effekten nicht nur eine Funktion des Satellitenortes, sondern auch der Satellitengeschwindigkeit. Die Formeln dieser Störungen sind ausführlich beispielsweise bei GENDT (1987) dargestellt.

### 2.3. Meßverfahren der Satellitengeodäsie

Bei den im Rahmen der vorliegenden Arbeit in Betracht kommenden satellitengeodätischen Messungen handelt es sich grundsätzlich darum, geometrische Relationen zwischen einem oder mehreren Standpunkten auf der Erde einerseits und einem oder mehreren durch künstliche Erdsatelliten realisierten Zielpunkten andererseits zu ermitteln. Derartige geometrische Größen können Richtungen oder Strecken sein, aber auch deren Differenzen.

Von den im optischen Bereich angesiedelten Meßverfahren sind die photographischen Richtungsmessungen aus Genauigkeitsgründen nahezu bedeutungslos geworden. Sie sollen daher nicht betrachtet werden. Das Laserradarverfahren dagegen ermöglicht gegenwärtig die genauesten Koordinatenbestimmungen der Satellitengeodäsie im globalen Maßstab. Die Meßwertgewinnung und Auswertung derartiger Daten werden daher nachfolgend ausführlich behandelt.

Auf der Grundlage einer hochentwickelten Zeit- und Frequenzmeßtechnik sind im Mikrowellenbereich gleichfalls eine Reihe sehr genauer Meßverfahren entstanden. Dazu zählen die Pseudostreckenmessung, das Dopplerverfahren bzw. die Phasendifferenzmessung sowie die Satellitenbasisinterferometrie. Hiervon wird nachfolgend detailliert das Dopplerverfahren dargestellt und seine Äquivalenz zur Phasendifferenzmessung aufgezeigt. Die an Dopplerempfängern durchgeführten Kalibrierungsuntersuchungen sind in ihrer Methodik

zu einem großen Teil auf neue Gerätesysteme übertragbar und nehmen deshalb entsprechenden Raum ein. Auf die Verfahren der Pseudoentfernungsmessung und der Satellitenbasisinterferometrie wird nicht näher eingegangen, bezüglich einer Darstellung ihrer Grundlagen und Meßprinzipien kann beispielsweise auf STECHER (1984) verwiesen werden.

### 2.3.1. Die Laserentfernungsmessung zu künstlichen Erdsatelliten

#### 2.3.1.1. Grundlagen und Meßprinzip

Nachdem im Jahre 1964 die ersten Entfernungsmessungen zu künstlichen Erdsatelliten mit dem Laserradarverfahren gelangen, hat dieses eine stürmische Entwicklung genommen. Die Meßgenauigkeit der Geräte wurde von anfangs  $\pm 1...2$  m (1. Generation) über  $\pm 0,2...0,4$  m (2. Generation) auf inzwischen  $\pm 0,05...0,10$  m (3. Generation) gesteigert. Eine wachsende Automatisierung des gesamten Messungsablaufes ging mit dieser Entwicklung einher. Waren die Geräte früher ausschließlich stationär, so sind in den letzten Jahren zunehmend auch transportable Meßkomplexe entstanden.

Die verwendeten Satelliten müssen mit Reflektoren (Tripelprismen) ausgerüstet sein - das ist von technischer Seite die notwendige Voraussetzung für die erfolgreiche Durchführung von Messungen. Aspekte der späteren Datennutzung bestimmen sowohl technische als auch Bahnparameter der verwendeten Satelliten mit. Besonders bedeutungsvoll in diesem Zusammenhang war im Jahre 1976 der Start des Satelliten LAGEOS (Tab. 2.1). Die Höhe des Satelliten gestattet eine gute Bahnmodellierung, da die höherfrequenten Anteile des Erdschwerefeldes keinen so starken Einfluß besitzen wie bei niedrigfliegenden Satelliten, und das große Masse-Querschnitts-Verhältnis sorgt für geringe nichtgravitative Störungen. Daher ist LAGEOS besonders geeignet für globale geodätische und geodynamische Forschungen, und die Auswertung von Laserentfernungsmessungen zu diesem Satelliten ergibt gegenwärtig die genauesten Resultate bei der Lösung globaler satellitengeodätischer Problemstellungen.

Tab. 2.1: Einige Angaben zur Charakterisierung des Satelliten LAGEOS

Startdatum	Mai 1976
Masse	406,9 kg
Durchmesser	60,0 cm
große Bahnhalbachse	12 266 km
Exzentrizität	0,004
Bahnneigung	110°

Das Meßprinzip beim Laserradarverfahren läßt sich folgendermaßen beschreiben: Man erzeugt mittels eines Lasers einen ultrakurzen Lichtimpuls hoher Energie, der über eine Sendeoptik zum Satelliten gelangt. Bevor der Impuls das Gerät verläßt, wird ein Bruchteil davon ausgekoppelt und löst über einen photoelektrischen Empfänger einen elektronischen Zeitintervallmesser aus. Gleichzeitig wird auch der Zeitpunkt  $t'$  zur Festlegung der Epoche der Messung erfaßt. Reflektiert von den am Satelliten befindlichen Tripelprismen, erreicht ein Teil der ausgesandten Photonen die Empfangsoptik und den photoelektrischen Empfänger. Das hier entstehende Signal stoppt über einen Diskriminator den Zeitintervallmesser. Aus der so gemessenen Laufzeit  $\Delta t$  läßt sich die Strecke  $s$  ableiten zu:

$$(2.53) \quad s \left( t' + \frac{\Delta t}{2} \right) = \frac{c}{2} \Delta t$$

mit  $t = t' + \frac{\Delta t}{2}$  - Epoche der Messung  
 $c$  - Lichtgeschwindigkeit

Die Verschiebung der Epoche um  $\Delta t/2$  bezieht die Messung auf den Moment, an dem das Signal den Satelliten erreichte. Das schließt die (hinreichend genau erfüllte) Voraussetzung ein, daß sich die Station in einem raumfesten Bezugssystem im Zeitintervall  $\Delta t$  geradlinig-gleichförmig bewegte, und daß der Laufzeitunterschied zwischen Hin- und Rückweg des Signals vernachlässigbar ist.

### 2.3.1.2. Fehlereinflüsse beim Messen und die Gerätekalibrierung

Eine Reihe von Einflußgrößen bewirken, daß gemessene Signallaufzeiten gewissen Schwankungen unterliegen. Dazu tragen zum Beispiel Änderungen der Signalform des Laserimpulses, Laufzeitschwankungen im photoelektrischen Empfängersystem und ein Digitalisierungsfehler bei der Zeitintervallmessung bei (vgl. beispielsweise NEUBERT 1984, GRUNWALDT 1985, HAMAL u. a. 1984b). Tragen die Laufzeitschwankungen zufälligen Charakter und streuen sie um einen bekannten Erwartungswert, so ist durch Meßwerthäufung eine Genauigkeitssteigerung möglich. Es wurde jedoch gezeigt, daß es einige Faktoren gibt, die zu systematischen Änderungen der gemessenen Laufzeit führen. Beispielsweise kann die Signallaufzeit von der Betriebsspannung des Sekundärelektronenvervielfachers (NEUBERT und GRUNWALDT 1984), von der Photoelektronenzahl des Rückkehrimpulses sowie von der entstehenden Signalamplitude abhängen (Abb. 2.4 und Abb. 2.5). Auch weniger klar faßbare Ursachen wie Abhängigkeiten von der Temperatur oder von Azimut und Höhe infolge einer Dejustierung von Mechanik und Optik sind hier zu nennen (REINHART u. a. 1985).

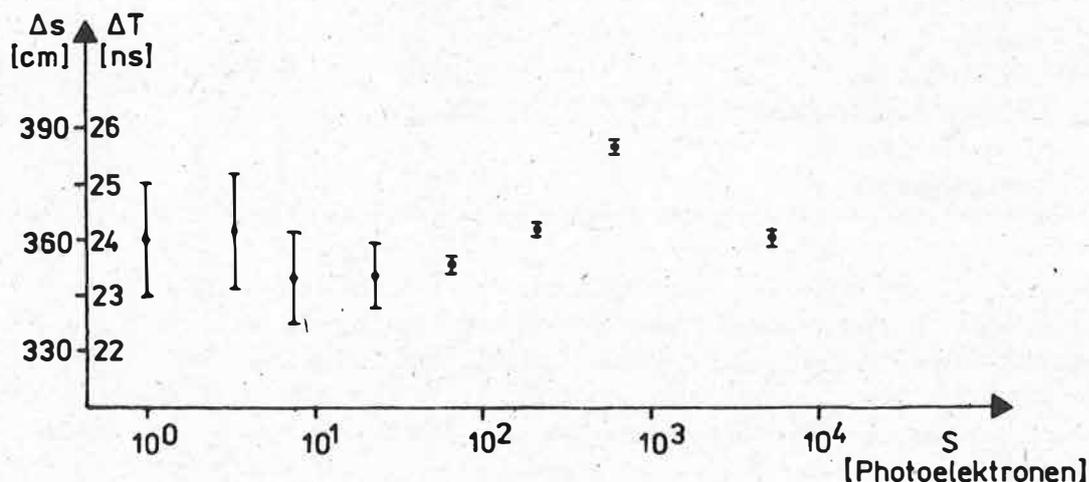
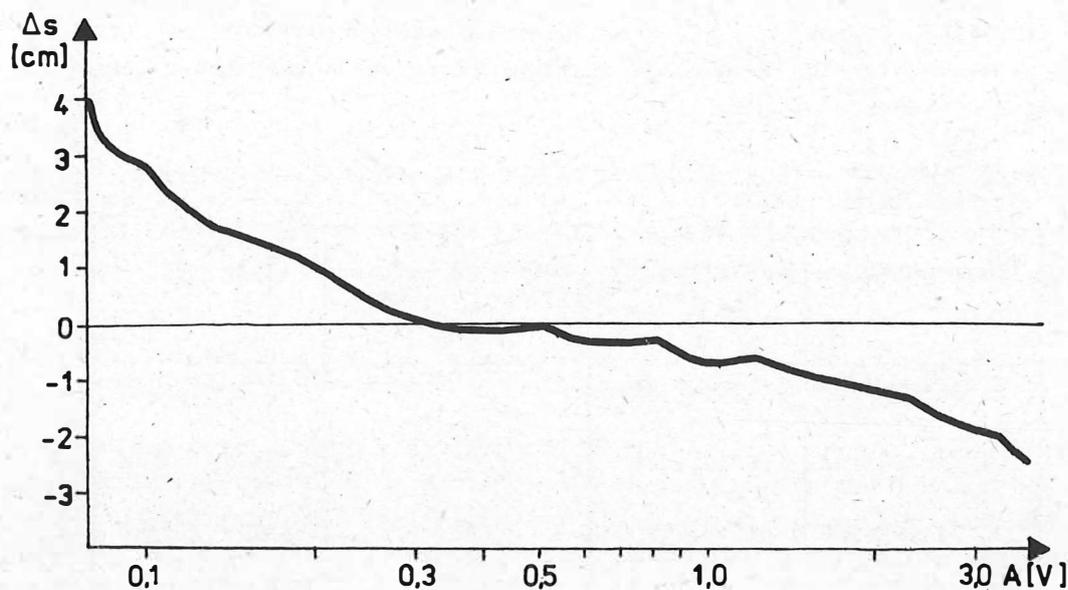


Abb. 2.4: Signallaufzeit entlang der Eichstrecke in Abhängigkeit von der Signalstärke des Rückkehrimpulses (nach GRUNWALDT 1985)



**Abb. 2.5:** Abhängigkeit des Diskriminatorstops (Typ ORTEC 934), umgerechnet in eine scheinbare Streckenänderung  $\Delta s$ , von der Signalamplitude A des Eingangsimpulses (nach DEGNAN 1985)

Um die geräteinterne Signallaufzeit zu erfassen, werden sogenannte Kalibrierungsmessungen durchgeführt, bei denen die Laufzeit entlang einer extern vermessenen Strecke ermittelt wird. Die Differenz zwischen extern bestimmtem Sollwert und aus gemessener Laufzeit ermittelter Streckenlänge ergibt eine Additionskonstante, die dann an alle Meßwerte angebracht werden muß.

Wegen der angesprochenen Abhängigkeiten der Signallaufzeit von verschiedenen Faktoren werden Kalibrierungsmessungen in der Regel für jeden gemessenen Satellitendurchgang neu durchgeführt. Dabei muß darauf geachtet werden, daß z. B. Betriebsspannung und Photoelektronenzahl des Rückkehrimpulses möglichst den Verhältnissen bei den Satellitendistanzmessungen entsprechen.

Bei den Laserradar-Geräten ist die Meßgenauigkeit von Generation zu Generation erheblich verbessert worden. Das betrifft sowohl zufällige Meßfehler (engl. noise) als auch trotz Kalibrierung verbleibende systematische Restfehler (engl. bias). Tab. 2.2 zeigt, daß unabhängig von der Generation des Lasergerätes aber ein Verhältnis zwischen zufälligem und systematischem Anteil von etwa 3 : 1 bestehen bleibt. Das ist auch bei der Nutzung von Datenmittelwerten, den sogenannten Normalpunkten, zu beachten, bei denen zwar die zufälligen Meßfehler sehr gut herausgefiltert sind, systematische Anteile aber im wesentlichen erhalten bleiben.

Neben den eigentlichen Kalibrierungsmessungen sind bei einem Laserradar-Gerät weitere Messungen und Kontrollen notwendig. So würde sich ein systematischer Streckenfehler auch ergeben, wenn sich die Sollentfernung zum für die Kalibrierung benutzten Target zwischenzeitlich geändert hat. Auch eine ständige Überwachung der Grundfrequenz des Zeitintervallmessers muß erfolgen. Andernfalls können sich streckenpropor-

tionale Fehler ergeben, die kaum bei Messung und Kalibrierung erkennbar werden. So wurde für die Station Wettzell (BRD) erst durch Parallelmessungen mit einem mobilen Lasergerät ein systematischer Streckenfehler von etwa 26 cm zum Satelliten LAGEOS aufgedeckt, als dessen Ursache ein Frequenzfehler beim Zeitintervallmesser erkannt wurde (REINHART u. a. 1985). Eine eindeutige Rückverfolgung des zeitlichen Beginns dieses Fehlers war nicht mehr möglich.

**Tab. 2.2:** Zufällige und systematische Fehleranteile bei Laserentfernungsmessungen zum Satelliten LAGEOS

Lasengerät	zufälliger Fehler [cm]	systematischer Fehler (Bias) [cm]	Autor
2. Generation (ZIPE)	± 20...50	10	NEUBERT 1984
2. Generation (NASA)	± 30...40	10	SMITH 1982
3. Generation (NASA)	± 10...13	3...5	SMITH 1982

Gleichermaßen wichtig ist auch ein zuverlässiger Zeitanschluß an eine internationale Zeitskala mit einer Genauigkeit von  $1 \mu\text{s}$ , denn Fehler in der zeitlichen Zuordnung der Meßwerte von  $10 \mu\text{s}$  führen bereits zu einer um etwa 5 cm abweichenden Position des Satelliten von einer berechneten Bahn. Daß Kontrollen des Zeitanschlusses auch bei gut ausgerüsteten Observatorien regelmäßig und in möglichst kurzen Abständen erfolgen sollten, zeigt eine Mitteilung im Crustal Dynamics Data Information System Bulletin 1 (1985): Der Zeitanschluß der Messungen im Royal Greenwich Observatory (Großbritannien) war von Oktober bis Dezember 1983 um mehr als  $21 \mu\text{s}$  falsch, die Laserdaten des Simosato Hydrographic Observatory (Japan) enthielten über Monate Fehler von etwa 0,1 s bei Quick-look-Daten und  $8 \mu\text{s}$  bei den Full-rate-Daten. Es ist offensichtlich, daß der genaue Zeitanschluß erst recht für mobile Geräte bei Feldeinsätzen oder außerhalb von gut ausgerüsteten Observatorien ein wesentliches Problem für die Gewinnung guter Daten darstellt. Insgesamt soll festgestellt werden, daß qualitativ hochwertige Laser- radardaten höchste Sorgfalt bei der Messung verlangen, da hier gemachte Versäumnisse bei der späteren Datenanalyse nur schwer zu erkennen und auszugleichen sind, und daß daher die Streuung der Meßwerte zwar ein, aber nicht das einzige Kriterium für die Datenqualität bildet.

Unter Einbeziehung möglicher systematischer Effekte beim Meßvorgang sollte deshalb Gl. (2.53) erweitert werden zu folgender Form:

$$(2.54) \quad s(t + \tau) = \mathcal{M} \frac{c}{2} \Delta t + b$$

mit  $\tau$  - Uhrstandskorrektur

$\mathcal{M}$  - Maßstabsfaktor

b - konstanter Eichfehler der Kalibrierung (Bias)

### 2.3.2. Das Dopplerverfahren / die Phasendifferenzmessung

#### 2.3.2.1. Das Meßprinzip

Zur Erläuterung des Meßprinzips kann man vom Signal einer konstanten Frequenz ausgehen. Wird durch einen Oszillator mit der Frequenz  $f_S$  ein Signal generiert, so kann der Verlauf der Phase  $\varphi_S$  dieser Schwingung von einem Referenzzeitpunkt  $t_0$  an folgendermaßen dargestellt werden:

$$(2.55) \quad \varphi_S(t - t_0) = \varphi_S(t_0) + 2\pi f_S \cdot (t - t_0)$$

Wird dieses Signal ständig ausgesandt, so wird es mit gleicher Phase bei einem Empfänger E nach seiner Laufzeit  $\Delta t$  vorliegen. Anders gesagt wird zum Zeitpunkt  $t$  die Phase  $\varphi_E$  des empfangenen Signals gleich der Phase des zum Zeitpunkt  $(t - \Delta t)$  ausgesandten Signals sein:

$$(2.56) \quad \varphi_E(t - t_0) = \varphi_S(t_0) + 2\pi f_S \cdot (t - t_0 - \Delta t)$$

Betrachtet man nun zunächst die Verhältnisse im Vakuum und drückt analog zu Gl. (2.53) die Laufzeit  $\Delta t$  durch die Lichtgeschwindigkeit  $c$  und die durchlaufene Strecke  $s$  aus, so wird aus (2.56):

$$(2.57) \quad \varphi_E(t - t_0) = \varphi_S(t_0) + 2\pi f_S \cdot (t - t_0 - \frac{s}{c})$$

Ist nun die Größe  $s/c$  keine Konstante, d. h. tritt zwischen Sender und Empfänger eine Relativbewegung mit  $\dot{s} \neq 0$  auf, so bewirkt das bei der empfangenen Frequenz eine Verschiebung, die (für  $s \ll c$ ) lautet:

$$(2.58) \quad f_E = f_S \left(1 + \frac{\dot{s}}{c}\right)$$

Diese Frequenzverschiebung bei Relativbewegung zwischen Sender und Empfänger wird als Dopplereffekt bezeichnet.

Wird im Empfänger eine Referenzfrequenz  $f_R$  generiert, so läßt sich der Verlauf der Phase  $\varphi_R$  analog zu (2.55) darstellen:

$$(2.59) \quad \varphi_R(t - t_0) = \varphi_R(t_0) + 2\pi f_R \cdot (t - t_0)$$

Bildet man nun zu einem Zeitpunkt  $t$  die Differenz zwischen der Phase des empfangenen Signals nach (2.57) und der Phase des Referenzsignals nach (2.59), so ergibt sich:

$$(2.60) \quad \Delta\varphi(t - t_0) = \varphi_E(t - t_0) - \varphi_R(t - t_0) \\ = \Delta\varphi(t_0) + 2\pi \cdot (f_S - f_R) \cdot (t - t_0) - 2\pi f_S \frac{s}{c}$$

$$\text{mit } \Delta\varphi(t_0) = \varphi_E(t_0) - \varphi_R(t_0)$$

Hierbei ist zu beachten, daß sich die Strecke  $s$  zwischen Sender und Empfänger mit der Zeit ändern kann und in (2.60) den Weg jenes Signals ausdrückt, das zum Zeitpunkt  $t$  empfangen wurde. Die hier notwendige Reduktion auf den Abstand des Senders zum Zeitpunkt, an dem das Signal ausgesandt wurde, ist praktisch ohne Probleme, gegebenenfalls iterativ, zu lösen.

Bei den Messungen in der Satellitengeodäsie wird nun von einem bestimmten Zeitpunkt  $t_1$  an (Durchgangsbeginn) der Wert  $\Delta\mathcal{P}$  einschließlich ganzzahliger Vielfacher (sogenannte kontinuierliche Phasemessungen des Differenzsignals, vgl. REMONDI 1985) gemessen und zu bestimmten Epochen  $t_i$  registriert. Damit entsteht:

$$(2.61) \quad \Delta\mathcal{P}(t_i - t_1) = 2\pi(f_S - f_R) \cdot (t_i - t_1) - \frac{2\pi f_S}{c} (s_i - s_1)$$

Eine Division von (2.61) durch den Wert  $2\pi$  liefert die Anzahl  $N$  der Schwingungen der Differenzfrequenz ( $f_E - f_R$ ) im Zeitintervall  $(t_i - t_1)$ ;  $N$  wird auch als Dopplercount bezeichnet:

$$(2.62) \quad N(t_i - t_1) = (f_S - f_R) \cdot (t_i - t_1) - \frac{f_S}{c} (s_i - s_1)$$

Damit wird deutlich, daß Dopplermessungen und Phasendifferenzmessungen nach dem hier dargestellten Prinzip äquivalente Meßverfahren sind.

Die Wirkung der im Abschnitt 2.2.1. dargestellten relativistischen Effekte kann anhand von Gl. (2.62) gut diskutiert werden. Die Vernachlässigung einer relativistischen Korrektur von  $f_S$  führt im ersten Glied der Gleichung dazu, daß die Frequenzdifferenz ( $f_S - f_R$ ) um einen konstanten Betrag falsch bestimmt wird. Im Standardfall der geodätischen Auswertung ist das nicht von Bedeutung, da die Größe ( $f_S - f_R$ ) ohnehin ausgeglichen wird, ihr Betrag selbst jedoch das geodätische Ergebnis nicht beeinflußt. Im zweiten Glied der Gleichung führt ein Wert von  $f_S$ , der nicht relativistisch korrigiert ist, zu einem Maßstabsfehler im Bereich von  $10^{-9}$  - eine Größenordnung, die im Vergleich zu anderen den Maßstab beeinflussenden Faktoren vernachlässigt werden kann.

### 2.3.2.2. Satellitensysteme

Bereits an den Signalen von SPUTNIK 1 wiesen GUIER und WEIFFENBACH (1958) den Dopplereffekt nach und zeigten, daß Dopplermessungen bei bekannten Stationskoordinaten zur Bahnbestimmung von künstlichen Erdsatelliten genutzt werden können. Der umgekehrte Sachverhalt - Positionsbestimmung durch Dopplermessungen bei bekannten Satellitenpositionen - war die konzeptionelle Grundlage des bald darauf in den USA entwickelten Navy Navigation Satellite System (NNSS). Dieses ursprünglich ausschließlich für militärische Navigationsaufgaben geschaffene System wurde 1967 auch zur zivilen Nutzung freigegeben, und verbunden mit der Herstellung entsprechender Empfänger erschlossen sich auch Anwendungsmöglichkeiten zur geodätischen Punktbestimmung. Das Satellitensystem besteht aus drei Grundbestandteilen: Bahnverfolgungsstationen, Satelliten und die Empfänger der Nutzer.

Zur operativen Bahnbestimmung und -vorhersage dienen die Meßdaten der vier Stationen des "Operational Network" (OPNET) in den USA. Aus ihnen erfolgt operativ eine

Vorausberechnung der Satellitenbahnen. Die vorausberechneten Bahndaten werden nach jeweils 12 Stunden über Funk zu den Satelliten übertragen und sind Bestandteil der von den Satelliten ständig ausgesandten Informationen (BROADCAST EPHEMERIS). Etwa 15...20 über die gesamte Erde verteilte Beobachtungsstationen bilden das "Transit Network" (TRANET), dessen Daten für eine später durchgeführte exakte Bahnbestimmung verwendet werden. Diese Bahninformationen (PRECISE EPHEMERIS) stehen nur einem beschränkten Nutzerkreis zur Verfügung.

Die Satelliten umkreisen die Erde auf Polbahnen in etwa 1 100 km Höhe. Die durch einen Quarzoszillator erzeugten und dann ausgesendeten Signale liegen auf den Frequenzen 150 und 400 MHz. Durch Phasenmodulation (Sprünge von  $60^\circ$ ) werden auf der 400 MHz-Frequenz die BROADCAST EPHEMERIS einschließlich genauer Zeitmarken übertragen, wobei nach jedem gesendeten Bit die Phase des Signals wieder dem unmodulierten Zustand entspricht. In der Regel sind 4 bis 6 Satelliten in Betrieb, so daß pro Tag in mittleren Breiten etwa 20 geodätisch nutzbare Durchgänge beobachtet werden können. Seit wenigen Jahren ist ein verbesserter Satellitentyp (NOVA) mit im Einsatz, der sich insbesondere durch ein System zur Kompensation von Reibungskräften (engl. drag-free-system) auszeichnet und somit eine genauere Bahnmodellierung gestattet.

Andere geodätische Satelliten, die auch für Dopplermessungen genutzt werden konnten, waren beispielsweise GEOS-A und GEOS-C (Frequenzen 324 MHz und 162 MHz). Bekannt ist ebenfalls das von der Sowjetunion, Frankreich, den USA und Kanada betriebene kosmische Rettungssystem KOSPAS-SARSAT. Hier orten die Satelliten unter Nutzung der Dopplermethode Notsender (Frequenz 406 MHz), die bei Havarien oder Unglücksfällen (u. a. bei Schiffen, Flugzeugen oder Expeditionen) in Betrieb gesetzt werden. Praktisch befindet sich hier der Empfänger im Satelliten, und die Meßdaten werden vom Satelliten zu einer Bodenkontrollstation übertragen und dort ausgewertet.

Das NNSS besitzt jetzt ein technologisches Alter von rund einem Vierteljahrhundert. Inzwischen wurden neue, leistungsfähigere Satellitensysteme für Navigations- und Vermessungsaufgaben konzipiert, werden gegenwärtig erprobt und teilweise auch bereits genutzt. Dazu gehören das US-amerikanische Global Positioning System (GPS) sowie das sowjetische Global Navigation Satellite System (GLONASS). Wesentliche Merkmale dieser Systeme sind:

- Satellitenbahnen in einer Höhe von 20 000 km, so daß bei 18 Satelliten gewährleistet ist, daß sich überall mindestens vier über dem Horizont befinden
- Atomfrequenznormale an Bord der Satelliten
- Verwendung von Frequenzen im GHz-Bereich (GPS: 1,23 und 1,58 GHz, GLONASS 1,24 und 1,62 GHz)

Beim GPS werden die vom Nutzer benötigten Bahn- und Zeitinformationen ebenfalls durch Phasenmodulation der Trägerfrequenzen übertragen. Sie erfolgt durch unregelmäßiges Umtasten der Phase um  $180^\circ$ , so daß eine direkte Phasenmessung mit der Trägerfrequenz ohne Kenntnis dieser Modulation nicht möglich ist. Der hierdurch übertragene sogenannte CA-Code ermöglicht Echtzeit-Positionsbestimmungen auf  $\pm 100$  m, bei Kenntnis des sogenannten P-Codes sind Echtzeit-Positionsbestimmungen auf  $\pm 15$  m möglich. Über den P-Code als auch über die genauen Bahninformationen der GPS-Satelliten verfügt ausschließlich das US-amerikanische Militär (WOODEN 1985).

Die neuen Satellitensysteme können sowohl für die näher zu behandelnden Dopplermessungen und Phasendifferenzmessungen als auch für die Pseudoentfernungsmessungen und die

Satellitenbasisinterferometrie genutzt werden.

### 2.3.2.3. Dopplermessungen zu Satelliten des NNSS

Liegt im Empfänger ein genügend starkes Satellitensignal vor, so wird mit einer Zeitmarke, wie sie zu jeder geraden Minute vom Satelliten ausgesandt wird, die vom Quarzoszillator des Empfängers betriebene geräteinterne Uhr synchronisiert, und die Messungen beginnen. Dabei werden Meßwerte im Abstand von 4,6 Sekunden erfaßt; der Zeitpunkt der Messung wird durch das Ende einer Datenzeile der BROADCAST EPHEMERIS bestimmt, so daß in einem Zwei-Minuten-Intervall jeweils 26 Meßwerte entstehen:

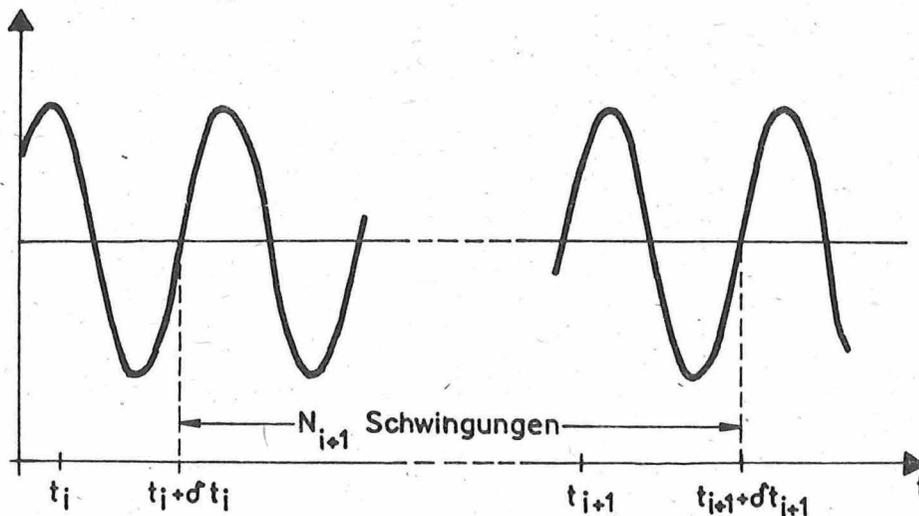


Abb. 2.6: Prinzip der Dopplermessung nach Satelliten des NNSS

Abb. 2.6 zeigt schematisch den Verlauf der Schwingungen der sogenannten Dopplerfrequenz  $f_D = (f_E - f_R)$ . Wird der Meßvorgang ausgelöst, so erfolgt eine Registrierung von drei Größen: der Zeit  $t_i$ , der Zeit  $(t_i + \delta t_i)$  bis zum nächsten positiven Nulldurchgang der Schwingung sowie des Dopplercounts  $N_i$ , der die (ganzzahlige) Anzahl der Schwingungen zwischen  $(t_{i-1} + \delta t_{i-1})$  und  $(t_i + \delta t_i)$  ausdrückt. Die gemessene Zeitdifferenz  $\delta t_i$  kann mit hinreichender Genauigkeit in Bruchteile von Dopplercounts umgerechnet werden:

$$(2.63) \quad \delta N_i = f_D \cdot \delta t_i = (f_E(t_i) - f_R) \cdot \delta t_i$$

Bezogen auf Formel (2.62) kann man also bei der weiteren Bearbeitung der Daten entweder die Grenzen der Meßintervalle von  $t_i$  auf  $(t_i + \delta t_i)$  verändern und den ganzzahligen Wert von  $N$  verwenden oder bei den Grenzen  $t_i$  einen um  $(N_i - \delta N_{i-1})$  korrigierten Dopplercount nutzen.

Da das Ende des Intervalls gleichzeitig den Beginn eines neuen bildet, spricht man von kontinuierlich integrierten Dopplercounts (engl. continuously integrated Doppler counts - CID), vgl. KOUBA (1977). Das ermöglicht die Zusammenfassung mehrerer Intervalle, wenn man die Dopplercounts entsprechend addiert. Hierbei gibt es zwei grundsätzliche Strategien:

1. Man faßt die Intervalle so zusammen, daß das Ende eines Intervalls gleichzeitig der Anfang des nächsten Intervalls ist (Standardfall). Damit läßt sich die interessierende geometrische Größe  $\Delta s_i = (s_i - s_{i-1})$  nach Gl. (2.62) folgendermaßen ausdrücken:

$$(2.64) \quad \Delta s_i = (s_i - s_{i-1}) = \lambda \cdot N_i + \lambda \cdot (f_S - f_R) \cdot (t_i + \delta t_i - t_{i-1} - \delta t_{i-1})$$

mit  $\lambda$  - Wellenlänge,  $\lambda = \frac{c}{f_S}$

Die Streckendifferenz  $\Delta s_i$  wird durch den Meßwert  $N_i$  ausgedrückt, im zweiten Term tritt zusätzlich das zeitproportionale Glied  $(f_S - f_R)$  auf. Die Länge des Intervalls beträgt in der Regel rund 30 Sekunden.

2. Man faßt die Intervalle derart zusammen, daß der Intervallanfang stets der gleiche bleibt (z. B. Durchgangsbeginn) und die Intervallgröße von Wert zu Wert wächst. Dann wird (2.62) folgendermaßen umgeformt:

$$(2.65) \quad s_i = s_o + \lambda \cdot N_{i,o} - \lambda \cdot (f_S - f_R) \cdot (t_i + \delta t_i - t_o - \delta t_o)$$

Die Strecke  $s_i$  zum Zeitpunkt  $(t_i + \delta t_i)$  wird durch den Meßwert  $N_{i,o}$  - Summe aller Dopplercounts zwischen  $(t_o + \delta t_o)$  und  $(t_i + \delta t_i)$  -, das gleiche zeitproportionale Glied  $(f_S - f_R)$  wie in (2.64) und eine konstante Größe  $s_o$  (Entfernung Satellit - Empfänger zu Messungsbeginn) dargestellt. Da  $s_o$  nicht bekannt ist, wird der durch (2.65) beschriebene Auswertemodus als Pseudostreckenmessung bezeichnet, ein Begriff, der bei der Nutzung neuer Satellitensysteme einen veränderten Inhalt bekommen hat.

Man erkennt, daß es bei der Pseudostreckenmessung im Vergleich zur Standardauswertung eine Beobachtung mehr, aber auch eine Unbekannte zusätzlich für einen Satellitendurchgang gibt. Die Ergebnisse in der Auswertung sind äquivalent, falls man nicht verschiedene Ansätze für die Korrelation zwischen den Meßwerten verwendet. Das aber gerade ist der Hauptgrund für die Nutzung beider Varianten (siehe z. B. MIHALY 1978).

Die Messung auf zwei Frequenzen (400 und 150 MHz) dient der Bestimmung ionosphärischer Refraktionseinflüsse, die im Abschnitt 2.4.2. behandelt werden.

#### 2.3.2.4. Gerätebedingte Fehlereinflüsse bei der Messung und die Kalibrierung von Dopplerempfängern

Eine ganze Reihe von Effekten werden unter dem Begriff Empfängerrauschen zusammengefaßt. Damit sind verschiedene Einflüsse der Meßtechnik und -elektronik gemeint. Bei den in den vorangegangenen Abschnitten dargestellten Formeln wird davon ausgegangen, daß sich die Differenz der Frequenzen  $f_S$  und  $f_R$  während eines Satellitendurchganges nicht ändert. Abweichungen von dieser Annahme, das heißt Instabilitäten oder Driftverhalten der Referenzoszillatoren in Satellit und Empfänger, tragen deshalb zum Fehlerhaushalt der Messungen bei. Schwankungen in der Signalstärke führen ebenfalls zu gewissem Streuen der Meßwerte, und wird das Signal sehr schwach, so können bei der elektronischen Zählung der Dopplercounts sogar Sprünge auftreten (FEJES 1982).

Eine weitere wesentliche Frage bei Dopplermessungen zu Satelliten des NNSS betrifft den Zeitanschluß der Meßwerte. Während die von den Satelliten ausgesandten Zeitmarken bezüglich der Zeitskala UTC mit Unsicherheiten von nur wenigen Mikrosekunden behaftet sind und die Signallaufzeiten Satellit - Antenne hinreichend genau berechnet werden können, schwanken die bei der Synchronisation der Empfängeruhr auftretenden geräteinternen Laufzeiten (engl. delay) des Zeitimpulses um Beträge in der Größenordnung von  $100 \mu\text{s}$ .

Ebenfalls beachtet werden muß die Tatsache, daß der geodätische Höhen-Bezugspunkt an der Antenne mit dem elektronisch wirksamen Phasenzentrum identisch sein sollte. Dieses Phasenzentrum kann in Abhängigkeit vom Höhenwinkel, dem Azimut und von der Frequenz variieren, und seine mittlere Lage ist eine individuelle Eigenschaft der Antenne. Zwischen zwei Antennen gleichen Typs und erst recht zwischen denen verschiedener Hersteller können deshalb Unterschiede auftreten.

Die Herausbildung einheitlicher Vorstellungen zu Fragen der Kalibrierung der Geräte ist beim Dopplerverfahren wesentlich weniger fortgeschritten als beim Laserradarverfahren. Informationen über Geräteeigenschaften und -parameter werden zum Teil über elektronische Eichmessungen gewonnen, wie sie Eingang in den durch den Hersteller verfertigten Gerätepaß finden. Das betrifft zum Beispiel die Stabilität des Oszillators sowie einen Mittelwert der Signallaufzeit im Empfänger. Auch spezielle Messungen zur Lage des Phasenzentrums sind hier einzuordnen. So zeigt Abb. 2.7, daß eine Abhängigkeit der Höhe des Antennenphasenzentrums sowohl von der Frequenz als auch von der Zenitdistanz des Satelliten besteht; die Variationen liegen im Bereich einiger Zentimeter.

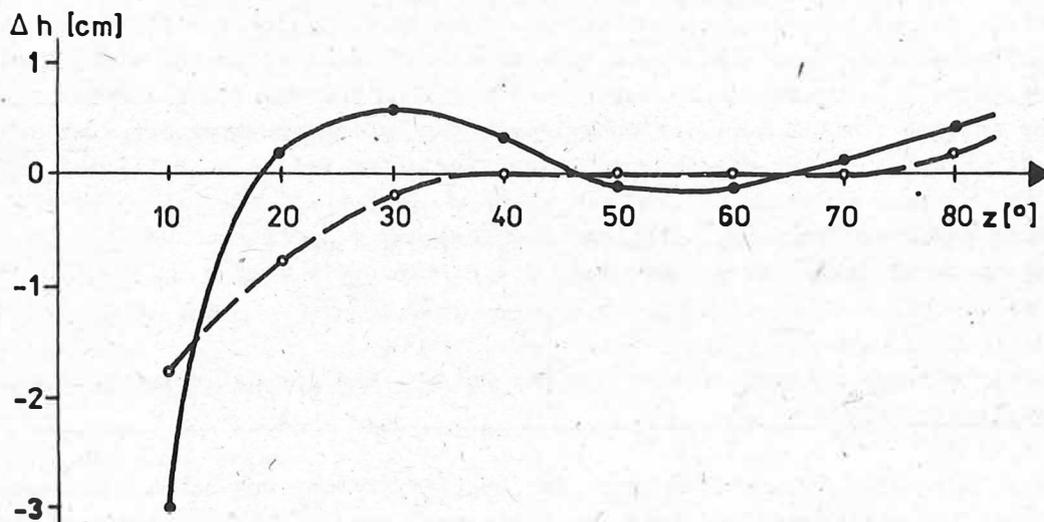


Abb. 2.7: Änderung der Höhe  $\Delta h$  des Antennenphasenzentrums in Abhängigkeit von der Zenitdistanz  $z$  bei JMR-Antennen bei den Frequenzen 150 MHz (---) und 400 MHz (—). (nach JMR-UPDATE 1983)

Ein anderer Weg, sich aktuelle Informationen über bestimmte Geräteparameter eines Dopplerempfängers zu beschaffen, besteht in elektronischen Messungen, die - entsprechende Möglichkeiten vorausgesetzt - durch den Nutzer des Gerätes selbst durchgeführt werden können. Am Zentralinstitut für Physik der Erde bildete das Vorhandensein des

Cäsium-Atomfrequenznormals die Grundlage für einige Untersuchungen. So ist in Abb. 2.8 der zeitliche Verlauf der Differenz von Sekundenimpulsen dargestellt, die durch den 5-MHz-Oszillator des Dopplergerätes JMR-4A des ZIPE und durch das Atomfrequenznormal generiert werden. Damit läßt sich die Frequenzdifferenz beider Oszillatoren ermitteln, die zu einer Gangdifferenz der so erzeugten Zeitskalen von  $2,3 \mu\text{s/h} = 6,4 \cdot 10^{-10}$  führt. Setzt man voraus, daß der Gang der Atomuhr für diese Zwecke vernachlässigbar klein ist, so gibt diese Zahl die Möglichkeit, die relative Genauigkeit der Zeitskale des Dopplergerätes während eines Satellitendurchganges zu beurteilen. Man erkennt, daß während des maximal 16 Minuten umfassenden Satellitendurchganges die Genauigkeit der Zeitzuordnung der Meßwerte in Bezug auf den Durchgangsbeginn besser als  $1 \mu\text{s}$  und damit hinreichend genau ist. Im Ergebnis derartiger Messungen besteht gegebenenfalls die Möglichkeit, die Grundfrequenz des Oszillators, die sich aufgrund von Alterungseffekten am Quarz langfristig ohnehin verändert, neu abzustimmen.

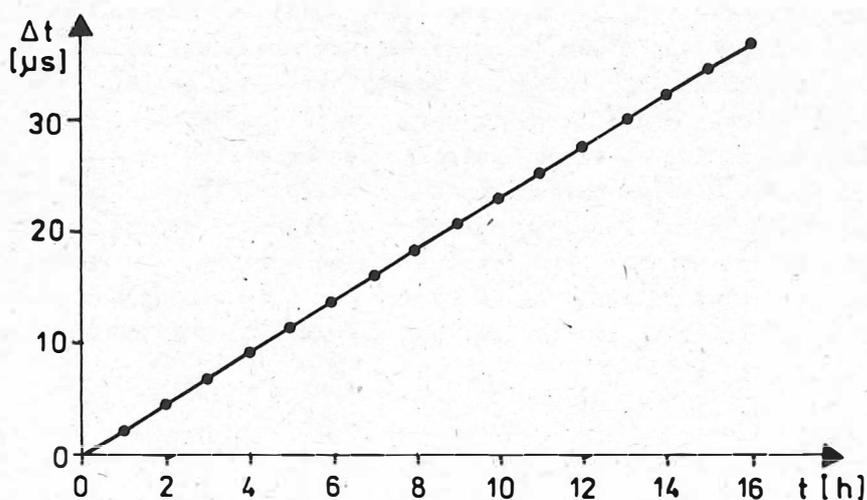


Abb. 2.8: Differenz zwischen der im Dopplerempfänger JMR-4A generierten Zeitskale und der Zeitskale des Cäsium-Atomfrequenznormals. Die lineare Drift beruht auf der Frequenzdifferenz der beiden Oszillatoren.

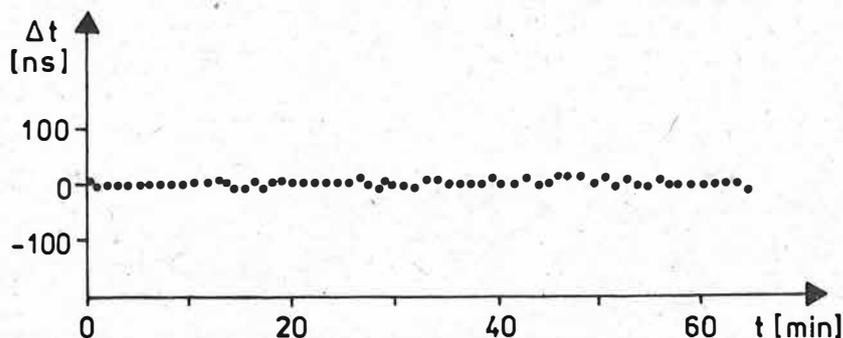
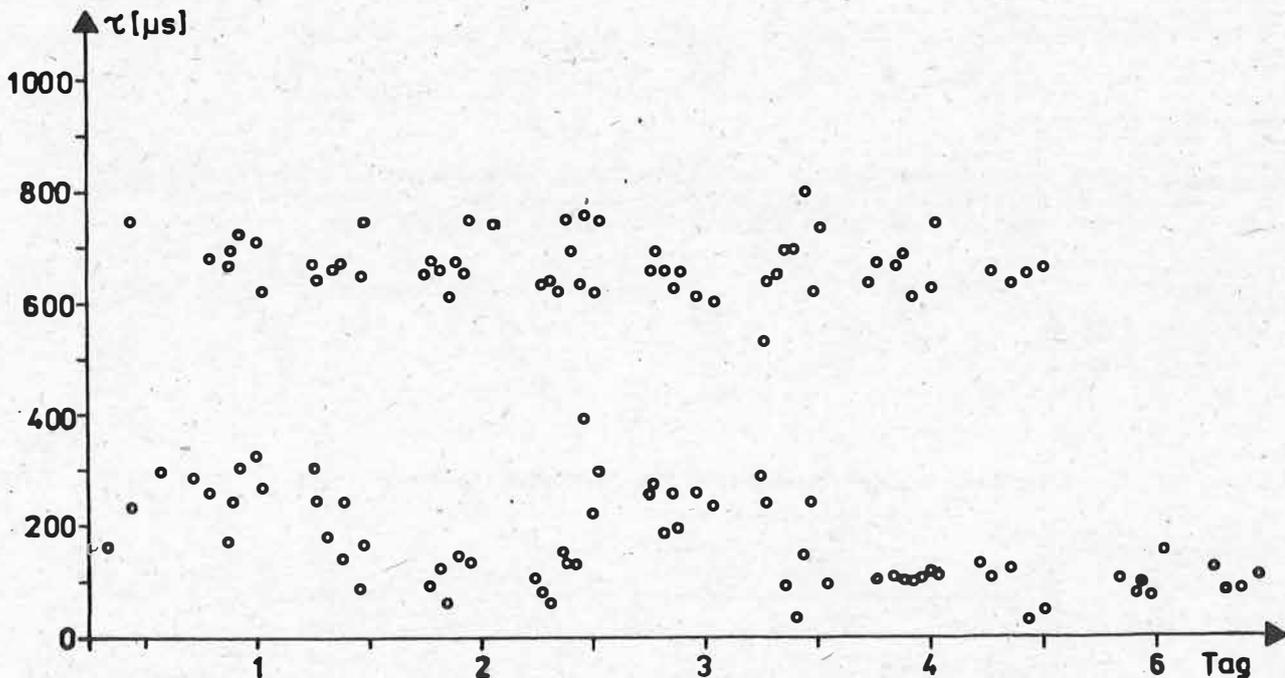


Abb. 2.9: Differenz zwischen der im Dopplerempfänger JMR-4A generierten Zeitskale und der Zeitskale des Atomfrequenznormals nach Abzug der linearen Drift zur Charakterisierung der Kurzzeitstabilität.

Nach Abzug der linearen Drift ergab sich bei den oben beschriebenen Meßwerten die Möglichkeit, auch die Kurzzeitstabilität der Differenz beider Oszillatoren zu bewerten. Dabei zeigt es sich (Abb. 2.9), daß über einen Zeitraum von 60 Minuten eine Stabilität von 10 ns erzielt wurde; dem entspricht eine relative Genauigkeit von rund  $3 \cdot 10^{-12}$ .

Die Bestimmung der Signallaufzeit im Empfänger bei der Synchronisation der Empfängeruhr und der Streuung dieser Größe von Durchgang zu Durchgang wurde durch eine Meßanordnung möglich, bei der ein absoluter Zeitvergleich der Empfängerzeit mit der durch die Atomuhr realisierten (und hier als fehlerfrei anzunehmenden) Zeitskala erfolgte. Dabei mußten die Zeitdifferenz entsprechender Sekundenimpulse gemessen und die Differenz noch um die Signallaufzeit Satellit - Empfänger korrigiert werden. In Abb. 2.10 ist das Ergebnis dieser Eichmessungen für zwei JMR-4A im Verlauf einiger Tage dargestellt. Man erkennt, daß der Mittelwert von  $\tau$  empfängerspezifisch ist, und (wie in diesem Fall) die Differenz der  $\tau$ -Werte auch für Geräte gleichen Typs in der Größenordnung von 500  $\mu\text{s}$  liegen kann. Eine sich bei Empfänger 2 andeutende Periodizität im Verlauf der ersten dreieinhalb Tage setzt sich später nicht fort. Sie führt aber mit dazu, daß die Häufigkeitsverteilung der  $\tau$ -Werte (Abb. 2.11) für diesen Empfänger nach einem  $\chi^2$ -Test hochsignifikant von einer Normalverteilung abweicht, während sich für Empfänger 1 kein Widerspruch zur Hypothese der Normalverteilung ergibt. Interessant ist weiterhin auch die Frage, ob die Streuung der  $\tau$ -Werte vom Satelliten abhängt, so daß sich bei zwei Empfängern Korrelationen zwischen den Meßwerten zeigen. Zu diesem Zweck sind in Abb. 2.12 die  $\tau$ -Werte beider Empfänger in Form eines Korrelatogramms dargestellt. Zur Berechnung eines Korrelationsmaßes sollte nach dem Nachweis, daß eine Häufigkeitsverteilung nicht der Normalverteilung entspricht, ein verteilungsfreies Prüfverfahren verwendet werden. Das ist durch den tetrachorischen Korrelationskoeffizienten (TAUBENHEIM 1969, S. 181ff), der auf der Analyse der Häufigkeiten in den



**Abb. 2.10:** Geräteinterne Signallaufzeit  $\tau$  für zwei Dopplerempfänger vom Typ JMR-4A. Jeder Punkt entspricht der Bestimmung eines Wertes jeweils zu Beginn eines Satellitendurchganges. Die Werte oberhalb 500  $\mu\text{s}$  gehören zu Empfänger 1, die Werte unterhalb 500  $\mu\text{s}$  zu Empfänger 2.

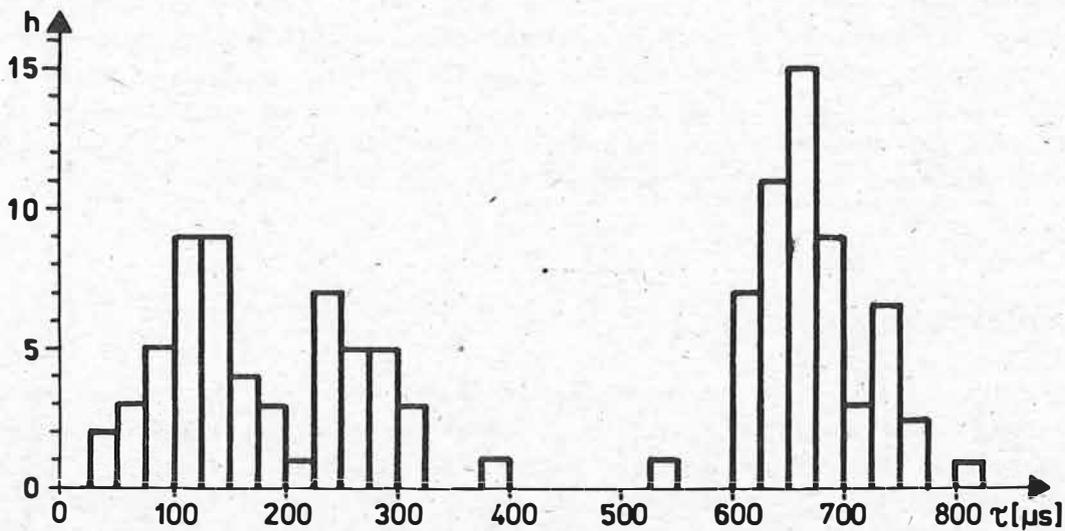


Abb. 2.11: Histogramm der in Abb. 2.10 dargestellten Werte der geräteinternen Signallaufzeit  $\tau$  für Empfänger 1 (oberhalb 500  $\mu\text{s}$ ) und Empfänger 2 (unterhalb 500  $\mu\text{s}$ ).

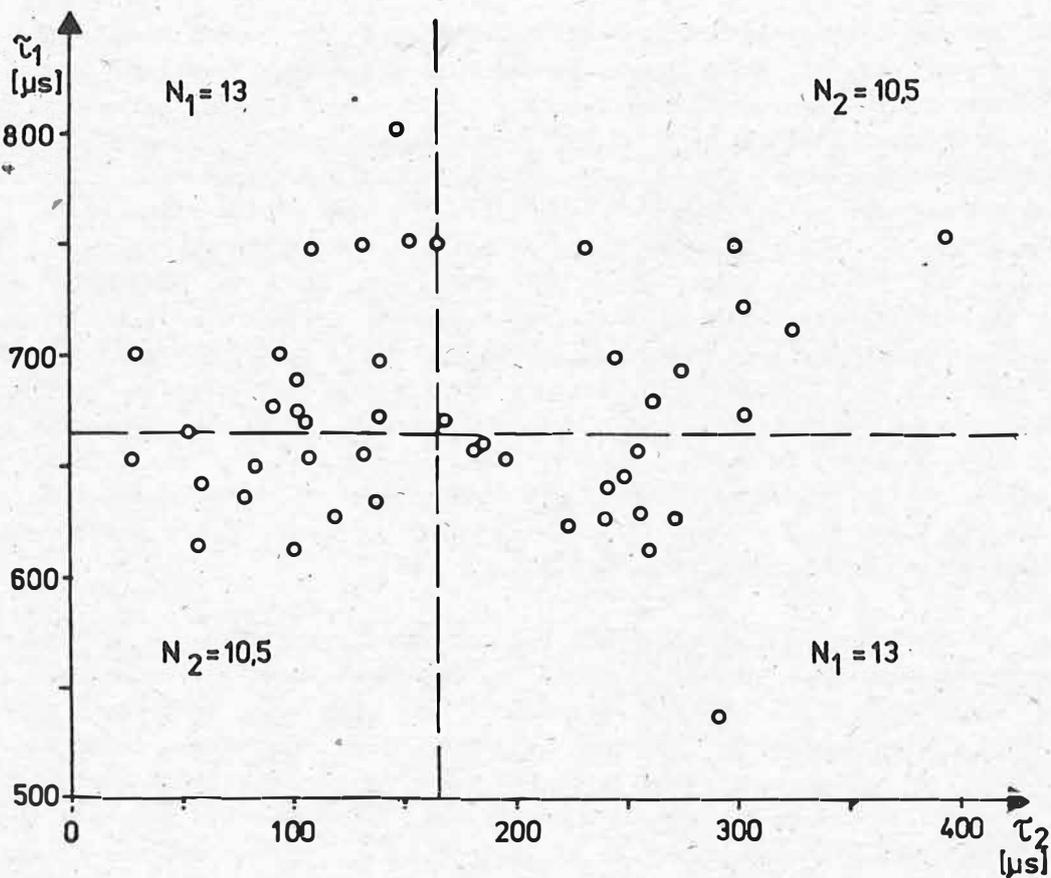


Abb. 2.12: Korrelatogramm der in Abb. 2.10 enthaltenen Werte der geräteinternen Signallaufzeit  $\tau$  für alle durch beide Empfänger synchron gemessenen Satellitendurchgänge.

vier Quadranten der Abb. 2.12 beruht, gegeben. Hier ergibt sich ein Wert  $q$  für das Quadrantenverhältnis von  $q = 0,106$ . Für die Testgröße  $q^2 N$ , die  $\chi^2$ -Verteilung besitzt, folgt daraus ein Wert von  $q^2 N = 0,53$ , während die entsprechende Signifikanzschwelle bei 5% Irrtumswahrscheinlichkeit erst bei 3,84 liegt. Damit gelingt es nicht, eine Korrelation zwischen den zu jeweils einem Satellitendurchgang gehörenden  $\tau$ -Werten nachzuweisen. Der sich hier ergebende, nach obigem Test nicht signifikante tetrachorische Korrelationskoeffizient  $R$  berechnet sich nach der Formel zu:

$$(2.66) \quad R = \sin \left( q \cdot \frac{\bar{X}}{2} \right)$$

und besitzt einen Wert von  $R = 0,17$ .

Die dritte und unter den Anwendern am weitesten verbreitete Möglichkeit der Gerätekalibrierung besteht in einer spezifischen Auswertung regulärer Meßdaten, die unter einer speziellen Meßanordnung gewonnen wurden. Das Besondere an einer derartigen Meßanordnung besteht darin, daß Messungen mit mehreren Geräten auf engem Raum erfolgen, so daß fehlerfreie, durch entsprechende geodätische Vermessung erhaltene Vergleichswerte zur Verfügung stehen. Die Auswertung dieser Messungen wird teilweise mit Standard-Programmen zur Koordinatenbestimmung durchgeführt (SCHLÜTER und LOHMAR 1981, ARCHINAL 1982, BANYAI 1984), zum Teil auch mit speziell entwickelten EDV-Programmen (FEJES 1982, DIETRICH u. a. 1982, DIETRICH und LEHMANN 1984).

Bei der am ZIPE erarbeiteten Kalibrierungstechnologie wird davon ausgegangen, daß bei der Anwendung des Dopplerverfahrens höchste Genauigkeiten ohnehin nur durch relative Verfahren unter Einsatz mehrerer Geräte erzielt werden können. Deshalb wurde ein Konzept zur relativen Kalibrierung von Dopplerempfängern entwickelt. Wesentliche Zielstellungen dieses Konzeptes sind es, ohne elektronische Zusatzmessungen

- die Differenz  $\Delta\tau$  der geräteinternen Signallaufzeit eines Empfängerpaares und
- die Höhendifferenz  $\Delta h$  der Phasenzentren der beiden zugehörigen Antennen

zu bestimmen. Zur Genauigkeitssteigerung wurden anstelle der Dopplermeßwerte beider Empfänger die Differenzen synchroner Meßwerte verwendet. Satellitenpositionen und die Koordinaten eines Gerätes sind als bekannt vorausgesetzt. Unbekannte des Problems sind die Frequenz- und Uhrstandsdifferenz der Empfänger  $\Delta f$  und  $\Delta\tau$  sowie der Basisvektor zwischen den Geräteantennen, der zweckmäßigerweise durch eine Höhenkomponente  $\Delta h$  und zwei Lagekomponenten in Nord- und Ostrichtung ( $\Delta N$ ,  $\Delta E$ ) zerlegt wird. Neben der Nutzung für Kalibrierungszwecke dient dieses Konzept auch für methodische Untersuchungen, da die Auswertung von Beobachtungsdifferenzen bei neuen Satellitensystemen häufig angewandt wird (vgl. Abschnitt 2.3.2.5.).

Einige der Unbekannten können a priori bekannt sein, beispielsweise Basiskomponenten, wenn man sie terrestrisch mißt, bzw. beide Geräte an eine gemeinsame Antenne anschließt ("Nullbasis"), oder die Frequenzdifferenz, wenn beide Geräte mit Hilfe einer einfachen Kabelverbindung durch den Oszillator eines Empfängers gemeinsam betrieben werden. Entsprechend flexibel sind die Möglichkeiten der Parameterbestimmung im dafür entwickelten Auswertprogramm angelegt. So können a priori bekannte Größen entweder fixiert oder aber ausgeglichen und dann mit fehlerfreien Sollwerten verglichen werden. In Tab. 2.3 sind die sich daraus ergebenden Varianten der Kalibrierung noch einmal zusammengefaßt.

Tab. 2.3: Verschiedene Varianten der Kalibrierung von Dopplereempfängern

o : Parameter ist zu bestimmen

- : Parameter ist a priori bekannt, kann aber auch bestimmt werden

Variante	$\Delta\tau$	$\Delta f$	Basiskomponenten		
			$\Delta h$	$\Delta N$	$\Delta E$
Antenne und Oszillator gemeinsam	o	-	-	-	-
Antenne getrennt, Oszillator gemeinsam	o	-	o	-	-
Antenne und Oszillator getrennt	o	o	o	-	-

Messungen mit gemeinsamer Antenne und gemeinsamem Oszillator sind besonders geeignet, um die Uhrstandsdifferenz  $\Delta\tau$  zweier Empfänger zu bestimmen, da bei dieser Meßanordnung die  $\Delta\tau$ -Werte die einzigen Unbekannten sind. Sie können für jeden Durchgang neu aus den Daten berechnet werden (siehe Tab. 2.4). Messungen mit zwei Antennen und einem Oszillator erlauben eine effektive Bestimmung des Höhenunterschiedes der Antennenphasenzentren, da hier die Frequenzdifferenz beider Geräte a priori gleich Null ist. Das geht aus Tab. 2.5 hervor, bei der dieselben Geräte wie für die Abbildungen 2.10 bis 2.12 verwendet wurden. Der aus den Daten der Abb. 2.10 ermittelte Wert für  $\Delta\tau$  ( $\Delta\tau = 495 \mu\text{s} \pm 13 \mu\text{s}$ ) stimmt sehr gut mit dem Wert von Tab. 2.5 überein. Bemerkenswert ist ebenfalls die Höhendifferenz der Antennenphasenzentren. Auch bei der Auswertung von Kalibrierungsmessungen mit vier JMR-Empfängern konnten Höhendifferenzen der Antennenphasenzentren bis zu  $37 \text{ cm} \pm 10 \text{ cm}$  abgeleitet werden (DIETRICH und LEHMANN 1984).

Tab. 2.4: Bestimmung der Differenz  $\Delta\tau$  der geräteinternen Signallaufzeit zweier Dopplereempfänger (JMR-4A/JMR-1A) bei gemeinsamer Antenne und gemeinsamem Oszillator

Durchgang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Mittelwert
$\Delta\tau [\mu\text{s}]$	208	231	219	264	257	234	202	204	246	260	267	$236 \pm 8$

Tab. 2.5: Ergebnisse der Kalibrierung zweier Dopplereempfänger vom Typ JMR-4A unter Verwendung von 17 Satellitendurchgängen

Parameter	Kalibrierung	terrestrische Vermessung	Differenz
$\Delta\tau [\mu\text{s}]$	$+ 505 \pm 22$	-	-
$\Delta h [\text{m}]$	$+ 0,79 \pm 0,10$	$+ 0,54$	$+ 0,25$
$\Delta N [\text{m}]$	$- 0,36 \pm 0,13$	$- 0,43$	$+ 0,07$
$\Delta E [\text{m}]$	$+ 3,10 \pm 0,18$	$+ 2,96$	$+ 0,14$

Zusammenfassend können folgende Varianten zur Durchführung von Kalibrierungen empfohlen werden:

1. Minimalvariante: Kalibrierungsmessungen mit einem Tag Dauer (15...20 Satellitendurchgänge) mit gemeinsamem Oszillator und unabhängigen Antennen. Die horizontalen Komponenten der Basislinie können, die vertikale muß terrestrisch gemessen werden. Man erhält einen Mittelwert der Differenz  $\Delta\tau$  der geräteinternen Signallaufzeit auf etwa  $\pm 20 \mu\text{s}$  und die Höhendifferenz der Phasenzentren der Antennen auf etwa  $\pm 15$  cm genau.
2. Erweiterte Variante: Kalibrierungsmessungen von zwei Tagen Dauer, ein Tag davon mit gemeinsamer Antenne und gemeinsamem Oszillator, den zweiten Tag mit unabhängigen Antennen und gemeinsamem Oszillator. Man erhält einen Mittelwert der Differenz  $\Delta\tau$  der geräteinternen Signallaufzeit auf etwa  $\pm 10 \mu\text{s}$  und die Höhendifferenz der Phasenzentren der Antennen auf etwa  $\pm 10$  cm genau.

Zusätzliche Messungen mit unabhängigen Oszillatoren sind gegebenenfalls geeignet, um mit Standardprogrammen der Auswertung das Empfängerrauschen insgesamt sowie die Effizienz der Empfänger (ausgedrückt zum Beispiel als Verhältnis von erfolgreich ausgewerteten zu insgesamt meßbaren Satellitendurchgängen) zu beurteilen. Das Empfängerrauschen gegenwärtig genutzter geodätischer Geräte liegt bei Verwendung von 4,6s-Intervallen bei etwa  $\pm 5$  cm, bei Verwendung von 30s-Intervallen in der Größenordnung von  $\pm 5...15$  cm.

Unter Einbeziehung einer linearen Drift ( $\dot{f}_S - \dot{f}_R$ ) der Frequenzdifferenz sowie der geräteinternen Signallaufzeit  $\tau$  kann die Gleichung (2.64) für die Standardauswertung auf folgende Form erweitert werden:

$$(2.67) \quad \Delta s_i(t_i + \tau) = \lambda N_i + \lambda (f_S - f_R - [\dot{f}_S - \dot{f}_R] \cdot [t_i - t_0]) \cdot (t_i + \delta t_i - t_{i-1} - \delta t_{i-1})$$

### 2.3.2.5. Dopplermessungen / Phasendifferenzmessungen bei neuen Satellitensystemen

Im Abschnitt 2.3.2.1. war bereits die Analogie zwischen dem Prinzip der kontinuierlich integrierten Dopplercounts und dem der kontinuierlich integrierten Phasenwerte dargestellt worden. Aus diesem Grund sind eine ganze Reihe von Fragen und Problemstellungen, wie sie in den vorangegangenen Abschnitten bezüglich des NNSS diskutiert wurden, auch deshalb von Nutzen, weil sie auf die gegenwärtig stark in Entwicklung begriffenen Verfahren der Phasendifferenzmessung nach Satelliten neuer Systeme (GPS und GLONASS) übertragbar sind. Andererseits gibt es auch neue Aspekte, und in diesem Abschnitt soll auf einige davon näher eingegangen werden.

Wesentliche Unterschiede, die aber eher quantitativen Charakter tragen, sind der Übergang von Quarz- auf Atomfrequenznormale in den Satelliten mit den dadurch verbesserten Stabilitätskriterien der Oszillatoren sowie die Verwendung von Frequenzen im GHz-Bereich. Das vermindert einerseits den Einfluß der ionosphärischen Refraktion, wie im Abschnitt 2.4.2. noch behandelt werden wird. Andererseits gestattet die kürzere Wellenlänge ( $\lambda = 75$  cm bei 400 MHz,  $\lambda = 19$  cm bei 1,58 GHz) bei Phasendifferenzmessungen, die jeweils auf bestimmte Bruchteile einer ganzen Schwingung genau sind, eine erhöhte Meßgenauigkeit. Um aber Phasendifferenzmessungen an der Trägerwelle durchführen zu können, muß beim GPS der Einfluß der unter 2.3.2.2. beschriebenen Phasenmodulation beseitigt werden. Ist der Code der Modulation bekannt und wird er dann im Empfänger generiert, so kann das empfangene Signal demoduliert werden. Beispiele hierfür sind die Geräte TI 4100 und WM 101. Da die Modulation durch Phasenumtastungen

von  $180^\circ$  erfolgt, führt auch ein Quadrieren des Signals zum Ziel. Das so entstehende Signal ist ebenfalls sinusförmig und besitzt die doppelte Frequenz. Eine Kenntnis des Codes ist hier nicht erforderlich, ein Beispiel für diesen Gerätetyp ist das MACROMETER.

Der entscheidende qualitative Unterschied zwischen Dopplerempfängern für das NNSS und diesen Geräten besteht darin, daß sie in der Lage sind, die Signale mehrerer Satelliten zugleich zu empfangen und entsprechend der Grundbeziehung (2.60) parallel zu registrieren. Damit lassen sich durch verschiedene Formen der Differenzbildung zwischen den Meßwerten des Typs (2.60) bestimmte Fehlereinflüsse eliminieren, und zwar:

- a) Die Differenz zweier zeitgleicher (synchroner) Meßwerte eines Empfängers zu zwei Satelliten eliminiert  $f_R$  und damit Effekte, die durch eine Instabilität des Geräteoszillators hervorgerufen werden.
- b) Die Differenz zweier zeitgleicher (synchroner) Meßwerte zweier Empfänger zu einem Satelliten eliminiert  $f_S$  und damit Effekte, die durch die Instabilität des Oszillators im Satelliten hervorgerufen werden.

Die aufeinanderfolgende Differenzbildung von a) und b) aus ursprünglich vier Meßwerten ("doppelte Differenzen") eliminiert die Fehlereinflüsse beider Oszillatoren.

- c) Die Differenzbildung zweier zeitlich aufeinanderfolgender Meßwerte eines Empfängers zu einem Satelliten eliminiert  $\Delta\mathcal{V}(t_0)$ , vgl. Gl. (2.61). Sie entspricht dem Standard der Dopplerauswertung zu NNSS-Satelliten.

Die aufeinanderfolgende Differenzbildung von a), b) und c) aus ursprünglich acht Meßwerten ("dreifache Differenzen") eliminiert  $f_R$  und  $f_S$  und damit die Fehlereinflüsse beider Oszillatoren sowie die Unbekannte  $\Delta\mathcal{V}(t_0)$ .

Auf der Grundlage derartiger Differenzbildungen sind eine ganze Reihe von Auswertetechnologien und -programmen entstanden. Die Nutzung höherer Differenzen eignet sich insbesondere, um die bei zwischenzeitlich schwachen Signalen auftretenden Unsicherheiten bei der Bestimmung ganzzahliger Vielfacher der Schwingung der Differenzfrequenz durch Sprünge des elektronischen Zählers (engl. "cycle slips") zu eliminieren (vgl. GOAD 1985) und die Daten zu filtern. LINDLOHR und WELLS (1985) diskutieren sehr ausführlich die verschiedenen Auswertekonzepte und zeigen, daß sie letztlich stets auf die Grundgleichung (2.60) zurückgeführt werden können. Sie weisen nach, daß eine Differenzbildung zwischen den Meßwerten oder die Einführung einer zusätzlichen Unbekannten in die Auswertung für die bei der Differenzbildung eliminierte Größe zu äquivalenten Ergebnissen führt. In diesem Sinn kann (2.60) prinzipiell jeder Auswertung zugrundegelegt werden. Vorteile eines derartigen Konzeptes bestehen vor allem, wenn Daten ausgewertet werden sollen, die durch mehr als zwei Empfänger gewonnen wurden.

Fragen der Untersuchung von Geräteparametern und die entsprechende Eichung stellen sich in nahezu analoger Weise wie bei Dopplerempfängern des NNSS. Das betrifft gleichermaßen die Untersuchung von Lage und Konstanz des Antennenphasenzentrums (SIMS 1985), das Verhalten der durch den Oszillator des Empfängers generierten Zeitskala (GOAD und REMONDI 1984) wie auch die Kalibrierung von Empfängergruppen vor gemeinsamen Meßkampagnen. Die für die Kalibrierung angewandten Verfahren (vgl. z. B. BRUNNER u. a. 1986) sind konzeptionell weitgehend mit den für Dopplerempfänger des NNSS im Abschnitt 2.3.2.4. (Tab. 2.3) dargestellten Varianten identisch. So werden neben der Messung kurzer Basislinien insbesondere auch Messungen mit gemeinsamer Antenne sowie mit gemeinsamem Oszillator zur Bestimmung der Empfängerparameter genutzt.

## 2.4. Reduktionsmodelle

### 2.4.1. Troposphärische Refraktion

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit  $v$  elektromagnetischer Wellen ist im Vakuum gleich der Lichtgeschwindigkeit  $c$ . In jedem anderen Medium läßt sich  $v$  ausdrücken durch (siehe z. B. BOLŠAKOV u. a. 1985, S. 60):

$$(2.68) \quad v = \frac{c}{n}$$

wobei  $n$  als (Phasen-)brechzahl bezeichnet wird. Wie aus den MAXWELLSchen Gleichungen herzuleiten ist, ergibt sich  $n$  aus der Beziehung:

$$(2.69) \quad n = \sqrt{\epsilon_r \cdot \mu_r}$$

mit  $\epsilon_r$  - relative Dielektrizitätskonstante  
 $\mu_r$  - relative Permeabilitätskonstante

Hängt die Brechzahl eines Mediums von Zeit und Ort ab, so heißt das Medium inhomogen, und ist die Brechzahl eine Funktion der Frequenz der elektromagnetischen Welle, so nennt man das Medium dispersiv.

Im Gegensatz zu einem monochromatischen Signal pflanzt sich in einem dispersiven Medium ein aus einer Gruppe von Wellen unterschiedlicher Frequenz zusammengesetztes Signal nicht mit der in (2.68) beschriebenen Phasengeschwindigkeit, sondern mit der sogenannten Gruppengeschwindigkeit fort. Die entsprechende Brechzahl heißt Gruppenbrechzahl und ergibt sich aus der Phasenbrechzahl nach der Gleichung von RAYLEIGH (vgl. BOLŠAKOV u. a. 1985, S. 61):

$$(2.70) \quad n_{Gr} = n - \frac{dn}{d\lambda} \cdot \lambda$$

mit  $\lambda$  - Wellenlänge

Die Troposphäre besteht aus einem Gemisch verschiedener Bestandteile, wobei Stickstoff (~80%) und Sauerstoff (~20%) dominieren. In geringen Mengen sind weiterhin unter anderem Edelgase (Argon, Neon, Helium, Krypton, Xenon), Ammoniak, Kohlendioxid, Kohlenmonoxid und Wasserdampf enthalten. Wesentlich für Betrachtungen der Refraktion in der Troposphäre sind drei Konstituenten: Wasserdampf, Kohlendioxid sowie alle übrigen Bestandteile zusammengefaßt. Damit ergeben sich die Gruppenbrechzahl  $n_{Gr}$  bzw. der Gruppenbrechungsindex  $N$  aus folgender empirischen Formel (nach HARTMANN und LEITINGER 1984):

$$(2.71) \quad N = (n_{Gr} - 1) \cdot 10^6 = K_1 \cdot \frac{p}{T} + K_2 \cdot \frac{e}{T} + K_3 \cdot \frac{e}{T^2} + K_4 \cdot \frac{p_{CO_2}}{T}$$

mit  $p$  - Luftdruck (in hPa)  
 $e$  - Wasserdampf - Partialdruck (in hPa)  
 $p_{CO_2}$  - CO<sub>2</sub>- Partialdruck (in hPa)  
 $T$  - Temperatur (in K)

Die Größen  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$  und  $K_4$  sind experimentell zu bestimmende Konstanten. Nach HARTMANN und LEITINGER (1984) besitzt der  $K_4$ -Term einen Anteil an  $N$  von etwa 0,02%. Da andere Faktoren zu größeren Unsicherheiten bei der Bestimmung der Refraktion führen, wird dieser Term in der Regel vernachlässigt. Der erste Term auf der rechten Seite von (2.71) wird oft als "trockener", die Summe von zweitem und drittem Term als "feuchter" Refraktionsanteil bezeichnet. In der Literatur werden eine ganze Reihe von Autoren zitiert, die obige Konstanten für die Berechnung des Brechungsindex empirisch bestimmt haben (vgl. HARTMANN und LEITINGER 1984, dort Tab. 1). Zu den bekanntesten gehören BARRELL und SEARS sowie ESSEN und FROOME. Es wird eingeschätzt, daß nach obiger Formel der Brechungsindex mit einer Genauigkeit von etwa  $\pm 0,5\%$  ermittelt werden kann (HARTMANN und LEITINGER 1984).

Wesentlich ist nun, daß in die Ableitung einer Korrektur der Ausbreitungsgeschwindigkeit elektromagnetischer Wellen stets der mittlere Brechungsindex entlang des gesamten Signalweges eingeht:

$$(2.72) \quad N = \frac{1}{s} \int_{x=0}^{x=s} N(x) dx$$

Bei Verfahren der Satellitengeodäsie durchläuft dabei das Meßsignal die gesamte Vertikalgliederung der Atmosphäre. Da man in der Regel aber nur über Bodenwetterdaten verfügt, muß die in Gl. (2.72) dargestellte integrale Wirkung der Atmosphäre durch zusätzliche Modellannahmen aus diesen Bodenwetterdaten abgeleitet werden. Zu diesen Modellannahmen gehören beispielsweise die Voraussetzung eines hydrostatischen Gleichgewichts sowie Verteilungsgesetze meteorologischer Parameter als Funktion der Höhe.

Da nach dem FERMATschen Prinzip das Signal stets den optisch kürzesten Weg wählt, muß bei variierendem  $N$  entlang des Weges dieser optisch kürzeste Weg nicht mit einer geradlinigen Verbindung zwischen Stand- und Zielpunkt identisch sein. Der Effekt ist daher gesondert zu untersuchen.

Durch eine Reihe von Autoren wurden nun empirische Formeln abgeleitet, die es gestatten, anhand von Werten der Temperatur sowie des Luft- und Dampfdruckes am Bodenpunkt eine Streckenkorrektur  $\Delta s$  zu ermitteln, die durch die Abweichung der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Signale in der Troposphäre von der Lichtgeschwindigkeit hervorgerufen wird. Eine übersichtliche Formel, deren einfache Grundstruktur in den Ansätzen verschiedener Autoren verfeinert wird, besitzt die Form:

$$(2.73) \quad \Delta s = \frac{\Delta s_0}{\cos z} = \frac{\Delta s_0}{\sin h}$$

mit  $\Delta s_0$  - Korrektionswert im Zenit unter Normalbedingungen mit  $\Delta s_0 \sim 2,4$  m  
 $z, h$  - Zenitdistanz bzw. Höhenwinkel

Diese Formel spiegelt den Verlauf der troposphärischen Korrektur bis zu etwa  $z = 80^\circ$  qualitativ richtig wider und ist besonders für Modellrechnungen gut geeignet.

### 2.4.1.1. Troposphärische Refraktionskorrektur für Lichtwellen

Für die troposphärische Refraktionskorrektur  $\Delta s$  (in m) im optischen Bereich (Laserradar) wird die Formel von MARINI und MURRAY verbreitet angewandt und fand auch Eingang in die Standards der internationalen MERIT-Kampagne (vgl. MELBOURNE u. a. 1983):

$$(2.74) \quad \Delta s = \frac{f(\lambda)}{f(\varphi, H)} \frac{A + B}{\sin h + \frac{B}{\sin h} \frac{(A + B)}{\sin h + 0,01}}$$

$$\text{wobei } f(\lambda) = 0,9650 + \frac{0,0164}{\lambda^2} + \frac{0,000228}{\lambda^4}$$

$$f(\varphi, H) = 1 - 0,0026 \cos 2\varphi - 0,00031 H$$

$$A = 0,002357 p + 0,00141 e$$

$$B = 1,084 \cdot 10^{-8} p T K_0 + 4,734 \cdot 10^{-8} \frac{p^2}{T} \frac{2}{(3 - 1/K_0)}$$

$$K_0 = 1,163 - 0,00968 \cos 2\varphi - 0,00104 T + 0,00001435 p$$

mit  $h$  - Höhenwinkel

$\lambda$  - Wellenlänge in  $\mu\text{m}$

$\varphi$  - Breite

$H$  - Höhe in km

$p$  - Luftdruck in hPa

$e$  - Dampfdruck in hPa

$T$  - Temperatur in Kelvin

Die Existenz der Funktion  $f(\lambda)$  weist darauf hin, daß die Troposphäre für Lichtwellen ein dispersives Medium darstellt. Zu (2.74) analoge Formeln wurden unter anderem von SAASTAMOINEN (1972) und NEUBERT (1984) entwickelt. Die Unterschiede dieser drei Modelle betragen bei Höhenwinkeln von mehr als  $10^\circ$  weniger als 1 cm (siehe Abb. 2.13). Diese Größenordnung der Differenz von weniger als 1 cm bei Höhenwinkeln über  $10^\circ$  darf nicht darüber hinwegtäuschen, daß die tatsächlichen Unsicherheiten bei der Bestimmung des Korrektionswertes größer sein können. So ist bei allen drei zitierten Formeln die in (2.72) notwendige Integration durch Modellansätze gelöst worden, in die nur die Boden-

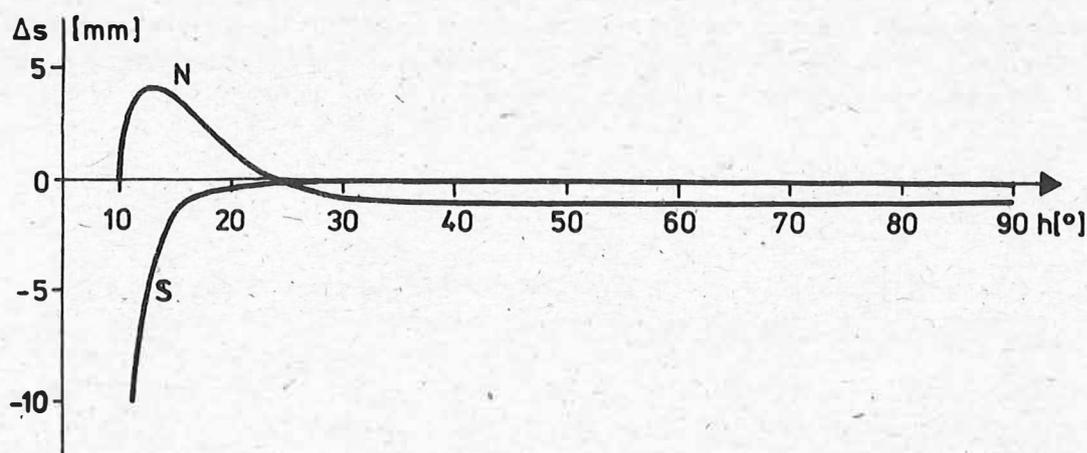


Abb. 2.13: Differenz der Refraktionskorrektur zwischen der Formel von MARINI und MURRAY als Bezug einerseits und den Formeln von SAASTAMOINEN (S) und NEUBERT (N) andererseits in Abhängigkeit vom Höhenwinkel  $h$  (nach NEUBERT 1984).

wetterdaten eingehen. KOLČINSKIJ u. a. (1982) nutzten Radiosondendaten, um aktuelle Werte des Brechungsindex in verschiedenen Höhen zu ermitteln und dann für den Modellfall einer sphärisch-symmetrischen Atmosphäre Gl. (2.72) numerisch zu integrieren. Die Abweichungen in Bezug auf die Formel von MARINI und MURRAY (Gl. 2.74) betragen, gemittelt aus Einzelwerten für jeweils einen Monat, bei einem Höhenwinkel von  $10^\circ$  bis zu 3 cm. ABSHIRE und GARDNER (1985) diskutieren eingehend die Vernachlässigung horizontaler Gradienten des Refraktionsfeldes. Ebenfalls unter Nutzung von Radiosondendaten wird herausgearbeitet, daß dieser Einfluß bei Höhenwinkeln über  $20^\circ$  im Zentimeterbereich bleibt, bei einem Höhenwinkel von  $10^\circ$  jedoch 5 cm erreichen kann (vgl. Abb. 2.14).

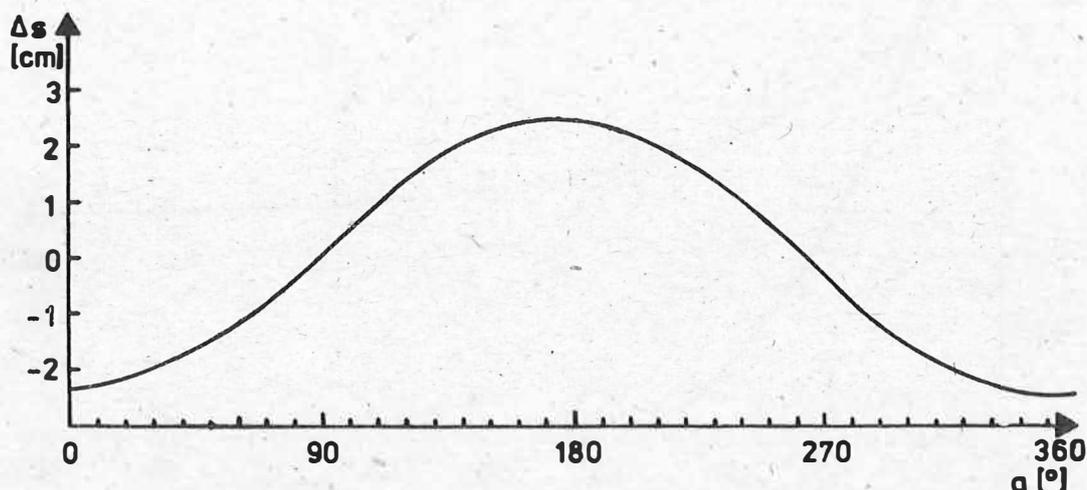


Abb. 2.14: Fehler  $\Delta s$  der troposphärischen Korrektur bei einem Höhenwinkel von  $10^\circ$  wegen horizontaler Gradienten der Atmosphärenparameter in Abhängigkeit vom Azimut  $\alpha$  (nach ABSHIRE und GARDNER 1985).

Von besonderer Bedeutung ist natürlich auch die Frage, welchen Einfluß eine Änderung von  $p$ ,  $T$  und  $e$  auf den Korrektionswert  $\Delta s$  in Gl. (2.74) besitzen. Eine entsprechende Darstellung dieser Effekte in Abhängigkeit vom Höhenwinkel enthält Abb. 2.15, in der die entsprechenden totalen Differentiale dargestellt sind. Etwaige Abweichungen der meteorologischen Parameter vom Sollwert können dabei sowohl als Modellfehler als auch als Meßfehler interpretiert werden. So läßt Abb. 2.15 die Schlußfolgerung zu, daß bis zu Höhenwinkeln von  $10^\circ$  herab die Temperaturmessung auf 1 K, die Luftdruckmessung auf 0,5 hPa und die Bestimmung der relativen Luftfeuchte auf 30% genau sein müssen, um einen Fehlereinfluß von jeweils 1 cm nicht zu überschreiten. Besonders hinzuweisen ist an dieser Stelle auf den relativ geringen Einfluß der Luftfeuchte.

Den Einfluß der nichtgeradlinigen Signalausbreitung untersuchten KOLČINSKIJ u. a. (1982) ebenfalls anhand von Radiosondendaten. Sie konnten zeigen, daß der Effekt bei  $15^\circ$  Höhe die Größe von 1 cm erreicht und bei  $10^\circ$  Höhe etwa 3 cm beträgt.

Der bereits angesprochene Dispersionseffekt führt dazu, daß sich die Refraktionskorrektur für einen Rubinlaser ( $\lambda = 694$  nm) von der eines Neodym-Yag-Lasers ( $\lambda = 532$  nm) unterscheidet. Setzt man die entsprechenden Wellenlängen in Formel (2.74) ein, so ergibt sich, daß die Differenz der Refraktionskorrektur etwa 3% des Gesamtbetrages ausmacht, vgl. Abb. 2.16. Es gibt Versuche, diesen Dispersionseffekt zur Bestimmung und damit zur Elimination des wirksamen Refraktionseinflusses zu nutzen, indem man gleichzeitig auf zwei Wellenlängen mißt. Derartige praktische Experimente

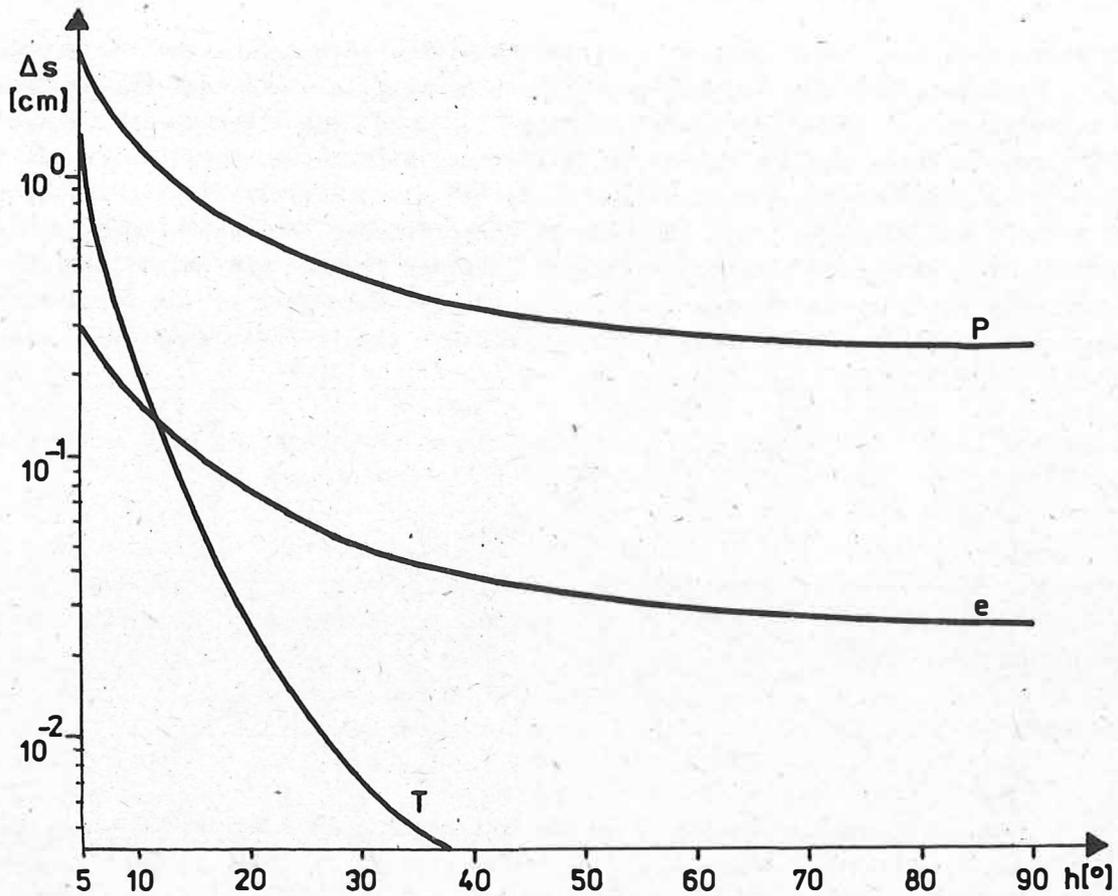


Abb. 2.15: Änderung der troposphärischen Korrektur für Lichtwellen bei Änderung des Luftdruckes  $p$  um 1 hPa, des Dampfdruckes  $e$  um 1 hPa ( $\hat{=}$  Änderung der relativen Luftfeuchte um etwa 5%) und der Temperatur  $T$  um 1 K.

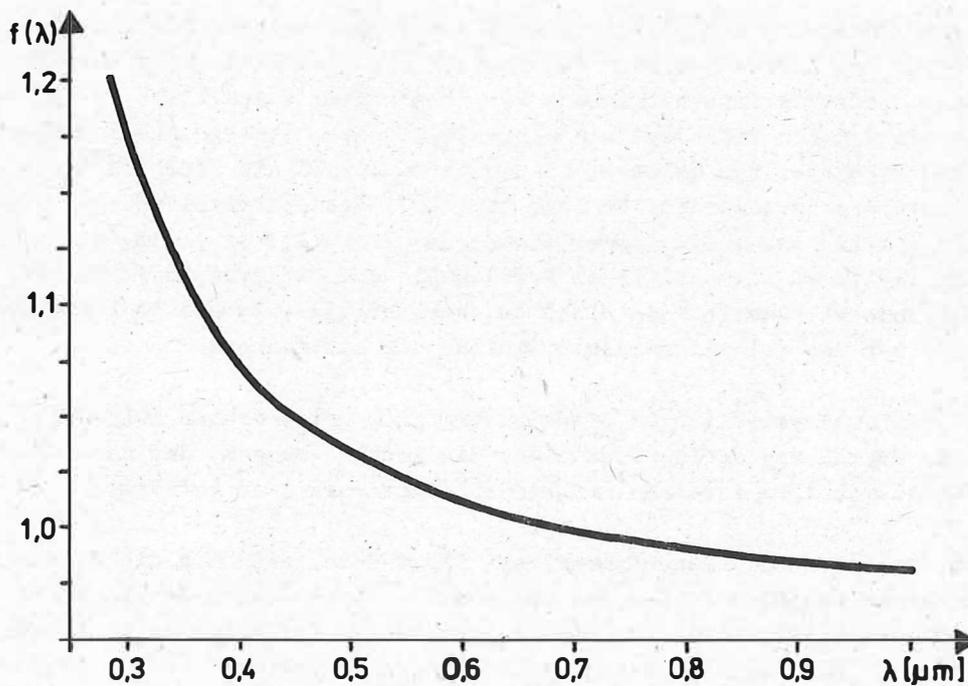


Abb. 2.16: Relative Änderung der Refraktionskorrektur für Lichtwellen in Abhängigkeit von der Wellenlänge  $\lambda$ . Rubinlaser mit  $\lambda = 0,694 \mu\text{m}$  erhalten für  $f(\lambda)$  den Wert 1.

mit Laserradargeräten haben nach terrestrischen Zielen bereits stattgefunden (z. B. HAMAL u. a. 1984a, ABSHIRE und GARDNER 1985). ABSHIRE und GARDNER erreichten dabei eine Genauigkeit von  $\pm 0,5$  mm für die Differenz der mit zwei Wellenlängen ( $\lambda_1 = 532$  nm,  $\lambda_2 = 355$  nm) ermittelten Streckenlänge. Damit wäre es möglich, den Refraktionseffekt auf etwa  $\pm 0,5$  cm genau zu ermitteln. Perspektivisch erhofft man, diese Experimentalmessungen zu erfolgreichen Satellitenbeobachtungen weiterentwickeln zu können, und prägte für derartige Instrumente den Begriff "Geräte der 4. Generation".

#### 2.4.1.2. Tropospärische Refraktionskorrektur für Mikrowellen

Auch für die Refraktion im Mikrowellenbereich wurden praktische Formeln entwickelt, die es gestatten, aus Bodenmessungen von T, p und e die tropospärische Korrektur  $\Delta s$  zu berechnen. Aufbauend auf grundlegenden Untersuchungen von HOPFIELD (1969) haben HOPFIELD selbst (1972, 1976, 1978) sowie YIONOULIS (1970), MOFFETT (1971) und BLACK (1978) durch verschiedene Vereinfachungen praktische Formeln entwickelt. Unabhängig davon erarbeitete auch SAASTAMOINEN (1972) eine empirische Formel, für die ebenfalls vereinfachte Formen existieren (z. B. KOUBA u. a. 1974).

In der Praxis vielfach angewandt werden die nachfolgenden drei Formeln, in denen sich  $\Delta s$  stets mit der Maßeinheit Meter ergibt. Das so bezeichnete HOPFIELD-Modell (vereinfacht durch MOFFETT) hat die Form (KOUBA 1979):

$$(2.75) \quad \Delta s = \frac{K_d}{\sin \sqrt{h^2 + 6,25}} + \frac{K_w}{\sin \sqrt{h^2 + 2,25}}$$

$$\text{wobei } K_d = 155,2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{p}{T} h_d$$

$$K_w = 155,2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{4810 e}{T^2} h_w$$

$$h_d = 40136 + 148,72 (T - 273,16)$$

$$h_w = 11\ 000$$

mit h - Höhenwinkel (in Grad)

p - Luftdruck (in hPa)

T - Temperatur (in °K)

e - Wasserdampfpartialdruck (in hPa)

Als BLACKs Approximation des HOPFIELD-Modells wird die nachfolgende Formel bezeichnet (KOUBA 1979):

$$(2.76) \quad \Delta s = K_d \left[ f(h, h_d, l_c) - b(h) \right] + K_w \left[ f(h, h_w, l_c) - b(h) \right]$$

$$\text{wobei } f(h, h_d, l_c) = \frac{1}{\sqrt{1 - \left( \frac{\cos h}{1 + \frac{h_d}{R} (1 - l_c)} \right)^2}}$$

$$f(h, h_w, l_0) = \frac{1}{\sqrt{1 - \left( \frac{\cos h}{1 + \frac{h_w}{R} (1 - l_0)} \right)^2}}$$

$$l_0 = 0,833 + [0,076 + 0,00015 (T - 273)] \cdot \exp(-0,3 h)$$

$$b(h) = \frac{1,92}{(h^2 + 0,6)} \quad \text{Korrektur wegen nichtgeradliniger Signalausbreitung}$$

mit  $R$  - Radius der Station

Die übrigen Symbole entsprechen Gl. (2.75).

Die Formel von SAASTAMOINEN (1972) kann folgendermaßen dargestellt werden:

$$(2.77) \quad \Delta s = \frac{A}{\cos z'} \left[ p + \left( \frac{1255}{T} + 0,05 \right) e - B \tan^2 z' \right] + \sigma$$

mit  $A = 0,002277 (1 + 0,0026 \cos 2\gamma + 0,00028 H)$

$B = 1,154867 - 0,155138 H + 0,0073994 H^2$

$\sigma$  - tabellierter Korrektionsterm (für  $z < 70^\circ$  ist  $\sigma < 1$  cm)

$z'$  - scheinbare Zenitdistanz

$\gamma$  - Breite der Station

$H$  - Höhe (in km)

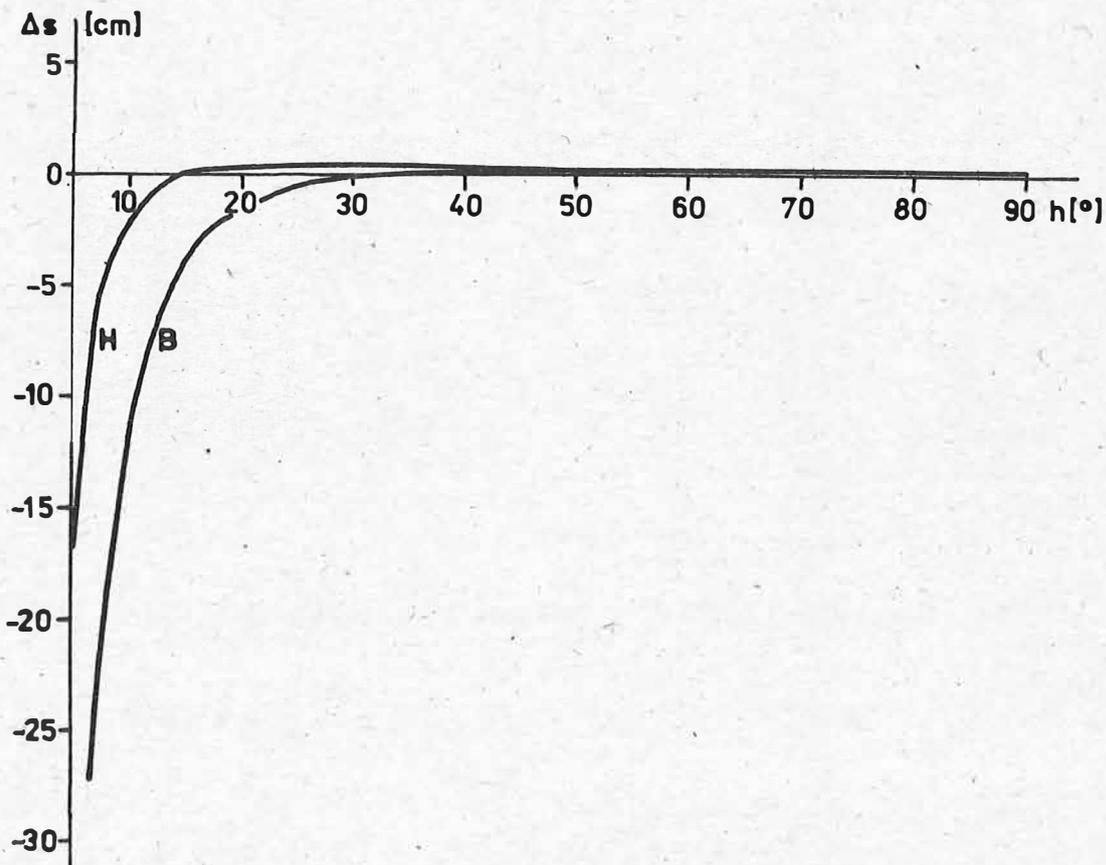


Abb. 2.17: Differenz der Refraktionskorrektur zwischen der Formel (2.77) von SAASTAMOINEN als Bezug einerseits und den Formeln (2.75) von HOPFIELD (H) und (2.76) von BLACK (B) andererseits in Abhängigkeit vom Höhenwinkel  $h$ .

Einen Vergleich der Formeln (2.75) bis (2.77) ermöglicht Abb. 2.17, bei der die Differenzen des vereinfachten HOPFIELD-Modells nach (2.75) sowie BLACKs Formel nach (2.76) gegenüber dem SASTAMOINEN-Modell (2.77) in Abhängigkeit vom Höhenwinkel für Standardbedingungen dargestellt sind. Es zeigt sich, daß bei einem Höhenwinkel  $h$  von  $10^\circ$  bereits Differenzen von 10 cm auftreten, d. h. die Unterschiede zwischen den verschiedenen Modellen sind um etwa eine Größenordnung größer als entsprechende Werte im optischen Bereich (Abb. 2.13).

Analog zu Abb. 2.15 ist in Abb. 2.18 zusammengestellt, welchen Einfluß Änderungen der meteorologischen Parameter auf den Betrag der troposphärischen Korrektur besitzen. Hier wird deutlich, daß der Einfluß des Dampfdruckes wesentlich größer ist als bei Lichtwellen. Obwohl der feuchte Term nur etwa 10% des Betrages des trockenen Anteils der Refraktionskorrektur ausmacht, stellt er doch den größten Unsicherheitsfaktor dar. Das betrifft nicht nur die Genauigkeit der Bodenmessung, sondern vor allem auch die Verteilung des Wasserdampfes entlang des Signalweges. Diese Verteilung ist im Gegensatz zu Luftdruck und Temperatur nur schwer durch Modelle faßbar. Dieser Sachverhalt hat dazu geführt, daß vielfach bei der Auswertung von Satellitenmessungen im Mikrowellenbereich ein zusätzlicher Parameter eingeführt wird. Es ist ein Maßstabsfaktor für die troposphärische Korrektur (engl. tropospheric scaling parameter), der seine einfache Form dem Umstand verdankt, daß trockener und feuchter Anteil durch annähernd gleiche funktionale Abhängigkeit vom Höhenwinkel gekennzeichnet sind.

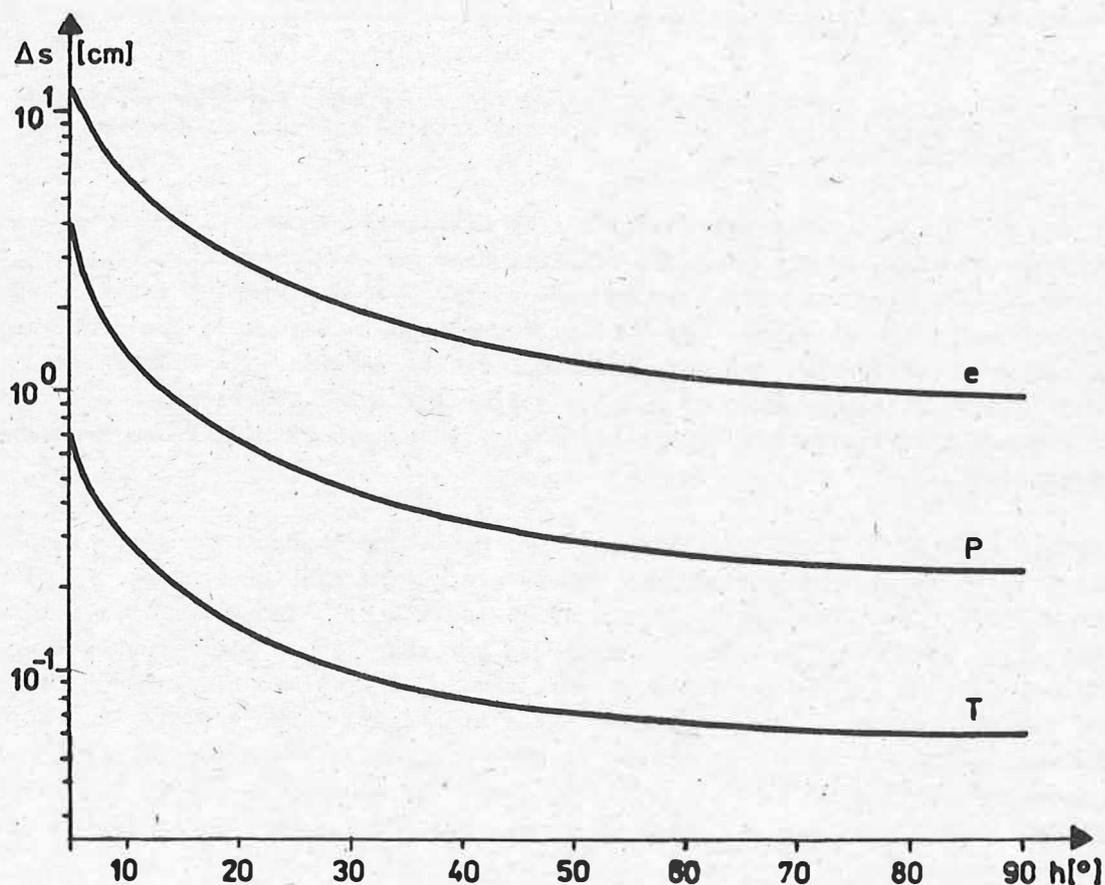
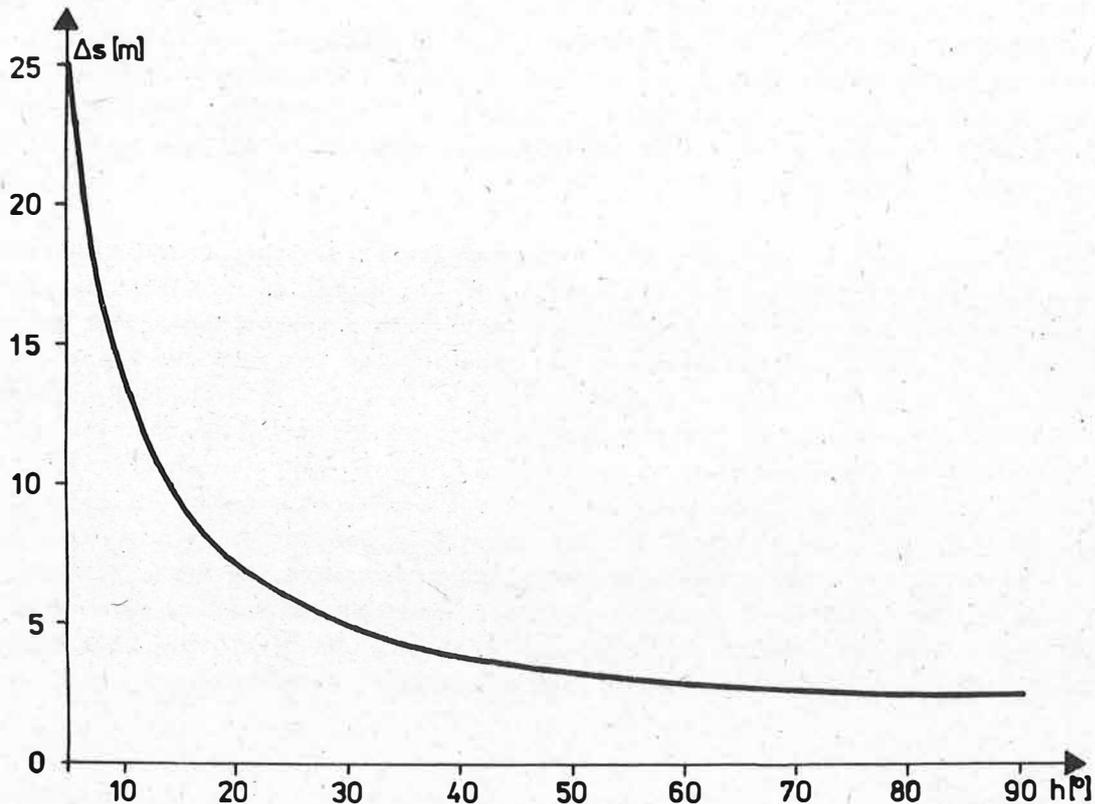


Abb. 2.18: Änderung der troposphärischen Korrektur für Mikrowellen bei Änderung des Luftdruckes  $p$  um 1 hPa, des Dampfdruckes  $e$  um 1 hPa ( $\hat{=}$  Änderung der relativen Luftfeuchte um etwa 5%) und der Temperatur  $T$  um 1 K.

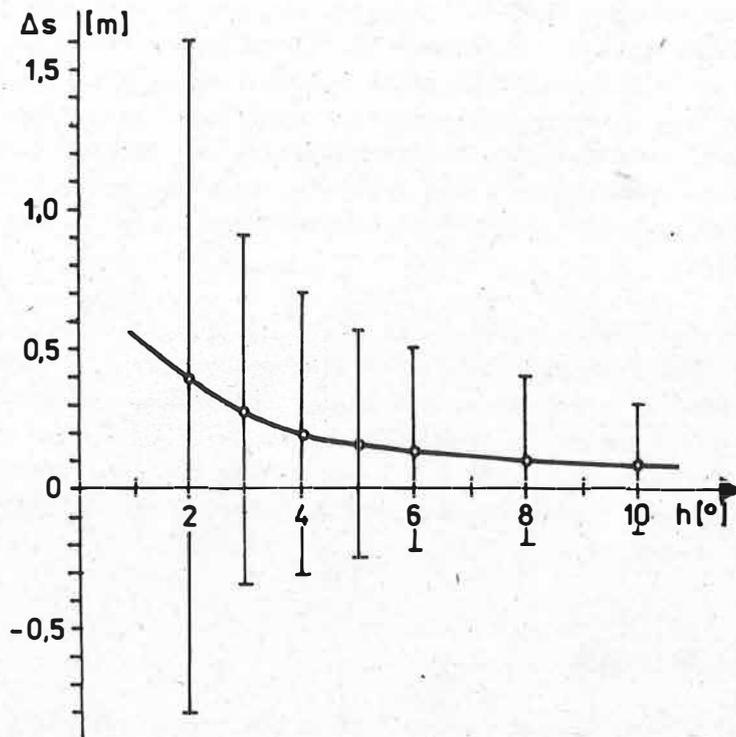


**Abb. 2.19:** Betrag der troposphärischen Refraktionskorrektur bei Mikrowellen in Abhängigkeit vom Höhenwinkel  $h$  unter Standardbedingungen (Formel von SAASTAMOINEN).

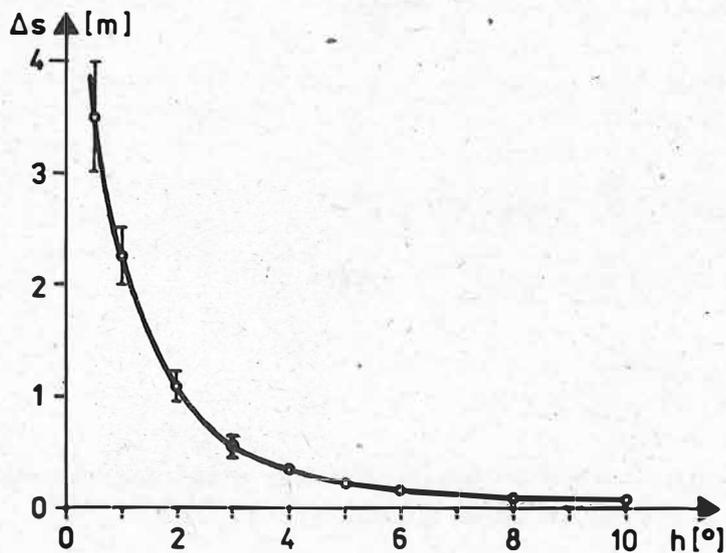
Bei den Verfahren der Satellitengeodäsie im Mikrowellenbereich ist häufig solange ein Datengewinn möglich, wie sich der Satellit über dem Horizont befindet. Aus diesem Grund ist die Frage von wesentlicher Bedeutung, wie groß der Einfluß der Troposphäre und daraus resultierende Fehler der Laufzeitkorrektur insbesondere bei geringen Höhenwinkeln sind. Betrachtet man zunächst den Korrekturbetrag als Funktion des Höhenwinkels (Abb. 2.19), so erkennt man das starke Anwachsen des Betrages bei geringen Höhen, der bei  $10^\circ$  bereits das Fünffache und bei  $5^\circ$  nahezu das Zehnfache des Zenitwertes erreicht.

HOPFIELD (1978) hat durch Vergleich mit aus Radiosondenaufstiegen gewonnenen Daten das Refraktionsverhalten bei niedrigen Höhenwinkeln gründlich untersucht. In Abb. 2.20 ist die Differenz zwischen troposphärischer Korrektur nach dem HOPFIELD-Modell und nach aktuellen Parametern aus Sondenaufstiegen dargestellt. Da eine größere Menge von Daten zur Verfügung stand, konnten auch Streubereiche für diese Differenzen angegeben werden. Danach wird deutlich, daß bei  $10^\circ$  Höhe eine systematische Differenz von etwa 10 cm festzustellen ist (das entspricht in etwa auch den Differenzen zwischen verschiedenen Formeln - Abb. 2.17), die Streuung der Einzelwerte aber etwa 20 cm beträgt. Für  $5^\circ$  Höhe ergibt sich ein entsprechender Wert von etwa 16 cm für die systematische Abweichung, die Streuung aber erreicht hier bereits 40 cm.

Als zweite wesentliche Einflußgröße bei niedrigen Höhenwinkeln ist die bereits angesprochene nichtgeradlinige Signalausbreitung zu nennen. HOPFIELD (1978) hat auch diesen Effekt unter Nutzung von Daten aus Radiosondenaufstiegen gründlich untersucht



**Abb. 2.20:** Differenz  $\Delta s$  zwischen troposphärischer Korrektur nach Formel aus Bodewetterdaten und troposphärischer Korrektur unter Nutzung aktueller Parameter aus Radiosondenaufstiegen in Abhängigkeit vom Höhenwinkel  $h$  (nach HOPFIELD 1978). Die Standardabweichung der Einzelwerte ist jeweils eingezeichnet.



**Abb. 2.21:** Änderung der Weglänge  $\Delta s$  des Signals wegen nichtgeradliniger Ausbreitung in Abhängigkeit vom Höhenwinkel  $h$  (nach HOPFIELD 1978). Die Standardabweichung der Einzelwerte ist eingezeichnet.

(Abb. 2.21). Es zeigt sich, daß er bei  $10^\circ$  Höhe etwa 10 cm und bei  $5^\circ$  Höhe rund 20 cm beträgt. Obwohl die Streuung wesentlich geringer ist als beim in Abb. 2.20 diskutierten Effekt, und er beispielsweise in der Formel (2.76) durch den empirischen  $b(h)$ -Term zumindest teilweise im Modell berücksichtigt wird, trägt er doch zur Unsicherheit der Refraktionskorrektur bei niedrigen Höhenwinkeln bei. Daher bestätigen die in den Abbildungen 2.20 und 2.21 dargestellten Sachverhalte die von BROUWER (1985) für VLBI-Auswertungen getroffene Feststellung, daß Meßwerte unterhalb von  $10^\circ$  Höhe "suspekt" sind und Daten unter  $5^\circ$  Höhe für geodätische Auswertungen unter keinen Umständen zugelassen werden sollten.

Ein entscheidender Genauigkeitserfolg für die Ermittlung des troposphärischen Refraktionseinflusses bei Messungen im Mikrowellenbereich ist erst durch den Einsatz von Wasserdampf-Radiometern erreichbar, die in der Lage sind, den integralen Wasserdampfgehalt entlang des Signalweges direkt zu messen (vgl. WARE u. a. 1985). Diese Geräte sind zwar sehr teuer, aber erst durch sie ist es möglich, das bei modernen Verfahren der Satellitengeodäsie vorhandene Genauigkeitspotential vollständig auszuschöpfen.

#### 2.4.2. Ionosphärische Refraktion

Die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen wird nicht nur im erdnahen neutralen Teil der Atmosphäre, der Troposphäre, sondern auch in der durch Ionisation der Gase charakterisierten hohen Atmosphäre, der Ionosphäre, beeinflusst. Von wesentlicher Bedeutung ist die Tatsache, daß die Ionosphäre für Mikrowellen ähnlich wie die Troposphäre für Lichtwellen ein dispersives Medium darstellt. Die ionosphärische Refraktion hängt dabei neben der Frequenz von der Elektronendichte ab. Die Phasenbrechzahl beträgt (WELLS 1974):

$$(2.78) \quad n = n(f, \underline{x}, t) = \sqrt{1 - \frac{81 N(\underline{x}, t)}{f^2}}$$

mit  $f$  - Frequenz

$\underline{x}$  - Ort

$t$  - Zeit

$N$  - Elektronendichte (in Elektronen /  $m^3$ )

Wird (2.78) in eine Reihe entwickelt, so ergibt sich:

$$(2.79) \quad n = 1 + \frac{c_1}{f^2} + \frac{c_2}{f^4} + \dots$$

wobei die  $c_i$  Funktionen der Elektronendichte, aber nicht der Frequenz sind. Die Streckenkorrektur ergibt sich daraus schließlich zu (WELLS 1974):

$$(2.80) \quad \Delta s = \int_{x=0}^{x=s} (n - 1) dx = \frac{b_1}{f^2} + \frac{b_2}{f^3} + \dots$$

wobei auch die  $b_i$  unabhängig von der Frequenz sind. Es dominiert in der Gleichung (2.80) deutlich das Glied mit den Koeffizienten  $b_1$ . Tab. 2.8 zeigt einen Maximalwert

Tab. 2.8: Maximaler Betrag der ionosphärischen Refraktionskorrektion  $\Delta s$  in Meter in Abhängigkeit von der Frequenz  $f$  und dem Höhenwinkel  $h$  (nach BROUWER 1985)

$f$ [GHz] \ $h$ [°]	90	40	10	2
8,1	0,4	0,6	1,0	1,2
5,0	1,0	1,5	2,6	2,9
2,3	4,9	6,9	12,4	13,7
0,4	162	230	409	452
0,15	1150	1640	2910	3210

von  $\Delta s$  in Abhängigkeit von Frequenz und Höhenwinkel. Hier wird deutlich, wie stark der Übergang auf höhere Frequenzen den Einfluß der ionosphärischen Refraktion verringert.

Durch die Messung auf zwei Frequenzen läßt sich unter Vernachlässigung der Glieder höherer Ordnung der  $b_1$ -Term ermitteln und dadurch eliminieren. Das wird sowohl bei den Satelliten des NNSS (150 und 400 MHz) als auch beim GPS (1,23 und 1,58 GHz) angewandt. In der Regel wird schon durch die Meßelektronik der Effekt bestimmt, so daß bereits entsprechend korrigierte Werte aufgezeichnet werden. Nach Aussagen verschiedener Autoren (z. B. WELLS 1974, HARTMANN und LEITINGER 1984) beträgt der Einfluß der Glieder höherer Ordnung in Gl.(2.80) etwa 1% vom  $b_1$ -Hauptglied, dessen Wirkung durch das geschilderte Verfahren eliminiert werden kann.

Zweifellos bilden diese Restfehler eine der entscheidenden Genauigkeitsgrenzen bei der Nutzung des NNSS. So konnten TSCHERNING und GOAD (1985) eine eindeutige Korrelation von Fehlern in den mittels Dopplermessungen zu NNSS-Satelliten bestimmten Punkthöhen und der Sonnenaktivität nachweisen, wobei die Sonnenaktivität ihrerseits den Elektronengehalt der Ionosphäre entscheidend beeinflusst. Versuche, durch bestimmte Modelle die ionosphärischen Effekte höherer Ordnung rechnerisch zu berücksichtigen (vgl. CLYNCH und RENFRO 1982), führten nicht zu signifikant besseren Ergebnissen (SCHENKE 1984). Grundsätzliche Verbesserungen sind hier nur durch den Übergang in höhere Frequenzbereiche (GHz-Region) zu erzielen.

Hinzuweisen ist noch auf die Tatsache, daß der Elektronengehalt in der Hochatmosphäre neben der Abhängigkeit von der Sonnenaktivität auch deutliche Schwankungen mit Jahres- und Tagesperiode besitzt (BLACK 1978). So bestehen im Sommer bzw. nachts Minima und im Winter bzw. am Tage entsprechende Maxima. Dadurch kann man beispielsweise davon ausgehen, daß Nachtmessungen geringere ionosphärisch bedingte Restfehler aufweisen als Tagmessungen.

### 2.4.3. Zentrierung der Meßwerte

#### 2.4.3.1. Reduktion am Standpunkt

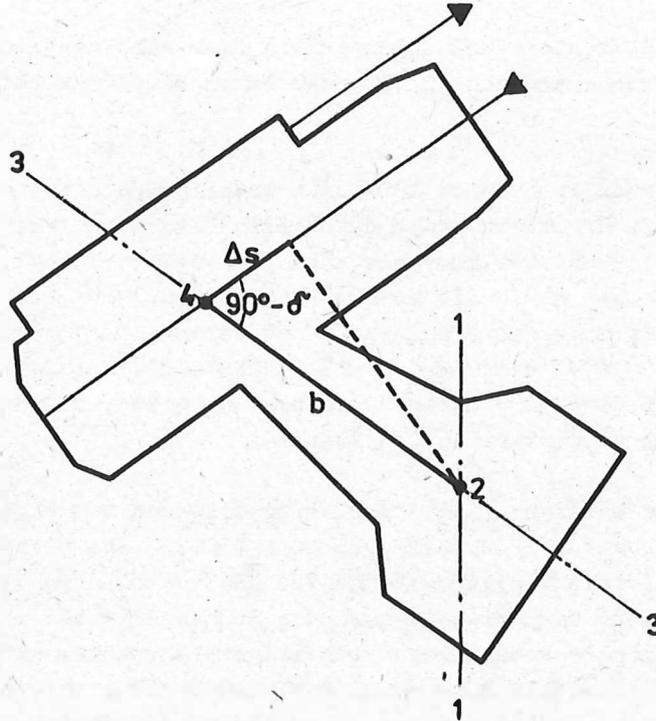
Die gemessenen Größen sollten stets auf geometrisch wohldefinierte Punkte bezogen werden. Bei Laserentfernungsmessungen mit einer zweiachsigen Montierung wird man als Bezugspunkt am Instrument zweckmäßigerweise den Schnittpunkt der beiden Achsen wählen,

weil sich dieser Punkt in seiner Position bei beliebiger Achsstellung nicht verändert, und ein Bezug der Messungen auf diesen Punkt kann bereits im Rahmen der Kalibrierungsmessungen erfolgen.

Komplizierter ist die Situation bei einer vierachsigen Montierung. Auch hier bildet der Schnittpunkt von erster und zweiter Achse den Bezugspunkt. Da jedoch die vierte Achse (Kleinkreisapproximation) nicht um die erste Achse bewegt wird, tritt hier in Abhängigkeit vom Winkel  $\sigma$  ein Korrektionsbetrag auf (Abb. 2.22):

$$(2.81) \quad \Delta s = b \sin \sigma$$

mit  $b$  - Abstand zwischen 2. und 4. Achse ( $b = 0,97$  m am SBG)



**Abb. 2.22:** Reduktion  $\Delta s$  der gemessenen Strecke bei Laserentfernungsmessungen mit dem Satellitenbeobachtungsgerät SBG (nach MAREK 1975). Die vier Achsen sind durch Zahlen benannt.

Bei den Laserentfernungsmessungen in Potsdam ist dieser Korrektionsbetrag von Anfang an (siehe MAREK 1975) in Betracht gezogen worden und wird bei der Datenreduktion unmittelbar nach der Messung eines Durchganges bereits angebracht.

Der instrumentelle Bezugspunkt sollte nun seinerseits an einen fest vermarkten geodätischen Punkt angeschlossen werden. Diese Forderung ist notwendig, um beispielsweise ungewollte Verrückungen des Instrumentes - etwa bei Wartungsarbeiten - erfassen zu können. Unabdingbar wird sie bei der Nutzung mobiler Laserentfernungsmesssysteme, die nur gewisse Zeiträume auf den jeweiligen Standpunkten messen.

Derartige Anschlußmessungen können durchaus vermessungstechnisches Geschick verlangen. So war bei entsprechenden Messungen in Potsdam zu berücksichtigen, daß der instrumentelle Bezugspunkt selbst in der Luft liegt und nur indirekt über die Geräte-

achsen erfassbar war und daß aus Sichtbarkeitsgründen weitere exzentrische Zwischenpunkte eingeschaltet werden mußten. Im Ergebnis dieser Messungen konnten die instrumentellen Bezugspunkte aller kosmisch-geodätischen Instrumente (SBG, Dopplerempfänger, PZT, Astrolab) auf den Hauptpfeiler des Helmertturmes bezogen werden (Tab. 2.9). Der Pfeiler selbst ist zwar seinerseits bei der Aufstellung des SBG abgetragen worden, aber im Gelände sind alte Sicherungspunkte vorhanden, die hier einbezogen werden konnten.

**Tab. 2.9:** Ergebnis der Zentrierungsmessungen der Station Potsdam, wie sie für die MERIT-Kampagne gemeldet wurden. Die relativen Koordinaten sind dabei sowohl in einem rechtwinkligen, geozentrisch orientierten XYZ-System als auch in einem Horizontsystem mit Höhen-, Nord- und Ostkomponente angegeben.

Objekt	dX [m]	dY [m]	dZ [m]	dh [m]	dN [m]	dE [m]	Bezugspunkt
Referenzpunkt	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	HELMERT-Turm (alter Mittelpfeiler)
SBG-Laser	- 0,073	- 0,021	- 0,050	- 0,086	+ 0,030	- 0,004	Schnittpunkt von 1. und 2. Achse
Doppler 1	+76,564	+49,285	-69,797	- 2,960	-110,506	+30,698	Antennenphasenzentrum (bis Dez. 1983)
Doppler 2	-30,042	-79,871	+45,246	+ 6,954	+65,102	-71,011	Antennenphasenzentrum (ab Jan. 1984)
PZT	+18,205	-23,524	-28,355	-14,882	-27,142	-27,031	Schnittpunkt Vertikalachse/Bildebene
Astrolab	+ 7,111	-21,045	-22,570	-16,554	-15,494	-22,108	Schnittpunkt Drehachse/opt. Achse des Objektivs

Die gründliche Durchführung und Kontrolle derartiger Zentrierungsmessungen bildet eine wesentliche Voraussetzung dafür, daß die mit hohem Aufwand gewonnenen Daten ordnungsgemäß weiterverarbeitet und ihr Informationsgehalt voll ausgeschöpft werden kann. Betrachtet man dahingehend die für die internationale MERIT-Kampagne durch die Stationen erstellten Informationen, die sogenannten STATION SUMMARY SHEETS, so werden leider in vielen Fällen Mängel offensichtlich.

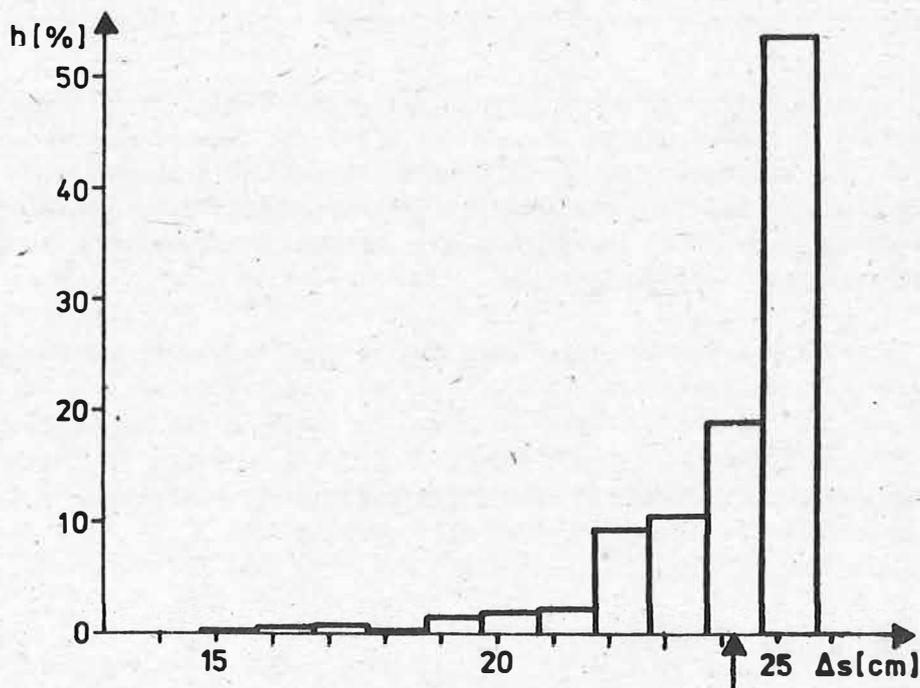
Bei der Durchführung von Dopplermessungen wird der instrumentelle Bezugspunkt durch eine Markierung an der Antenne gebildet, wobei die Ermittlung eines eventuellen Korrektionswertes auf das tatsächliche Phasenzentrum der Antenne durch entsprechende Kalibrierungsmessungen möglich ist (vgl. Abschnitt 2.3.2.4.). Wegen der hohen Mobilität der Dopplermessungsausrüstung ist natürlich eine Einmessung der Dopplerantenne auf entsprechende im Gelände vermarkte geodätische Bezugspunkte unerlässlich.

#### 2.4.3.2. Reduktion am Zielpunkt

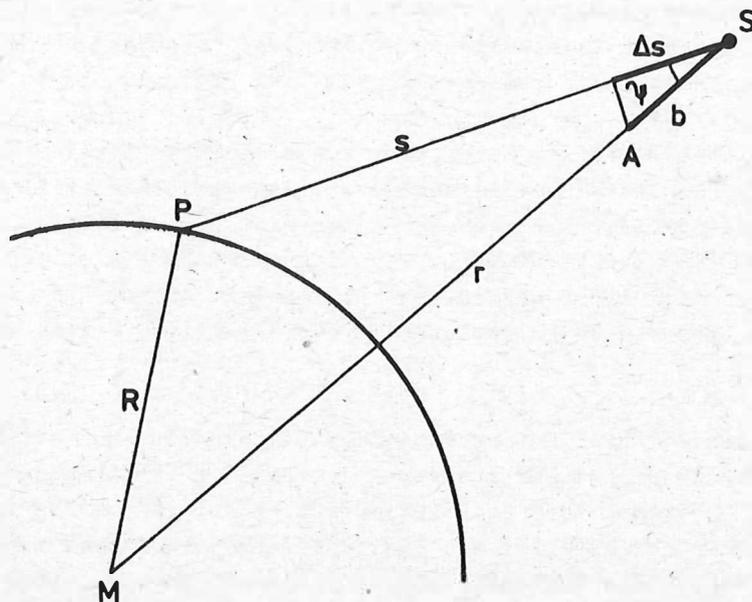
Auch bei den Zielpunkten, d. h. den Satelliten, müssen die gemessenen Größen auf wohldefinierte Punkte reduziert werden. Wegen der breiten Anwendung dynamischer Verfahren wird als Referenzpunkt beim Satelliten in der Regel der Schwerpunkt verwendet, da für

ihn selbst die Bewegungsgleichungen gelten. Bei kinematischen Verfahren, wie sie beispielsweise bei der Auswertung von Dopplermessungen zur Anwendung gelangen, wird teilweise auch auf eine Reduktion verzichtet, so daß hier die Position der Antenne den Bezug bildet.

Relativ einfach ist die Massenmittelpunktsreduktion bei den kugelförmigen Satelliten für Laserentfernungsmessungen, zu denen LAGEOS gehört. Wäre ein solcher Satellit streng sphärisch und auf der gesamten Oberfläche gleichmäßig reflektierend (z. B. verspiegelt), so würde jeder Meßimpuls genau von dem Punkt der Kugeloberfläche zum Instrument reflektiert, der auf der Verbindungslinie Instrument - Massenmittelpunkt liegt. Diese Entfernungsmessung müßte genau um einen Kugelradius korrigiert werden. Bei einem derartigen Satelliten wären jedoch extrem geringe Signalstärken für das reflektierte Signal am Meßpunkt zu erwarten. Aus diesem Grund wird die Oberfläche des Satelliten mit einer Anzahl von Prismen ausgestattet, die die Eigenschaft besitzen, einen einfallenden Strahl stets in sich selbst zu reflektieren. Dadurch sind auch Prismen an der Reflektion des Signals beteiligt, die nicht unmittelbar auf der Achse Instrument - Massenmittelpunkt liegen. Im Ergebnis dieses Zusammenwirkens vieler Prismen, die strenggenommen vom Instrument verschieden weit entfernt sind, tritt eine Impulsverbreiterung ein, und der notwendige Korrektionsbetrag ist geringer als der Kugelradius. Der Korrektionsbetrag wird weiterhin auch dadurch geringer, daß die Prismen in die Kugeloberfläche eingelassen sind. Da es nur eine endliche Anzahl von Prismen gibt, treten außerdem Abhängigkeiten von der Orientierung des Satelliten auf. Nach DEGNAN (1985) ergaben Messungen, die an LAGEOS vor dem Start durchgeführt wurden, einen mittleren Korrektionswert von 24,9 cm mit Schwankungen dieses Wertes in Abhängigkeit von der Orientierung des Satelliten und anderen technischen Parametern im Bereich weniger Millimeter. Als Standardwert bei der MERIT-Auswertung (vgl. MELBOURNE u. a. 1983) wurde der durch Untersuchungen von ARNOLD (1978) ermittelte Betrag akzeptiert, gerundet auf 24 cm (siehe Abb. 2.23).



**Abb. 2.23:** Reflektivitätshistogramm von LAGEOS für die Wellenlänge  $\lambda = 532$  nm. Es gibt die relative Intensität  $h$  der Prismen an, die um den Abstand  $\Delta s$  näher am messenden Instrument sind als der Schwerpunkt. Der Pfeil markiert den resultierenden Mittelwert (nach ARNOLD 1978).



**Abb. 2.24:** Skizze zur Massenmittelpunktsreduktion  $\Delta s$  bei gravitationsstabilisierten Satelliten (S: Schwerpunkt, A: Antenne bzw. Reflektor,  $b = \overline{SA}$ )

Neben den Kugelsatelliten sind die gravitationsstabilisierten Satelliten von Bedeutung, bei denen sich Reflektorfeld (Laser) bzw. Antenne (Doppler) stets auf einer Geraden befinden, die durch Schwerpunkt des Satelliten und Geozentrum gebildet wird. Reflektorfeld bzw. Antenne sind dadurch stets der Erde zugewandt. Aus Abb. 2.24 wird deutlich, daß der wirksame Korrektionsbetrag eine Funktion des Winkels  $\psi$  ist und daß dieser Winkel durch den Abstand  $r$  des Satelliten vom Geozentrum, den Stationsradius  $R$  und die Strecke  $s$  ausgedrückt werden kann:

$$(2.82) \quad \Delta s = b \cos \psi = -b \frac{R^2 - s^2 - r^2}{2rs}$$

Der Abstand  $b$  beträgt bei den alten Satelliten des NNSS 1,0 m, bei denen des NOVA-Typs 0,7 m. Bei der Reduktion von Laserentfernungsmessungen zum Satelliten GEOS-C beträgt  $b$  etwa 1,3 m. Hier jedoch ist die Reduktionsgleichung (2.82) noch verfeinert, da das Reflektorfeld ringförmig um die gravitationsstabilisierte Achse angebracht ist (vgl. MELBOURNE u. a. 1983). Allerdings besitzt in diesem Fall die Massenmittelpunktsreduktion eine deutlich größere Streuung als die für einen kugelförmigen Satelliten (EGGER 1985).

## 2.5. Modellwahl, Modelloptimierung und Modellbewertung

### 2.5.1. Zur Klassifizierung satellitengeodätischer Verfahren

Es ist in mehrfacher Hinsicht zweckmäßig, wenn man die Vielzahl der verschiedenen Möglichkeiten, mittels künstlicher Erdsatelliten Koordinaten zu bestimmen, nach bestimmten Kriterien zu ordnen versucht. Für diese Problematik gibt es unterschiedliche Herangehensweisen.

So kann man das Meßprinzip in den Vordergrund stellen und damit beispielsweise

zwischen Impulsmeßverfahren (Laser) und Phasendifferenzmeßverfahren (Doppler) unterscheiden. Geht man von der verwendeten Frequenz im elektromagnetischen Spektrum aus, so ist eine Unterteilung nach Lichtwellen- und Mikrowellenverfahren möglich. In Abhängigkeit von der Zeitdauer, die zwischen Messung und Ergebnis liegt, kann man Verfahren als operativ oder nichtoperativ bezeichnen. Wesentliche Unterschiede bestehen auch darin, ob man global verteilte Daten, Daten aus einem regionalen Bereich oder von Einzelpunkten zur Koordinatenbestimmung nutzt. Eine zentrale Stellung für die Einteilung satellitengeodätischer Verfahren jedoch nimmt das jeweilige Modell für die Beschreibung der Satellitenpositionen ein, und hiervon ausgehend sollen nachfolgend verschiedene Verfahren diskutiert werden. Zusätzlich dazu können dann die bereits genannten Kriterien zur näheren Charakterisierung der jeweiligen Verfahren hinzugezogen werden.

Von besonderer Bedeutung sind in der Gegenwart die dynamischen Verfahren der Satellitengeodäsie. Oftmals wird dabei die Variante, bei der alle Parameter der Kraftfunktion im Modell als bekannt vorausgesetzt werden, noch mit dem Begriff "halbdynamisches Verfahren" näher charakterisiert. Die dynamischen Verfahren können weiter klassifiziert werden durch das Zeitintervall, für das man jeweils einen Satz von Bahnelementen bestimmt (Bogenlänge). Hier hat sich international noch keine völlig einheitliche Terminologie durchgesetzt. In dieser Arbeit soll der Terminus "kurzer Bogen" (engl. short arc) in Übereinstimmung mit dem überwiegenden Teil der Fachliteratur für die Darstellung eines Bahnabschnittes verwendet werden, der in der Regel nur aus dem in einer Region beobachteten Teil eines einzigen Satellitenumlaufes besteht. In überwiegendem Maße werden gegenwärtig international Bogenlängen von mehreren Tagen bis zu einem Monat verwendet. Der Begriff "langer Bogen" (engl. long arc) wird von CHRISTODOULIDIS u. a. (1985b) beim Satelliten LAGEOS erst für Intervalle von mehr als 1 000 Tagen Länge gebraucht.

In den ersten 15 Jahren der kosmischen Ära waren geometrische Verfahren, bei denen die Positionen des Satelliten als unbekannte Orte in die Koordinatenbestimmung einbezogen sind, weit verbreitet. Diese Verfahren besaßen den Vorteil, von den damals noch wesentlich größeren Fehlereinflüssen eines dynamischen Modells wegen ungenauer Schwerefeldparameter frei zu sein. Auch in Potsdam sind seinerzeit hierzu umfangreiche Forschungsarbeiten durchgeführt worden. Dem genannten Vorteil steht der Nachteil einer ungünstigen Fehlerfortpflanzung entgegen (vgl. SCHOEPS 1976, STANGE 1974). Ein weiterer Nachteil besteht in der Tatsache, daß nur Simultanmessungen von mindestens vier Stationen auswertbar sind, eine Forderung, die insbesondere bei Verfahren im optischen Bereich nur einen Bruchteil des Beobachtungsmaterials einer Auswertung zuführt. Aber auch Versuche, Messungen im Mikrowellenbereich (Doppler) geometrisch auszuwerten, widerspiegeln die ungünstige Fehlerfortpflanzung (GRAFAREND u. a. 1979) und sind nie breit angewandt worden. PELLINEN (1982, S. 34) stellt treffend fest: "In der Perspektive verschwindet die Notwendigkeit der Trennung der geometrischen und der dynamischen Methode, da es sich selbst bei Vorhandensein der zur Anlage geometrischer Konstruktionen hinreichenden Beobachtungen schon heute als zweckmäßig erweist, bei der Mittelung dieser Beobachtungen zu berücksichtigen, daß sich der Satellit auf einer mit hoher Genauigkeit bestimmbaren Bahnkurve bewegt."

In einer speziellen Form derartigen Zusammenwirkens mit dynamischen Modellen werden geometrische Verfahren gegenwärtig auf einer qualitativ neuen Ebene wieder in wachsendem Maße angewandt. Das betrifft die Variante, daß man über dynamische Verfahren eine präzise Vorausberechnung der Satellitenbahn durchführt und so a priori bekannte Satel-

litenpositionen besitzt, an die die terrestrischen Punkte mit Hilfe der Messungen angeschlossen werden. Das ist insbesondere bei operativen Verfahren der Punktbestimmung und Navigation sowie bei lokalen und kleinregionalen Anwendungen zur relativen Koordinatenbestimmung der Fall.

Zwischen den dynamischen und den geometrischen Verfahren können die kinematischen Verfahren angesiedelt werden, die vor allem für kurze Bahnbögen von Bedeutung sind. Ein Zugang von der geometrischen Seite ergibt sich, wenn man von den einzelnen unbekanntes Satellitenpositionen verlangt, daß sie auf einer "glatten" Kurve liegen, und dabei mit einem Zeitpolynom nach Gl. (2.29) wie beispielsweise WOLF (1973) eine "räumliche Glättung der Bahnkurve" durchführt. Von der dynamischen Seite ergibt sich der Zugang, wenn man den Verlauf der Bahn näherungsweise durch einen dynamischen Ansatz bestimmt, beispielsweise durch eine Vorausberechnung, und diesen Bahnverlauf dann in seinen drei Komponenten durch einen Polynomansatz darstellt. Läßt man nun für eine derartige Polynomdarstellung im Zuge der Auswertung drei Freiheitsgrade (drei Translationen in X, Y, Z) durch zu bestimmende Parameter offen, so wird häufig die Bezeichnung Semi-short-arc-Verfahren verwendet. Fügt man drei weitere Parameter hinzu ( $\dot{X}$ ,  $\dot{Y}$ ,  $\dot{Z}$  für einen Zeitpunkt  $t_0$ ), so wird der Begriff short-arc-Verfahren verwendet, auch wenn hier im Gegensatz zu dynamischen Verfahren die Bahn nicht unmittelbar aus der Bewegungsgleichung abgeleitet wurde.

Ebenfalls für relative Punktbestimmungen im regionalen Bereich sind die sogenannten Translokationsverfahren entwickelt worden. Hier wird der Umstand ausgenutzt, daß bei simultanen Messungen mehrerer Stationen und deren Anschluß an eine vorausberechnete Satellitenbahn Einflüsse von Fehlern der Satellitenpositionen auf die Koordinatenbestimmung wegen ihrer nahezu gleichartigen Wirkung bei allen Stationen durch die Differenzbildung weitgehend eliminiert werden.

Auf der Grundlage der hier beschriebenen Kriterien gibt es die Möglichkeit, eine weitere Aufgliederung in spezielle Varianten vorzunehmen. Bei der Wahl eines Auswerteverfahrens wird neben Fragen des jeweiligen Aufwandes vor allem die optimale Genauigkeit der interessierenden Größen die wesentliche Zielfunktion bilden.

### 2.5.2. Die mathematische Formulierung des Modells

Aus den in den Kapiteln 2.1. bis 2.4. dargestellten Modellkomponenten ist schließlich ein Gesamtmodell zu erarbeiten, das dann nach den im vorangegangenen Abschnitt beschriebenen Möglichkeiten klassifiziert werden kann. Diese Modellbildung besteht letztlich in der Auswahl von Funktionen  $g$ , durch die sich die Meßwerte in Abhängigkeit von den Unbekannten ausdrücken lassen:

$$(2.83) \quad \underline{l}' + \underline{v} = g(\underline{u}')$$

mit  $\underline{l}'$  - Vektor der Beobachtungen  
 $g(\underline{u}')$  - Vektor der (im allgemeinen nichtlinearen) Funktionen  $g$  von  $\underline{u}'$   
 $\underline{u}'$  - Vektor der Unbekannten  
 $\underline{v}$  - Vektor der Verbesserungen

Der Vektor  $\underline{v}$  enthält die Differenz zwischen dem Vektor der Meßwerte und dem Modell. Durch ihn kommt zum Ausdruck, daß das Modell die Realität nicht perfekt widerspiegeln

kann, sondern daß es sie nur bis zu einem gewissen Grad approximiert.

Die Beziehung (2.83) muß durch eine TAYLORentwicklung an der Stelle  $\underline{u}' = \underline{u}_0$ , die eine Näherung der gesuchten Parameter  $\underline{u}'$  darstellt, linearisiert werden:

$$(2.84) \quad \underline{g}(\underline{u}') = \underline{g}(\underline{u}_0) + \underline{A} \cdot (\underline{u}' - \underline{u}_0) + \underline{R}(\underline{u}_0)$$

mit  $\underline{A}$  - Funktionalmatrix (JACOBI-Matrix), für Element  $a_{ij}$  gilt

$$a_{ij} = \left. \frac{\partial g_i}{\partial u'_j} \right|_{\underline{u}' = \underline{u}_0}$$

$\underline{R}$  - Restglied

Damit ergibt sich schließlich das folgende lineare Modell:

$$(2.85) \quad \underline{l} + \underline{v} = \underline{A} \cdot \underline{u}$$

$$\text{mit } \underline{l} = \underline{l}' - \underline{g}(\underline{u}_0) \\ \underline{u} = \underline{u}' - \underline{u}_0$$

Oftmals wird die Beziehung (2.83) bzw. ihre linearisierte Form (2.85) als funktionales Modell bezeichnet. Andererseits werden dem Vektor  $\underline{l}$  stochastische Eigenschaften zugeschrieben. Diese Eigenschaften werden durch die Varianz-Kovarianz-Matrix  $\underline{Q}_{ll}$  ausgedrückt, die daher auch stochastisches Modell genannt wird.

An dieser Stelle kann davon ausgegangen werden, daß sich (2.85) als überbestimmtes Problem ergibt, das heißt die Anzahl  $n$  der Meßwerte größer als die Anzahl  $k$  der Unbekannten ist. Dann werden die unbekannt Parameter  $\underline{u}$  in (2.85) nach den Formalismen der Ausgleichsrechnung ermittelt, indem folgende Zielfunktion  $z$  minimiert wird:

$$(2.86) \quad z = \underline{v}^T \underline{Q}_{ll}^{-1} \underline{v} \Rightarrow \text{Min}$$

Damit ergeben sich die Unbekannten  $\underline{u}$  zu:

$$(2.87) \quad \underline{u} = (\underline{A}^T \underline{Q}_{ll}^{-1} \underline{A})^{-1} \underline{A}^T \underline{Q}_{ll}^{-1} \underline{l}$$

Die Varianz-Kovarianz-Matrix der Unbekannten besitzt die Form:

$$(2.88) \quad \underline{Q}_{uu} = (\underline{A}^T \underline{Q}_{ll}^{-1} \underline{A})^{-1}$$

und der mittlere Gewichtseinheitsfehler  $m_0$  beträgt:

$$(2.89) \quad m_0 = \pm \sqrt{\frac{\underline{v}^T \underline{Q}_{ll}^{-1} \underline{v}}{(n - k)}} = \pm \sqrt{\frac{z}{(n - k)}}$$

Es ist offensichtlich, daß im Rahmen der Parameterbestimmung funktionales und stochastisches Modell zusammenwirken, und ein Ergebnis nur dann gut sein wird, wenn beide Modellkomponenten zutreffend waren.

Von besonderer Bedeutung bei der Wahl des funktionalen Modells ist die Wahl der Modellparameter. Unter dem Begriff der Modellparameter kann die Menge aller der Bestandteile des Modells verstanden werden, denen im Verlauf der Auswertung Zahlenwerte zugeordnet werden müssen bzw. sollen. Das kann entweder durch eine a-priori-Festlegung erfolgen oder aber Gegenstand der Datenanalyse sein. Die Parameter eines Modells kann man daher untergliedern in als bekannt vorausgesetzte Bezugsparameter (nach HEITZ 1981, bei WOLF 1981 "latente Parameter") sowie die gesuchten Zielparameter (HEITZ 1981), die in (2.85) den Vektor  $\underline{u}$  bilden.

Zielparameter im engeren Sinn seien diejenigen Größen, für die die Ermittlung von Zahlenwerten das eigentliche Anliegen der Untersuchung darstellt. Darüber hinaus soll der Begriff "Zielparameter" auch diejenigen Parameter einschließen, deren Bestimmung notwendig ist, um eine gute Anpassung des Modells an die Daten zu erreichen, ohne daß ihre numerischen Werte primär von Interesse sind. Für sie kann auch der Begriff Hilfsparameter (HEITZ 1981) verwendet werden.

Gerade für die Lösung von Aufgaben der Satellitengeodäsie ist es charakteristisch, daß je nach Problemstellung die gleichen Größen in einem Fall als Bezugsparameter, in einem anderen Fall als Zielparameter fungieren. Oftmals besteht für den Bearbeiter eines Problems sogar die Notwendigkeit, selbst für eine Reihe von Parametern zu entscheiden, ob sie als Referenzparameter oder als gesuchte Zielparameter zu behandeln sind. Vor dieser Entscheidung ist zunächst zu prüfen, wie genau die Parameter a priori bekannt sind, bzw. welchen Einfluß ihre Unsicherheit auf das interessierende Ergebnis ausübt, wenn man sie als Referenzparameter verwendet. Weiterhin ist zu untersuchen, in welcher Weise der Ansatz zusätzlicher Zielparameter die Stabilität der Lösung und die Fehlermaße der Zielparameter im engeren Sinne beeinflußt. Dieses Problem, wie man a-priori-Informationen auf möglichst optimale Weise in den Lösungsansatz einbezieht, muß daher stets mitbeachtet werden.

In einem erweiterten Sinn sollten zu den Bezugsparametern eines Modells auch die für bestimmte numerische Verfahren benötigten Werte gezählt werden. Das betrifft beispielsweise den Grad eines Polynoms (z. B. Interpolationspolynom bei der numerischen Integration einer Satellitenbahn) oder den Regularisierungsparameter bei der Lösung schlecht konditionierter Gleichungssysteme.

Es ist ein wichtiger Aspekt bei der Nutzung künstlicher Erdsatelliten für geodätisch-geodynamische Zielstellungen, wenn man für bestimmte Referenzparameter international vereinbarte Standardwerte nutzt. Ein Beispiel hierfür sind die bereits mehrfach zitierten MERIT-Standards (MELBOURNE u. a. 1983), in denen, angefangen von fundamentalen Konstanten (z. B. Lichtgeschwindigkeit, Massenverhältnis Mond - Erde und Sonne - Erde) über Parameter des Erdschwerefeldes einschließlich variabler Anteile durch Gezeiten sowie der Präzession und Nutation bis hin zu Formeln und Beträgen für die Refraktionskorrektur und Massenmittelpunktsreduktion, entsprechende Zahlenwerte vorgegeben wurden. Diese Standardwerte sind auch in das Bahnprogramm POTSDAM-5 übernommen und bei der Analyse der MERIT-Daten verwendet worden (vgl. MONTAG u. a. 1985, 1986).

Abschließend sollen in Tab. 2.10 diejenigen Parameter zusammengestellt werden, die im Rahmen der vorliegenden Untersuchungen im Standardfall oder auch bei speziellen Varianten als Zielparameter angesetzt wurden, wobei entsprechend der Aufgabenstellung als Zielparameter im engeren Sinne hier immer die Stationskoordinaten anzusehen sind.

Tab. 2.10: Zusammenstellung von Modellparametern, die in den praktischen Untersuchungen der Abschnitte 4. und 5. entweder als Standard oder aber bei speziellen Varianten als Zielparameter in die Ausgleichung eingeführt wurden.

Modellkomponente	Bezeichnung der Parameter	Symbole
Stationsposition (im terr. Bezugssystem)	Stationskoordinaten Stationsbewegungen Plattenrotationsparameter Gezeitendeformation (LOVEsche Zahl)	$X, Y, Z$ bzw. $R, \varphi, \lambda$ $\dot{R}, \dot{\varphi}, \dot{\lambda}$ $\Phi, \Lambda, \omega$ $h_2$
Relation terr. Bezugssystem/Inertialsystem	Polkoordinaten Änderung der Rotationsgeschwindigkeit der Erde	$x_p, y_p$ $\ddot{\Theta}$
Satellitenposition (im Inertialsystem)	Ort und Geschwindigkeit des Satelliten bzw. KEPLERSche Bahnelemente Parameter der Kraftfunktion: - geozentrische Gravitationskonstante - Gezeitenpotential (LOVEsche Zahl)	$\underline{x}_S, \dot{\underline{x}}_S$ $\Omega, i, \omega, a, e, M$  GM $k_2$
Meßvorgang und Datenreduktion	Uhrstandskorrektion Kalibrierungs-Bias (Laser) Frequenzdifferenz Satellit/Empfänger (Doppler) Maßstabsfaktor der troposphärischen Refraktionskorrektur	$\tau$ $b$ $\Delta f, \dot{\Delta f}$  k

### 2.5.3. Modellfehler

In der klassischen (unkorrelierten) Ausgleichung werden der Vektor  $\underline{y}$  in Gl. (2.85) sowie der Betrag des mittleren Gewichtseinheitsfehlers  $m_0$  als Ergebnis der Wirkung zufälliger Meßfehler angesehen. Gerade in der Satellitengeodäsie ist eine andere Betrachtungsweise notwendig, die sich folgendermaßen ausdrücken läßt: "Die durch die Ausgleichung nachgewiesene mittlere Restabweichung... charakterisiert in diesem Fall aber nicht... die Beobachtungsgenauigkeit, sie stellt vielmehr Modellfehler dar." (STANGE 1968, S. 45). Die seinerzeit bei der Auswertung photographischer Beobachtungen mit einem analytischen Bahnmodell getroffene Feststellung trifft in ihrem Kern auch heute noch zu, obwohl die Genauigkeit der Modelle (und der Messungen) wesentlich verbessert wurden. In bestimmter Hinsicht ist sogar eine noch extremere Situation entstanden. So werden jetzt bei der Auswertung von Laserentfernungsmessungen in der Regel Datenmittelwerte (Normalpunkte) verwendet, deren besondere Eigenschaft gerade darin besteht, daß hier die zufälligen Meßfehler bereits bestmöglich beseitigt sind. Daher dominieren bei der Bearbeitung von Normalpunkten die Modellfehler.

Es ist möglich, Modellfehler entsprechend der jeweiligen Modellkomponente aufzugliedern, so daß sich folgende Einteilung ergibt:

1. Fehler bei der Messung: Hierzu gehören alle durch die Meßtechnik bedingten Schwankungen der Meßgrößen (einschließlich Kalibrierungsunsicherheiten) sowie Fehler bei der Zeitzuordnung der Meßwerte.

2. Fehler bei der Datenreduktion: Hier sind Restfehler bei der troposphärischen und ionosphärischen Refraktionskorrektur sowie bei der Reduktion auf das Zentrum von Stand- und Zielpunkt zu nennen.
  3. Fehler bei der Modellbildung der Stationspositionen im terrestrischen Bezugssystem: Darunter fallen unberücksichtigte tektonische Bewegungen jeglicher Art sowie Abweichungen vom Modell bei der Berücksichtigung der Gezeitendeformationen einschließlich der indirekten Anteile durch die Auflastwirkung der Meeresgezeiten.
  4. Fehler bei der Transformation von Stationspositionen in das inertielle Bezugssystem: Hier können nicht erfaßte Effekte der Polbewegung und Erdrotation sowie Unsicherheiten der Präzessions- und Nutationsparameter aufgeführt werden.
  5. Fehler bei der Berechnung von Satellitenpositionen im inertialen Bezugssystem: Hier ist eine Unterscheidung in gravitative Einflüsse (Restfehler im Schwerefeldmodell einschließlich variabler Anteile durch Gezeiteneffekte) und nichtgravitative Einflüsse (Modellunsicherheiten bei Strahlungsdruck und Atmosphärenreibung) möglich.
- Generell kann man die auftretenden Modellfehler auch nach ihrem Zustandekommen unterscheiden. Die Hauptursache ist die Endlichkeit der vorhandenen Informationsmenge (Erkenntnisgrenzen, begrenzter Datenumfang), so daß die Realität im Modell nur in ihren wesentlichen Charakteristika approximiert werden kann. Möglichkeiten der Modellverfeinerung bei Vorhandensein entsprechender zusätzlicher Informationen sind zum Beispiel für die Refraktionskorrektur in Abschnitt 2.4.1. (Abb. 2.14 und 2.20) dargestellt.

Andererseits ist es manchmal zweckmäßig, auf einen Teil von vorhandener Information bewußt zu verzichten. Das tritt beispielsweise auf, wenn man Koeffizienten von Reihenentwicklungen, die Prozesse oder Felder approximieren, in ihrer Anzahl begrenzt, um eine wirtschaftliche Auswertung der Daten zu gewährleisten. So kann man anhand von Sensitivitätstabellen (Tab. 2.11) eine Auswahl der Kugelfunktionskoeffizienten des Erdschwerefeldmodells für die Bahnberechnung treffen.

**Tab. 2.11:** Sensitivität des Satelliten LAGEOS auf die einzelnen Kugelfunktionskoeffizienten des Erdschwerefeldmodells (nach LERCH u. a. 1983). Für jedes Koeffizientenpaar  $C_{nm}$ ,  $S_{nm}$  ist die resultierende Bahnstörung (in cm) angegeben. (Das Symbol x bedeutet, daß die Störung größer als 10 m ist.)

Ordnung m Grad n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2	x	0	x														
3	x	x	x	x													
4	x	x	865	x	x												
5	x	516	236	304	331	322											
6	x	375	166	169	101	225	488										
7	x	57	50	49	44	59	x	553									
8	x	38	39	19	24	28	87	72	22								
9	x	5	11	6	10	10	47	161	41	11							
10	283	9	6	2	4	3	19	9	6	4	2						
11	x	2	1	1	1	2	20	18	3	4	3	1					
12	36	2	0	0	0	0	3	1	0	0	0	0	1				
13	24	0	0	0	0	0	2	1	1	0	0	0	1	0			
14	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	14	0		
15	45	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	
16	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	0	0

Führt man auf der Grundlage eines gewählten Modells praktische Rechnungen auf einer EDVA durch, so werden hier wegen der endlichen Stellenzahl, die der Rechner verwendet, Fehler auftreten (Numerik, Rundungsfehler), deren Größe und Einfluß auf das gesuchte Ergebnis eingeschätzt werden müssen. Derartige Untersuchungen bezüglich der numerischen Integration von Satellitenbahnen wurden unter anderem von GENDT (1978) durchgeführt, und entsprechende Analysen des Programms POTSDAM-5 bestätigen für den Satelliten LAGEOS eine Genauigkeit im Zentimeter-Niveau für einen Integrationszeitraum von 30 Tagen (GENDT 1987).

Von besonderer Bedeutung ist in jedem Fall die Frage, wie stark und in welcher Weise sich Modellfehler auf ein letztlich interessierendes geodätisches oder geodynamisches Ergebnis auswirken, zumal diese Wirkungen in den bei der Ausgleichung ermittelten Fehlermaßen nicht vollständig widerspiegelt werden. Eine Zielstellung der Modellanalyse besteht deshalb darin, die Wirkung von Modellfehlern festzustellen und ihren Einfluß möglichst zu verringern. Das kann zum einen durch eine Modellverfeinerung (verbesserte Referenzparameter, zusätzliche Zielparame-ter), zum anderen durch die Nutzung spezieller Auswertevarianten erfolgen, bei denen (z. B. durch relative Verfahren) ein Teil des Einflusses von Modellfehlern eliminiert wird. Gerade zur Lösung derartiger Fragestellungen können auch Untersuchungen mit simuliertem Datenmaterial recht effektiv beitragen.

#### 2.5.4. Konzeption von Simulationsuntersuchungen

Untersuchungen mit simuliertem Datenmaterial sind zweckmäßig, weil hier die Möglichkeit besteht, bei Kenntnis der Sollwerte sowohl den Einfluß der Fehler einzelner Modellkomponenten als auch ihr komplexes Zusammenwirken auf das Ergebnis festzustellen. Simulierte Daten werden generiert, indem mit genau festgelegten Parametern eine Satellitenbahn integriert und die jeweiligen Abstände Station - Satellit als fiktive Distanzmessungen berechnet und abgespeichert werden. Außerdem sind auch Satellitenpositionen für einen späteren Soll-Ist-Vergleich bei der Bahnberechnung auf diese Weise zu erzeugen. Die den Simulationen zugrundeliegenden Festlegungen - sowohl bezüglich der fixierten Modellparameter als auch bezüglich der Meßwerte - sollten der Realität möglichst weitgehend entsprechen.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit ist der Satellit LAGEOS für entsprechende Analysen verwendet worden. Dabei sollten die in die Untersuchungen einzubeziehenden Modellfehler alle für die Problematik wesentlichen Effekte enthalten. Ihre Festlegung wurde auf der Grundlage eigener Erkenntnisse und einiger anderer Veröffentlichungen getroffen (REHSE und DIETRICH 1985, KANIUTH und MÜLLER 1983, SMITH u. a. 1985b). In Tab. 2.12 sind die Werte zusammengestellt. Bei der Wahl der Streuung der Meßwerte wurden Normalpunkte vorausgesetzt.

Einige Probleme bereitete das Schwerfeld, dessen Modellfehler entscheidenden Einfluß auf die derzeit erreichbaren Genauigkeiten besitzen. Mit Hilfe der Sensitivitätstabelle 2.11 wurden die für Bahnstörungen von LAGEOS wesentlichen Kugelfunktionskoeffizienten ausgewählt (oberhalb der stark ausgezogenen Linien in Tab. 2.11), und um zufällige Beträge verändert, die im Mittel ihren mittleren (äußeren) Fehlern (nach LERCH u. a. 1985) entsprechen.

Die so erzielbare Bahnanpassung war jedoch wesentlich schlechter als die mit realen Daten bereits erreichte. Die Ursache wird vermutlich darin begründet sein, daß bei

Tab. 2.12: Modellkomponenten, die für die Simulationsuntersuchungen verändert wurden

Modellkomponente	Veränderung
M1: Streckenmessung - Streuung - Bias (pro Station für jeweils 10 Tage fest)	$\pm 1$ cm $\pm 2$ cm
M2: Rotationsvektor (Abstand der Werte jeweils 5 Tage) - Polkoordinaten - UT1-IAT	$\pm 0,002''$ ( $\hat{=} \pm 6$ cm) $\pm 0,0001$ s ( $\hat{=} \pm 5$ cm)
M3: Stationskoordinaten - Streuung	$\pm 3$ cm
M4: Stationsbewegungen - nach Modell AMO-2 von MINSTER und JORDAN (1978)	bis $\sim 6$ cm/Jahr
M5: Gezeitendeformationen - Gezeitenhub (LOVEsche Zahl $h_2$ ) - Deformation wegen Meeresgezeiten - Gezeitenhub (Abweichung der Tide $K_1$ vom Nominalwert)	$\Delta h_2 = 0,06$ ( $\hat{=} 10\%$ ) weglassen ( $\hat{=} 100\%$ ) weglassen ( $\hat{=} 100\%$ )
M6: Nutation (14-tägiger Term)	$\Delta\psi = \Delta\epsilon = \pm 0,001''$ ( $\hat{=} \pm 3$ cm)
M7: Schwerefeld der Erde - GM	$\Delta GM = 0,002 \frac{\text{km}^3}{\text{s}^2}$ ( $\hat{=} 5 \cdot 10^{-9}$ )
M8: Schwerefeld der Erde - Kugelfunktionskoeffizienten $C_{nm}, S_{nm}$	etwa $\pm 0,3 \cdot \sigma_{C_{nm}, S_{nm}}$
M9: Gezeitenpotential (LOVEsche Zahl $k_2$ )	$\Delta k_2 = 0,01$ ( $\hat{=} 3\%$ )

diesem Vorgehen die Korrelationen zwischen den einzelnen Kugelfunktionskoeffizienten nicht berücksichtigt werden konnten. So ergab sich die Notwendigkeit, durch weitere Reduktion dieser Zufallsbeträge bei den jeweiligen Koeffizienten auf schließlich etwa ein Drittel - das entspricht der inneren Genauigkeit der Koeffizienten bei LERCH u. a. (1985) - die Bahnanpassung in bessere Übereinstimmung mit der Realität zu bringen.

Der Einfluß von Fehlern der verschiedenen Modellkomponenten kann nun untersucht werden, indem man mit diesen verfälschten Modellkomponenten eine Bahn- und Parameterbestimmung durchführt. Dabei können einerseits die Abweichung der fiktiven Meßwerte von der neu ausgeglichenen Bahn (Bahnanpassungsfehler  $m_0$ ) oder auch die Abweichungen der Satellitenposition von der Sollposition in allen drei Komponenten, andererseits die Veränderungen bei den interessierenden Unbekannten des Problems (z. B. Koordinaten) analysiert werden. Weiterhin ist es auch möglich, Einflüsse einer variierten Meßwertverteilung (z. B. nur Nachtmessungen, Veränderung des Mindest-Höhenwinkels der Daten, Anzahl der beteiligten Stationen) auf entsprechende Weise einzubeziehen.

### 2.5.5. Methoden der Modellbewertung

Insbesondere wegen des Vorhandenseins von Modellfehlern ist es nicht ausreichend, die Genauigkeit einer ausgeglichenen Größe oder einer Funktion der Unbekannten nur mit Hilfe der durch die Ausgleichung ermittelten Fehlermaße zu bewerten. Vielmehr sind Möglichkeiten zu suchen, um unabhängig von derartigen inneren Fehlern Genauigkeitsmaße zu ermitteln.

Eine Möglichkeit besteht darin, die erhaltenen Unbekannten mit wahren Werten zu vergleichen - das ist allerdings nur bei Simulationsuntersuchungen möglich. Bei der Analyse realer Daten aber kommt es ebenfalls vor, daß man ähnliche Vergleichsmöglichkeiten besitzt. Beispielsweise kann die Distanz zwischen zwei Stationen, die nicht unbedingt weit voneinander entfernt sein müssen, extern vermessen sein, oder es liegen bereits durch genauere Verfahren ermittelte Werte vor, die praktisch als fehlerfrei angesehen werden können.

Ist es nicht möglich, auf derartige Weise Genauigkeiten abzuschätzen, so bietet sich eine Unterteilung der Daten in möglichst unabhängige Untermengen (z. B. Zeitintervalle) an, und die aus diesen Untermengen erhaltenen Werte für bestimmte Unbekannte können miteinander verglichen werden.

Um Ergebnisse von Koordinatenbestimmungen miteinander vergleichen zu können, wird häufig die bereits in Abschnitt 2.1.2. (Gl. 2.12) beschriebene HELMERT-Transformation verwendet, indem man die Transformationsparameter durch eine Ausgleichung bestimmt. Der mittlere Gewichtseinheitsfehler der Koordinatentransformation ergibt sich aus dem Vektor der Restklaffungen  $\underline{v}$  zu:

$$(2.90) \quad m_0 = \pm \sqrt{\frac{\underline{v}^T \cdot \underline{v}}{(3n - u)}}$$

mit  $n$  - Anzahl der Stationen

$u$  - Anzahl der Parameter ( $u = 7$ )

Weiterhin kann man die mittleren Restklaffungen für jede Koordinatenkomponente  $k$  berechnen:

$$(2.91) \quad m_k = \pm \sqrt{\frac{\underline{v}_k^T \cdot \underline{v}_k}{n}}$$

Hierbei bietet es sich an, auf diese Weise neben den Werten  $m_x$ ,  $m_y$ , und  $m_z$  auch entsprechende Werte abzuleiten, die sich nach einer Transformation der Residuen vom rechtwinkligen geozentrischen System in ein Kugelkoordinatensystem ergeben. Hier erhält man dann mittlere Restklaffungen  $m_H$  für die Höhen-,  $m_B$  für die Breiten- und  $m_L$  für die Längskomponente, die sich für manche Interpretationen besser eignen.

Vom Autor wurde für die HELMERT-Transformation ein EDV-Programm entwickelt, das zu derartigen Untersuchungen genutzt wird. Dabei ist es unter anderem möglich, die Koordinatensätze vor der Ausgleichung auf den Schwerpunkt zu reduzieren, weniger als 7 Parameter zu bestimmen, Gewichte für die Stationen einzuführen und Stationen von der Ausgleichung auszuschließen.

### 3. Spezielle Aspekte der Ausgleichung

#### 3.1. Das Aufstellen der Verbesserungsgleichungen

##### 3.1.1. Funktionalmatrizen

Im Zusammenhang mit der mathematischen Formulierung des Modells (Abschnitt 2.5.2.) war herausgearbeitet worden, daß bei der Linearisierung die sogenannte Funktionalmatrix  $\underline{A}$  (Gl. 2.84) zu erstellen ist. Diese Matrix wird auch als Matrix der Verbesserungsgleichungen bezeichnet. In dieser Matrix enthält das Element  $a_{ij}$  die Ableitung der  $i$ -ten Beobachtung nach der  $j$ -ten Unbekannten an der Stelle  $\underline{u}' = \underline{u}_0$ :

$$(3.1) \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial l_1}{\partial u_1} & \frac{\partial l_1}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial l_1}{\partial u_k} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial l_n}{\partial u_1} & \frac{\partial l_n}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial l_n}{\partial u_k} \end{bmatrix}$$

Es gibt nun verschiedene Möglichkeiten, sich die Elemente von  $\underline{A}$  bei den praktischen Rechnungen zu beschaffen. So kann man numerisch über die Berechnung von Differenzenquotienten vorgehen (vgl. z. B. STANGE 1968). Für Unbekannte der Satellitenposition (z. B. Bahnelemente) ist das insbesondere bei der analytischen Bahnintegration vorteilhaft. Bei der numerischen Integration werden diese partiellen Ableitungen durch sogenannte Variationsgleichungen berechnet, auf die im Abschnitt 3.1.4. eingegangen wird. Man kann partielle Ableitungen für Unbekannte, die nicht zur Bahnberechnung gehören, natürlich auch analytisch bestimmen, wie die nachfolgende Darstellung zeigt. Dabei soll als Standardfall die Streckenmessung behandelt werden, wie sie beispielsweise bei dynamischen Verfahren ausgewertet wird. Die Grundbeziehung, von der ausgegangen wird, ist die Darstellung einer Strecke durch Stations- und Satellitenposition im Inertialsystem. Für den topozentrischen Vektor gilt (Abb. 3.1):

$$(3.2) \quad \underline{x}_T = \underline{x}_S - \underline{x}_A$$

Damit ergibt sich die Strecke  $s$  selbst zu:

$$(3.3) \quad s = \sqrt{\underline{x}_T^T \cdot \underline{x}_T}$$

Der Unbekanntenvektor  $\underline{u}$  enthält drei Gruppen von Unbekannten:

- die Unbekannten  $\underline{u}_A$  beeinflussen die Position  $\underline{x}_A$  der Station
- die Unbekannten  $\underline{u}_B$  beinhalten Einflüsse der Meßinstrumente und der Datenreduktion (Biasparameter)
- die Unbekannten  $\underline{u}_S$  beeinflussen die Position  $\underline{x}_S$  des Satelliten

Von Bedeutung ist nun die Tatsache, daß man aus Gründen der Zweckmäßigkeit nicht die Beobachtungen nach den Unbekannten selbst ableitet, sondern nach Parametern  $\underline{f} = \underline{f}(\underline{u})$ , wobei diese Parameter  $\underline{f}$  ihrerseits als Funktionen der Unbekannten  $\underline{u}$  ausgedrückt werden. Ein Beispiel ist die Nutzung der Ortsvektoren  $\underline{x}_S$  und  $\underline{x}_A$  in Gl. (3.2).

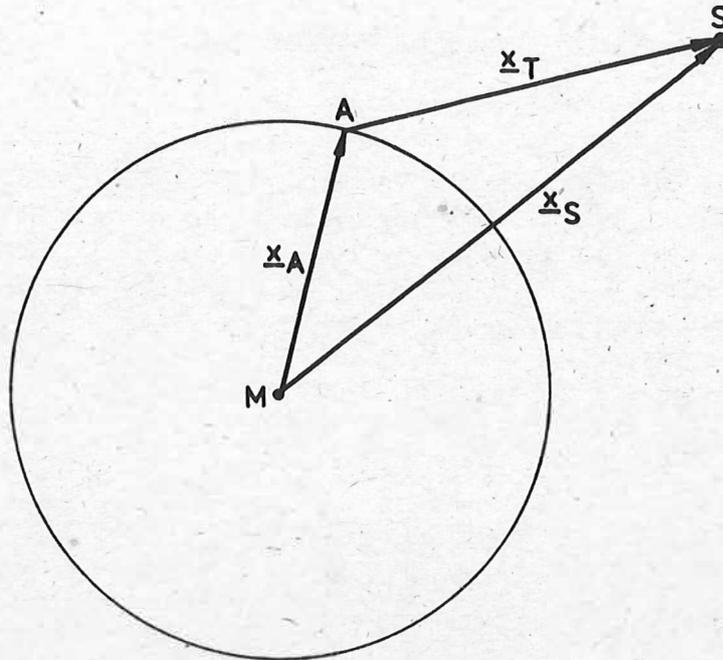


Abb. 2.1: Die geometrische Grundbeziehung der Satellitengeodäsie mit Geozentrum M, Station A und Satellit S sowie den entsprechenden Ortsvektoren  $\underline{x}_A$ ,  $\underline{x}_S$  und  $\underline{x}_T$ .

Auch hier wird dann eine Funktionalmatrix der Struktur (3.1) benötigt, um die letztlich gesuchten partiellen Ableitungen zu erhalten:

$$(3.4) \quad \frac{\partial l_i}{\partial u_j} = \sum_{m=1}^P \frac{\partial l_i}{\partial f_m} \cdot \frac{\partial f_m}{\partial u_j}$$

Wichtige Funktionalmatrizen betreffen:

- den Übergang von rechtwinkligen Koordinaten im Inertialsystem auf rechtwinklige Koordinaten im terrestrischen System (Gl. 2.38):

$$(3.5) \quad \underline{M}_1 = \frac{\partial \underline{x}_I}{\partial \underline{x}_E} = \underline{R}_Y(\alpha) \underline{R}_X(\beta) \underline{R}_Z(-\theta) \underline{R}_Y(x_P) \underline{R}_X(y_P)$$

- den Übergang von rechtwinkligen zu Kugelkoordinaten (Gl. 2.2):

$$(3.6) \quad \underline{M}_2 = \frac{\partial \underline{x}_R}{\partial \underline{x}_K} = \begin{bmatrix} \cos \varphi \cos \lambda & -R \sin \varphi \cos \lambda & -R \cos \varphi \sin \lambda \\ \cos \varphi \sin \lambda & -R \sin \varphi \sin \lambda & R \cos \varphi \cos \lambda \\ \sin \varphi & R \cos \varphi & 0 \end{bmatrix}$$

- den Übergang von Kugelkoordinaten zu zeitlich linearer Änderung der Kugelkoordinaten bei Bewegungen auf der Kugeloberfläche (Gl. 2.19):

$$(3.7) \quad \underline{M}_3 = \frac{\partial \underline{x}_K}{\partial \dot{\underline{x}}_K} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & (t - t_0) & 0 \\ 0 & 0 & (t - t_0) \end{bmatrix}$$

- den Übergang von Stationsbewegungen im Kugelkoordinatensystem auf Plattenrotationsparameter (Gl. 2.22):

$$(3.8) \quad \underline{M}_4 = \frac{\partial \dot{\underline{x}}_K}{\partial \omega} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \cos\varphi \sin(\lambda - \Lambda) & -\omega \sin\varphi \sin(\lambda - \Lambda) & -\omega \cos\varphi \cos(\lambda - \Lambda) \\ \sin\varphi - \cos(\lambda - \Lambda) \tan\varphi \cos\varphi & \omega [\cos\varphi + \cos(\lambda - \Lambda) \tan\varphi \sin\varphi] & -\omega \sin(\lambda - \Lambda) \tan\varphi \cos\varphi \end{bmatrix}$$

- den Übergang von Satellitenort und -geschwindigkeit in KEPLERSche Bahnelemente (Gl. 2.45), ohne explizite Darstellung:

$$(3.9) \quad \underline{M}_5 = \frac{\partial(\underline{x}, \dot{\underline{x}})}{\partial(\text{BE}_{\text{KEP}})}$$

- die Änderung von  $\underline{x}_A$  mit der Zeit, die hinreichend genau aus Gl. (2.38) hergeleitet werden kann:

$$(3.10) \quad \underline{M}_6 = \frac{\partial \underline{x}_I}{\partial t} = \frac{\partial \underline{x}_I}{\partial \Theta} = \underline{R}_Y(\alpha) \underline{R}_X(\beta) \frac{\partial \underline{R}_Z(-\Theta)}{\partial \Theta} \underline{R}_Y(x_P) \underline{R}_X(y_P) \underline{x}_E$$

$$\text{mit } \frac{\partial \underline{R}_Z(-\Theta)}{\partial \Theta} = \begin{bmatrix} -\sin\Theta & -\cos\Theta & 0 \\ \cos\Theta & -\sin\Theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Weitere Funktionalmatrizen, auf die hier aber nicht näher eingegangen werden soll, lassen sich zum Beispiel für Parameter der Erdrotation aus Gl. (2.38) oder für die LOVEsche Zahl  $h_2$  aus Gl. (2.26) und eine Verknüpfung mit  $\underline{M}_1$  und  $\underline{M}_2$  herleiten.

### 3.1.2. Partielle Ableitungen für Parameter der Stationsposition

Die partiellen Ableitungen für die Strecke  $s$  (Gl. 3.3) nach der Stationsposition im Inertialsystem ergibt sich zu:

$$(3.11) \quad \frac{\partial s}{\partial \underline{x}_A} = -\frac{1}{s} \cdot \underline{x}_I^T$$

Daraus folgt unter Zuhilfenahme der im vorigen Abschnitt behandelten Funktionalmatrizen

der Vektor der partiellen Ableitungen nach Kugelkoordinaten im terrestrischen System:

$$(3.12) \quad \frac{\partial s}{\partial \underline{x}_K} = -\frac{1}{s} \cdot \underline{x}_T^T \cdot \underline{M}_1 \cdot \underline{M}_2$$

Unter Verwendung von  $\underline{M}_3$  ergeben sich die partiellen Ableitungen für zeitlich lineare Änderungen der Stationsposition auf der Kugeloberfläche:

$$(3.13) \quad \frac{\partial s}{\partial \dot{\underline{x}}_K} = -\frac{1}{s} \cdot \underline{x}_T^T \cdot \underline{M}_1 \cdot \underline{M}_2 \cdot \underline{M}_3$$

Der gesuchte Ansatz für Parameter der Plattenrotation folgt schließlich mit Hilfe von  $\underline{M}_4$ :

$$(3.14) \quad \frac{\partial s}{\partial \omega} = -\frac{1}{s} \cdot \underline{x}_T^T \cdot \underline{M}_1 \cdot \underline{M}_2 \cdot \underline{M}_3 \cdot \underline{M}_4$$

### 3.1.3. Partielle Ableitungen für Biasparameter

Die aus den Meßwerten abgeleiteten geometrischen Größen, die in die Auswertung eingehen, können von Einflüssen beim Meßvorgang und bei der Datenreduktion geprägt sein, die eine Bestimmung zusätzlicher Parameter notwendig machen bzw. ermöglichen und auf diese Weise die Bereitstellung entsprechender partieller Ableitungen verlangen. Für die Bearbeitung von Laserentfernungsmessungen und Dopplermessungen wurden deshalb folgende Parameter vorgesehen:

- Uhrstandskorrektur  $\tau$  für die Epoche der Messung (Laser- und Dopplermessungen):

$$(3.15) \quad \frac{\partial s}{\partial \tau} = \frac{1}{s} \cdot \underline{x}_T^T \cdot \underline{x}_T$$

$$\text{mit } \underline{x}_T = \underline{x}_S - \underline{x}_A$$

Hierbei steht  $\underline{x}_S$  durch die Bahnberechnung selbst zur Verfügung,  $\underline{x}_A$  ist in (3.10) mit  $\underline{M}_6$  dargestellt.

- konstanter Fehler bei der Streckenmessung (Bias  $b$ ) bei Laserentfernungsmessungen (Gl. 2.54):

$$(3.16) \quad \frac{\partial s}{\partial b} = 1$$

- Maßstabsfaktor  $\mu$  bei Laserentfernungsmessungen (Gl. 2.54):

$$(3.17) \quad \frac{\partial s}{\partial \mu} = s$$

- Faktor  $k$  für die troposphärische Refraktionskorrektur (Laser- und Dopplermessungen) nach Gl. (2.73):

$$(3.18) \quad \frac{\partial s}{\partial k} = \Delta s_{\text{trop}} \sim \frac{1}{\sin h}$$

- Frequenzdifferenz  $\Delta f = (f_S - f_R)$  bei Dopplermessungen (Gl. 2.64):

$$(3.19) \quad \frac{\partial \Delta s}{\partial \Delta f} = \lambda \cdot (t_1 + \delta t_1 - t_{1-1} - \delta t_{1-1})$$

- Der Ansatz für die Bestimmung einer linearen Drift von  $\Delta f$  ergibt sich in Analogie zu (3.7) aus Gleichung (2.67):

$$(3.20) \quad \frac{\partial \Delta s}{\partial \Delta f} = \frac{\partial \Delta s}{\partial \Delta f} \cdot \frac{\partial \Delta f}{\partial \Delta f} = \lambda \cdot (t_1 + \delta t_1 - t_{1-1} - \delta t_{1-1}) \cdot (t_1 - t_0)$$

### 3.1.4. Partielle Ableitungen für Parameter der Satellitenposition / Variationsgleichungen

Die partiellen Ableitungen der Strecke  $s$  (Gl. 3.3) nach der Satellitenposition ergeben:

$$(3.21) \quad \frac{\partial s}{\partial \underline{x}_S} = \frac{1}{s} \cdot \underline{x}_S^T$$

Nun ist die Satellitenposition  $\underline{x}_S$  selbst nach Gl. (2.41) eine Funktion von Anfangsort  $\underline{x}_0$  und Anfangsgeschwindigkeit  $\dot{\underline{x}}_0$  sowie von Parametern  $\underline{u}_c$ , die zusammen den Parametervektor  $\underline{u}_S$  bilden. Durch partielle Differentiation von (2.40) nach Anfangsort und -geschwindigkeit sowie nach den Parametern  $\underline{u}_c$  erhält man (vgl. MARTIN u. a. 1976):

$$(3.22) \quad \frac{d^2}{dt^2} \left( \frac{\partial \underline{x}_S}{\partial (\underline{x}_0, \dot{\underline{x}}_0, \underline{u}_c)} \right) = \frac{\partial \underline{f}}{\partial (\underline{x}, \dot{\underline{x}}, \underline{u}_c)} \cdot \frac{\partial (\underline{x}, \dot{\underline{x}}, \underline{u}_c)}{\partial (\underline{x}_0, \dot{\underline{x}}_0, \underline{u}_c)}$$

Diese partiellen Ableitungen, die wie Gl. (2.40) Differentialgleichungen 2. Ordnung genügen, werden als Variationsgleichungen bezeichnet. Sie werden parallel zu den Bewegungsgleichungen integriert, um auf diese Weise die notwendigen partiellen Ableitungen nach Anfangsort und -geschwindigkeit sowie nach Parametern der Kraftfunktion bereitzustellen (vgl. BALLANI 1987). Über die Anwendung von  $\underline{M}_5$  (Gl. 3.9) ist es möglich, gegebenenfalls auch auf KEPLERSche Bahnelemente überzugehen.

## 3.2. Rangdefekte und Lösungsstabilität

### 3.2.1. Ursache von Rangdefekten

Eine Matrix  $\underline{A}$  mit  $n$  Spaltenvektoren  $\underline{a}_i$  ( $i=1, \dots, n$ , die Dimension der  $\underline{a}_i$  sei gleich  $k \geq n$ ) ist vom Rang  $r$ , wenn sie  $r$  linear unabhängige Spaltenvektoren  $\underline{a}_i$  besitzt. Als Rangdefekt wird die Größe  $d$  bezeichnet mit (HÖPCKE 1980, S. 29):

$$(3.23) \quad d = n - r$$

Weiterhin gilt, daß bei symmetrischer nichtsingulärer Matrix  $\underline{P}$  auch das Produkt  $\underline{N}$  mit

$$(3.24) \quad \underline{N} = \underline{A}^T \underline{P} \underline{A}$$

den gleichen Rang wie  $\underline{A}$  hat. Für  $r < n$  ist  $\underline{N}$  singulär und damit nicht invertierbar.

Im Vergleich mit Gl. (2.84) und (2.87) wird deutlich, daß  $\underline{A}$  der Matrix der Verbesserungsgleichungen und  $\underline{N}$  der Matrix der sogenannten Normalgleichungen entspricht. Auftretende Rangdefekte der Normalgleichungsmatrix, die eine Inversion mit herkömmlichen Verfahren unmöglich machen, sind andererseits von großer Bedeutung für die praktische Anwendung.

Für auftretende Rangdefekte gibt es verschiedene Ursachen (vgl. HÖPCKE 1980, S.116). Als Datumsdefekt bei der Bestimmung geodätischer Netze wird ein Rangdefekt dann bezeichnet, wenn die Messungen zwar die innere Geometrie einer Punktgruppe zu bestimmen gestatten, in die Ausgleichung aber alle Koordinaten als Unbekannte eingeführt werden. In diesem Fall verbleiben noch Freiheitsgrade für eine freie Translation und Rotation des in seiner inneren Geometrie bestimmten Punkthaufens. Sind keine Strecken gemessen, so ist auch noch der Maßstab unbestimmt, und im dreidimensionalen Fall ergibt sich damit ein Wert für  $d$  von  $d = 7$  (vgl. Abschnitt 2.1.2.). Bei Meßgrößen mit Maßstabsinformation (Strecken oder Streckendifferenzen) wird  $d = 6$ . Bei Anwendung dynamischer Satellitenmethoden ergibt sich auch bei Richtungsmessungen aus dem 3. KEPLERSchen Gesetz stets der Maßstab über die Halbachse  $a$  der Satellitenbahn, und wegen des 1. KEPLERSchen Gesetzes ist der Ursprung des Koordinatensystems auf den Erdschwerpunkt fixierbar, so daß ein Datumsdefekt  $d = 3$  verbleibt. Er charakterisiert drei Freiheitsgrade der Rotation um die Koordinatenachsen.

Dieser Datumsdefekt ist behebbar, wenn man eine Länge und die Breitenwerte von zwei Stationen fixiert. Die Längendifferenz muß dabei ungleich  $0^\circ$  bzw.  $180^\circ$  sein, wobei  $90^\circ$  bzw.  $270^\circ$  das Optimum bilden. Anstelle der Breitenwerte können auch die Koordinaten des Pols für eine Epoche vorgegeben werden, da auf diese Weise ebenfalls zwei Freiheitsgrade - entspricht der Orientierung der Z-Achse - festgelegt werden. Führt man zusätzlich zur Koordinatenbestimmung lineare Änderungen der Koordinaten mit der Zeit ein, so entstehen drei weitere Freiheitsgrade, da prinzipiell nur relative Bewegungen zu bestimmen sind. Diese Freiheitsgrade können nun gleichfalls durch die Vorgabe der zeitlichen Änderung für eine Längenkoordinate und zwei Breiten festgelegt werden. Ist die Polposition zu mindestens zwei Epochen bekannt, so genügt die Festlegung der Bewegung einer Station in Länge zur Behebung des Datumsdefekts.

Ein Konfigurationsdefekt tritt auf, wenn die Beobachtungen nicht ausreichen, um bestimmte Unbekannte zu berechnen. Der Konfigurationsdefekt ist prinzipiell nur durch zusätzliche Informationen (z. B. weitere Messungen) zu beheben.

Oftmals nicht so leicht wie ein Datums- oder Konfigurationsdefekt ist ein Rangdefekt erkennbar, der aus der Einführung zusätzlicher, insbesondere nichtgeometrischer Größen in die Ausgleichung herrührt. Hier kann vielfach eine Überlegung helfen, die analog zum Datumsdefekt anzustellen ist: Sind aus Messungen prinzipiell nur die relativen Beziehungen zwischen zwei oder mehreren Parametern bestimmbar, so können nicht alle zugleich als Unbekannte angesetzt werden. So kann man bei der Auswertung von Dopplermessungen nicht gleichzeitig die Frequenz von Satellit und Empfänger bestimmen. Wie aus Gl. (2.64) ersichtlich wird, wären die beiden entsprechenden Spaltenvektoren in  $\underline{A}$  durch den Faktor  $-1$  ineinander überführbar und damit linear abhängig.

Bereits vor der Durchführung einer Auswertung sollte ein möglicher Rangdefekt durch eine Analyse des Datenmaterials und des Lösungsansatzes festgestellt werden. Es kann bei der Auswertung von Meßwerten jedoch auch der Fall sein, daß lediglich Fast-Singularitäten entstehen, die ihre Ursache in einer starken Korrelation zwischen den ge-

suchten Größen besitzen. Für derartige Probleme erweist sich die Eigenwertzerlegung der Normalgleichungsmatrix als günstiges Hilfsmittel zur Analyse des Sachverhaltes.

### 3.2.2. Die Nutzung der Eigenwertzerlegung

Für die quadratische, symmetrische Matrix  $\underline{N}$  läßt sich folgende Eigenwertzerlegung durchführen:

$$(3.25) \quad \underline{N} = \underline{X} \underline{\Lambda} \underline{X}^T$$

Hierbei bilden die nach ihrem Betrag geordneten Eigenwerte die sogenannte Spektralmatrix  $\underline{\Lambda}$ , die eine Diagonalmatrix ist:

$$(3.26) \quad \underline{\Lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & \dots & & 0 \\ & \lambda_2 & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ 0 & \dots & & & \lambda_n \end{bmatrix}$$

Die entsprechenden Eigenvektoren  $\underline{x}_1$  bilden die Modalmatrix  $\underline{X}$  mit:

$$(3.27) \quad \underline{X} = (\underline{x}_1, \underline{x}_2, \dots, \underline{x}_n)$$

Ist  $\underline{N}$  regulär, so hat auch  $\underline{\Lambda}$  keinen Rangdefekt.  $\underline{X}$  ist orthonormal, d. h.:

$$(3.28) \quad \underline{X}^T \cdot \underline{X} = \underline{E} \quad , \quad \underline{X}^{-1} = \underline{X}^T$$

mit  $\underline{E}$  - Einheitsmatrix

Daher gilt für eine Inversion von  $\underline{N}$ :

$$(3.29) \quad \underline{N}^{-1} = (\underline{X} \underline{\Lambda} \underline{X}^T)^{-1} = \underline{X} \underline{\Lambda}^{-1} \underline{X}^T$$

Hierbei ist zu beachten, daß die Inverse von  $\underline{\Lambda}$  ebenso wie  $\underline{\Lambda}$  eine Diagonalmatrix ist, so daß in der Diagonalen lediglich die Kehrwerte erscheinen:

$$(3.30) \quad \underline{\Lambda}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda_1} & & \dots & & 0 \\ & \frac{1}{\lambda_2} & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ 0 & \dots & & & \frac{1}{\lambda_n} \end{bmatrix}$$



### 3.2.3. Die Behandlung rangdefekter oder schlecht konditionierter Gleichungssysteme

Die Inversion einer rangdefekten Normalgleichungsmatrix ist möglich, wenn man sogenannte generalisierte Inversen ( $g$ -Inversen) definiert. Danach können für eine  $g$ -Inverse  $\underline{G}$  der Matrix  $\underline{B}$  folgende Bedingungen definiert werden (vgl. z. B. HÖPCKE 1980, S.38):

$$(3.34) \quad \underline{B} \underline{G} \underline{B} = \underline{B} \quad \underline{G} \underline{B} \underline{G} = \underline{G} \quad (\underline{B} \underline{G})^T = \underline{B} \underline{G} \quad (\underline{G} \underline{B})^T = \underline{G} \underline{B}$$

Die allen vier Bedingungen genügende sogenannte  $g_4$ -Inverse ist eindeutig, sie wird oft als Pseudoinverse oder MOORE-PENROSE-Inverse bezeichnet.

Für eine symmetrische Matrix  $\underline{N}$  ergibt sich unter Hinzuziehen der Eigenwertzerlegung folgende Vorschrift zur Bestimmung der Pseudoinversen  $\underline{N}^+$ , wenn  $\underline{\Lambda}$  eine Struktur nach (3.32) besitzt:

$$(3.35) \quad \underline{N}^+ = \underline{X} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\Lambda}_r^{-1} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{0}_d \end{bmatrix} \cdot \underline{X}^T$$

Neben eventuellen Rangdefekten wird die numerische Behandlung von Normalgleichungsmatrizen oft durch eine schlechte Kondition erschwert. Diese numerische Instabilität kann ihre Ursache einerseits in den bereits angesprochenen starken Korrelationen zwischen den gesuchten Unbekannten besitzen. Darüber hinaus aber kann auch eine unausgewogene Dimensionierung der Unbekannten zu stark unterschiedlichen Hauptdiagonalelementen und damit auch zu schlechter Kondition führen. Die letztgenannte Ursache läßt sich in ihrer Wirkung beseitigen, wenn man die Normalgleichungsmatrix  $\underline{N}$  vor der Inversion derart normiert, daß in der Hauptdiagonalen ausschließlich Einsen auftreten und diese Normierung nach der Inversion wieder rückgängig macht. Anstelle des Systems

$$(3.36) \quad \underline{N} \underline{x} = \underline{b}$$

wird das System

$$(3.37) \quad \underline{H} \underline{N} \underline{H} \underline{x}' = \underline{H} \underline{b} \\ \underline{N}' \underline{x}' = \underline{b}'$$

mit  $\underline{H}$  - Diagonalmatrix, 
$$h_{ii} = \frac{1}{\sqrt{n_{ii}}} \quad (i = 1, \dots, n)$$

invertiert, so daß sich die Unbekannten und deren Varianz-Kovarianz-Matrix schließlich ergeben zu:

$$(3.38) \quad \underline{x} = \underline{H} \underline{x}' \\ \underline{N}^{-1} = \underline{H} \underline{N}'^{-1} \underline{H}$$

Für die Behandlung der durch starke Korrelationen zwischen den Unbekannten hervorgerufenen schlechten Kondition kann man nun verschiedene Wege wählen. Eine gegenwärtig verbreitet angewandte ist die Regularisierung nach TICHONOV, die nachfolgend kurz dargestellt werden soll (vgl. z. B. KUNERT 1976). Anstelle des Systems (3.36) wird das benachbarte System

$$(3.39) \quad (\underline{N} + \alpha \cdot \underline{E}) \underline{x} = \underline{b}$$

mit  $\underline{E}$  - Einheitsmatrix

$\alpha$  - Regularisierungsparameter

betrachtet. Man kann nun angeben, wie sich für dieses benachbarte System die Konditionszahl  $k$  nach (3.31) verändert (z. B. RUMMEL u. a. 1979):

$$(3.40) \quad k' = \frac{\lambda_{\max} + \alpha}{\lambda_{\min} + \alpha}$$

Hierbei ist  $k'$  nach (3.40) stets kleiner als  $k$  nach (3.31), die Kondition folglich verbessert. Wird (3.39) auf eine singuläre Matrix  $\underline{N}$  angewandt, so ergibt sich unter Beachtung von (3.32):

$$(3.41) \quad k' = \frac{\lambda_{\max} + \alpha}{\alpha}$$

Damit ist offensichtlich, daß durch eine Behandlung nach (3.39) also sowohl schlecht konditionierte als auch rangdefekte Normalgleichungssysteme einer numerisch stabilen Lösung unter Anwendung der üblichen Matrizeninversionsalgorithmen zugeführt werden können, ein Umstand, den TICHONOV u. a. (1978) in Bezug auf die Ausgleichung klassischer geodätischer Netze bereits herausstellen.

Die theoretischen Querverbindungen des Ansatzes (3.39) zu anderen Verfahren sind bemerkenswert. Faßt man die Matrix  $\alpha \cdot \underline{E}$  als a-priori-Information über den Unbekanntenvektor  $\underline{x}$  auf, so kann (3.39) als einfachste Variante der BAYESschen Ausgleichung (z. B. BLAIS 1978) angesehen werden, bei der im Allgemeinfall die zur Normalgleichungsmatrix  $\underline{N}$  addierte inverse Kovarianz-Matrix der Unbekannten voll besetzt sein kann. RUMMEL u. a. (1979) zeigen den engen Zusammenhang zwischen der TICHONOVschen Regularisierung und der Kollokation auf, bei der lediglich der Parameter  $\alpha$  vom Betrag her anders festgelegt wird und  $\alpha \cdot \underline{E}$  eine andere Interpretation erhält ("unkorreliertes Rauschen"). SCHWARZ (1979) wiederum stellt heraus, daß sich als Inverse von  $(\underline{N} + \alpha \cdot \underline{E})$  für  $\alpha \rightarrow 0$  die generalisierte Inverse  $\underline{N}^+$  ergibt.

Wesentlich ist nun die Frage, in welcher Weise durch die Regularisierung nach TICHONOV die Lösung selbst verändert wird. Eine Betrachtung von (3.39) zeigt, daß mit wachsendem  $\alpha$  der Einfluß von  $\alpha \cdot \underline{E}$  wächst, der dazu führt, daß der gesuchte Lösungsvektor  $\underline{x}$  in seinem Betrag kleiner wird als bei der Lösung des Ausgangssystems. Ist andererseits  $\alpha$  zu klein, so zeigen (3.40) bzw. (3.41), daß damit unter Umständen noch keine ausreichende Stabilität der Lösung erreicht ist. Diese Problematik ist unter anderem von SCHWARZ (1979) und von KUNERT gründlich untersucht worden. So schätzt KUNERT (1976, S. 76) über entsprechende Normen ab, daß die Differenz zwischen dem ursprünglichen Lösungsvektor und dem des benachbarten Systems (3.39) in der gleichen Größenordnung wie der Wert für  $\alpha$  selbst liegt. In Abb. 3.2 ist für eine Standard-Koordinatenbestimmung in der Satellitengeodäsie diese Abhängigkeit dargestellt, wie sie sich durch numerische Untersuchungen mit simulierten Daten ermitteln ließ. Sie bestätigt die von KUNERT abgeschätzte Größenordnung. RUMMEL u. a. (1979) weisen darauf hin, daß  $\alpha$  so gewählt werden muß, daß der Kehrwert von  $k'$  nach Gl. (3.40) bzw. (3.41) größer ist als die interne Genauigkeit des benutzten Rechners. ASTSCHEULOV (1980), der bei der Lösung von Gleichungssystemen der Satellitengeodäsie ebenfalls den Ansatz (3.39) verwendet,

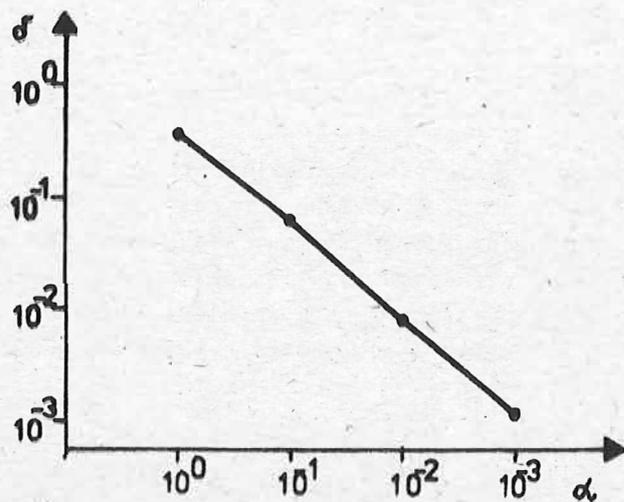


Abb. 3.2: Mittlere relative Abweichung  $\sigma$  des Lösungsvektors vom wahren Wert in Abhängigkeit vom Regularisierungsparameter  $\alpha$ .

empfiehlt einen Wert für  $\alpha$  von  $\alpha = 10^{-2}$ . Man erkennt aus Abb. 3.2, daß in diesem Fall die dritte Stelle der Unbekannten beeinflusst wird. Geht man davon aus, daß die Parameterbestimmung ohnehin iterativ erfolgt und vor dem endgültigen Iterationsschritt bereits Näherungswerte für die Unbekannten vorliegen, die beispielsweise bei den Koordinaten nur noch zu Veränderungen im Bereich weniger Dezimeter oder sogar Zentimeter führen, so ist die Vorgabe von  $\alpha = 10^{-2}$  bei der Koordinatenbestimmung durchaus möglich. Andererseits zeigten im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführte Untersuchungen, daß Lösungen für rangdefekte Normalgleichungsmatrizen selbst für Werte von  $\alpha = 10^{-8}$  noch numerisch stabil waren. Bei den Auswertungen, die im 4. und 5. Abschnitt vorgestellt werden, wurde mit Werten von  $\alpha$  im Bereich von  $10^{-3}$  bis  $10^{-8}$  gearbeitet.

Eine Stabilisierung der numerischen Verfahren bei der Berechnung einer Lösung kann natürlich nicht dafür sorgen, daß bei starken Korrelationen zwischen einigen Unbekannten oder Konfigurationsschwächen des Ansatzes größere Unsicherheiten für die Bestimmung gewisser Parameter behoben werden. Das kann letztlich nur durch zusätzliche Information (z. B. weitere Messungen) erfolgen.

### 3.3. Untersuchungen zum stochastischen Modell

#### 3.3.1. Die Behandlung von Korrelationen zwischen den Beobachtungen

##### 3.3.1.1. Erweiterung des Modells um eine stochastische Komponente

Im Modellansatz (2.85) wird der Vektor  $\underline{y}$  als Differenz zwischen dem Vektor  $\underline{l}$  der Meßwerte und der (linearisierten) Beziehung  $\underline{A} \underline{u}$  der Unbekannten  $\underline{u}$  eingeführt:

$$(3.42) \quad \underline{y} = \underline{A} \underline{u} - \underline{l}$$

Es ist nun möglich,  $\underline{y}$  aufzugliedern in einen Teil  $\underline{n}$ , der die zufälligen, unkorrelierten Meßfehler enthält, und einen Anteil  $\underline{m}$ , der die in der Regel korrelierten Modellfehler repräsentieren soll:

$$(3.43) \quad \underline{y} = \underline{n} + \underline{m}$$

Sind Meß- und Modellfehler miteinander nicht korreliert, so gilt für den Erwartungswert  $E$  jeweils:

$$(3.44) \quad E \{ \underline{y} \cdot \underline{y}^T \} = E \{ \underline{n} \cdot \underline{n}^T \} + E \{ \underline{m} \cdot \underline{m}^T \}$$

Diese Erwartungswerte  $E\left\{ \begin{matrix} \end{matrix} \right\}$  sind bei  $E\left\{ \underline{n} \right\} = E\left\{ \underline{m} \right\} = \underline{0}$  identisch mit den entsprechenden Varianz-Kovarianz-Matrizen, so daß man (3.44) schreiben kann:

$$(3.45) \quad \underline{Q}_{VV} = \underline{Q}_{nn} + \underline{Q}_{mm}$$

Hierbei ist per Definition  $\underline{Q}_{nn}$  eine Diagonalmatrix.

Eine derartige Aufgliederung der stochastischen Modellbestandteile findet sich auch bei der Kollokationsmethode (vgl. MORITZ 1973, S. 2ff). Dort wird herausgearbeitet, daß die Parameterbestimmung formal völlig der Ausgleichung korrelierter Beobachtungen entspricht. Wenn nachfolgend trotzdem eine Anlehnung an die Kollokation erfolgt, so vor allem deshalb, weil in ihrem Rahmen umfangreiche methodische Erkenntnisse zur Behandlung der auch hier interessierenden stochastischen Modellkomponente gewonnen wurden.

Unter den Modellfehlern, deren Einflüsse in ihrer Gesamtheit den Vektor  $\underline{m}$  in Gl. (3.43) bilden, sollen nachfolgend die Anteile einer fehlerbehafteten Satellitenposition betrachtet werden, die durch Unsicherheiten im verwendeten Schwerefeldmodell der Erde entstehen. Es ist allgemein anerkannt, daß sie bei der Auswertung von Messungen zum Satelliten LAGEOS mit dynamischen Satellitenmethoden einen wesentlichen Anteil des Fehlerhaushaltes bilden (vgl. z. B. KOLENKIEWICZ u. a. 1985). Daher können die nachfolgenden Betrachtungen und Ergebnisse als ein Teilbeitrag zur Verbesserung des stochastischen Modells gewertet werden, das später gegebenenfalls durch die Einbeziehung der stochastischen Charakteristika anderer Modellfehler vervollkommen werden kann.

### 3.3.1.2. Behandlung von Modellfehlern im Konzept stochastischer Vektorfelder

Die Differenz zwischen tatsächlichem Ort des Satelliten und dem durch ein Bahnmodell berechneten Ort soll folgendermaßen dargestellt werden:

$$(3.46) \quad \underline{g}(t) = \underline{x}(t) - \underline{x}^R(t)$$

mit  $\underline{x}$  - tatsächliche Satellitenposition

$\underline{x}^R$  - Satellitenposition (Referenzposition) aus dem Modell

t - Zeit

Die Vektoren  $\underline{x}^R$ ,  $\underline{x}$  und  $\underline{g}$  sind Funktionen der Zeit. Sie besitzen drei Komponenten; als geeignetes Koordinatensystem für die Darstellung von  $\underline{g}$  wird das bahnorientierte uvw-System gewählt (vgl. Abschnitt 2.1.3.). Damit kann  $\underline{g}$  als vektorieller stochastischer Prozeß entlang der Zeitkoordinate t betrachtet werden. Aus Gl. (3.46) wird deutlich, daß jeder Wert  $\underline{g}$  zusätzlich auch einem Ortsvektor  $\underline{x}$  zugeordnet werden kann. Eine Behandlung derartiger vektorieller stochastischer Prozesse ist in der Geodäsie nicht neu, sie wurde unter anderem angewandt auf Lotabweichungen (GRAFAREND 1971, KELLER und MEIER 1980), auf Punktfehler eines geodätischen Netzes (GRAFAREND 1972) und auf Eisbewegungen (DIETRICH 1977).

Sind die Positionen  $\underline{x}^R$  in (3.46) durch eine Ausgleichung berechnet worden, durch die die wahren Positionen  $\underline{x}$  approximiert werden sollten, so ist folgendes wichtige Postulat bezüglich des Vektors  $\underline{g}$  auch praktisch erfüllt:

$$(3.47) \quad E \{ \underline{s} \} = \underline{0}$$

Betrachtet man nun zwei Komponenten  $s_i$  und  $s_j$  zu zwei Zeitpunkten  $t_1$  und  $t_2$ , so ergibt sich die Größe

$$(3.48) \quad E \{ s_i(t_1) \cdot s_j(t_2) \} = q_{ij}(t_1, t_2) = q_{ij}^{12}$$

als Zweipunktkorrelationsfunktion oder auch Kovarianzfunktion. Insbesondere bezeichnet man  $q_{ij}$  mit  $i = j$  als Autokovarianzfunktion und mit  $i \neq j$  als Kreuzkovarianzfunktion. Für  $t_1 = t_2$  erhält man in Kombination aller Indizes aus (3.48) die Elemente der Varianz-Kovarianz-Matrix zur Charakterisierung der stochastischen Eigenschaften von  $\underline{s}$  am Punkt  $t = t_1$ . Betrachtet man nun zwei Vektoren  $\underline{s}$  zum Zeitpunkt  $t_1$  bzw.  $t_2$  mit jeweils drei Komponenten, so ergeben alle nach (3.48) ableitbaren Koeffizienten folgende symmetrische  $6 \times 6$ -Matrix:

$$(3.49) \quad Q_{SS} = \begin{bmatrix} q_{uu}^{11} & q_{uv}^{11} & q_{uw}^{11} & q_{uu}^{12} & q_{uv}^{12} & q_{uw}^{12} \\ q_{vu}^{11} & q_{vv}^{11} & q_{vw}^{11} & q_{vu}^{12} & q_{vv}^{12} & q_{vw}^{12} \\ q_{wu}^{11} & q_{wv}^{11} & q_{ww}^{11} & q_{wu}^{12} & q_{wv}^{12} & q_{ww}^{12} \\ q_{uu}^{21} & q_{uv}^{21} & q_{uw}^{21} & q_{uu}^{22} & q_{uv}^{22} & q_{uw}^{22} \\ q_{vu}^{21} & q_{vv}^{21} & q_{vw}^{21} & q_{vu}^{22} & q_{vv}^{22} & q_{vw}^{22} \\ q_{wu}^{21} & q_{wv}^{21} & q_{ww}^{21} & q_{wu}^{22} & q_{wv}^{22} & q_{ww}^{22} \end{bmatrix}$$

oder mit leicht erkennbaren Identitäten:

$$(3.50) \quad Q_{SS} = \begin{bmatrix} Q_{SS}^{11} & Q_{SS}^{12} \\ Q_{SS}^{12T} & Q_{SS}^{22} \end{bmatrix}$$

$$\text{mit } \underline{s} = \begin{bmatrix} \underline{s}^1 \\ \underline{s}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{s}(t_1) \\ \underline{s}(t_2) \end{bmatrix}$$

Ändert sich das statistische Verhalten von  $\underline{s}$  entlang der Zeitkoordinate  $t$  nicht, so bezeichnet man diese Eigenschaft als Stationarität. Dann wird aus (3.48):

$$(3.51) \quad q_{ij}(t_1, t_2) = q_{ij}(t_2 - t_1) = q_{ij}(\Delta t) = q_{ij}(\tau)$$

Faßt man  $\underline{s}$  als Funktion des Ortes  $\underline{x}$  auf, so kann man anstelle von Stationarität auch von Homogenität oder Translationsinvarianz sprechen. Diese Eigenschaft vereinfacht die Behandlung stochastischer Vektorfelder wesentlich, z. B. sind in diesem Falle die Matrizen  $Q_{SS}^{11}$  und  $Q_{SS}^{22}$  in (3.50) identisch. In Anlehnung an die Beschreibung der Fehlersituation eines Punktes (GRAFAREND 1972) soll von (lokaler) Isotropie bezüglich  $\underline{s}$  dann gesprochen werden, wenn die  $Q_{SS}^{11}$  invariant gegenüber Drehungen des zugrundeliegenden Koordinatensystems sind.

Von besonderer Bedeutung sind stochastische Vektorfelder, die normalverteilte Komponenten besitzen. Nur in diesem Fall nämlich ist die Kenntnis des Erwartungswertes nach (3.47) und der Zweipunktkorrelationsfunktionen nach (3.48) hinreichend zur Charakterisierung des statistischen Verhaltens des Vektorfeldes (OBUCHOV 1958, S. 12).

Aus diesen Gründen ist es anzustreben, das Referenzmodell  $\underline{x}^R$  so zu wählen, daß die stochastischen Vektoren  $\underline{g}$  normalverteilte Komponenten besitzen. Wünschenswert sind weiterhin die Eigenschaften der Homogenität und der Isotropie. Die Eigenschaft der Homogenität bildet eine Voraussetzung dafür, aus nur einer oder wenigen Realisierungen (Stichproben) die gesuchten Parameter zu bestimmen. Daher sind die Eigenschaften der Normalverteilung und der Homogenität bei praktischen Anwendungen stets am Datenmaterial zu überprüfen.

Bezüglich weiterführender Problemstellungen, z. B. die der Ergodizität, kann hier nur auf entsprechende Literatur verwiesen werden (JAGLOM 1959, KEMPE 1974).

### 3.3.1.3. Ableitung der Korrelation zwischen gemessenen Strecken

Es ergibt sich nun die Fragestellung, ob die Kenntnis der Varianz-Kovarianz-Matrix (3.49) tatsächlich ausreicht, um beispielsweise die Korrelation zwischen zwei gemessenen Strecken zu berechnen, die ja letztlich für die Matrix  $Q_{mm}$  in (3.45) benötigt wird. Hierfür sollen neben der Matrix (3.49) auch die Koordinaten der Stationen 1 und 2, die zu den Zeitpunkten  $t_1$  bzw.  $t_2$  messen, bekannt sein. Die Stationskoordinaten können ohne Probleme in das bahnorientierte uvw-System transformiert werden (siehe MONTAG 1984, S. 60), so daß sich die Komponente  $s_1$  des stochastischen Vektors  $\underline{g}$  in Richtung der Station 1 als Skalarprodukt ausdrücken läßt:

$$(3.52) \quad s_1 = \underline{d}^1 T \cdot \underline{g}^1$$

mit  $\underline{d}^1$  - Einheitsvektor Satellit - Station im uvw-System

Eine analoge Darstellung ergibt sich bei der zweiten Station für  $s_2$ . Faßt man beide skalaren Größen  $s_1$  und  $s_2$  zu einem Unbekanntenvektor  $\underline{g}$  zusammen, so gilt:

$$(3.53) \quad \underline{g} = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{d}^1 & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{d}^2 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} \underline{g}^1 \\ \underline{g}^2 \end{bmatrix} = \underline{D}^T \cdot \begin{bmatrix} \underline{g}^1 \\ \underline{g}^2 \end{bmatrix}$$

Auf die Beziehung (3.53) kann nun das Kovarianz-Fortpflanzungsgesetz angewandt werden, so daß sich unter Einbeziehung von (3.49) ergibt:

$$(3.54) \quad Q_{gg} = \underline{D}^T Q_{ss} \underline{D} = \begin{bmatrix} q_{ss}^{11} & q_{ss}^{12} \\ q_{ss}^{21} & q_{ss}^{22} \end{bmatrix}$$

Damit enthält (3.54) in der Diagonalen gerade die Varianz der Modellfehler für die Strecken  $s_1$  (Station 1, Zeitpunkt  $t_1$ ) und  $s_2$  (Station 2, Zeitpunkt  $t_2$ ), außerhalb der Diagonalen die Kovarianz.

Über den hier dargestellten Formalismus ist es also ohne Probleme möglich, aus der Kenntnis der statistischen Parameter des stochastischen Vektors  $\underline{g}$  Kovarianzen bzw. Korrelationen zwischen gemessenen Strecken abzuleiten. Korrelationen sind die mit Hilfe der Varianzen normierten Werte der Kovarianzen.

#### 3.3.1.4. Vergleich mit bisherigen Anwendungen des Kollokationsmodells in der Satellitengeodäsie

MORITZ (1980, S. 134ff) nennt als ein Anwendungsgebiet der Kollokation neben der Bearbeitung von Schweremessungen sofort die Satellitenbahnberechnung. Aufbauend auf diesem von MORITZ auch früher bereits formulierten Grundkonzept können nun verschiedene Aspekte der Anwendung in den Vordergrund treten. REIGBER und ILK (1976) benutzten a-priori-Informationen über gesuchte Kugelfunktionskoeffizienten, die sie in einer Varianz-Kovarianz-Matrix zusammenfaßten, zur Stabilisierung ihrer Parameterbestimmung. Hierbei handelt es sich praktisch um eine Verfeinerung des Ansatzes (3.39). EISSFELLER (1985) betrachtet die Möglichkeit, bei Vorhandensein von lokalen terrestrischen Informationen über das Schwerfeld mittels Kollokation einen Korrekturterm zur Referenzbahn zu berechnen. Bei dieser Anwendung werden als Signale die Informationen über das lokale Schwerfeld aufgefaßt; das Verfahren dürfte auch vom Aufwand her nur für kurze Bahnbögen im regionalen Bereich anwendbar sein.

Der bei den nachfolgenden Untersuchungen gewählte Problemzugang besitzt gewisse Ähnlichkeiten mit der von NIKOLSKAJA (1976) konzipierten Vorgehensweise. Auch bei ihr geht es darum, durch ein verbessertes stochastisches Modell primär die Qualität der Parameterbestimmung zu erhöhen, und die auftretenden Abweichungen zwischen Modell und Meßwerten werden dazu in unkorrelierte Meß- und korrelierte Modellfehler zerlegt. Neu ist bei den nachfolgend vorgestellten Ergebnissen der Ansatz, zunächst diese Modellfehler als dreidimensionales stochastisches Vektorfeld zu behandeln, durch Nutzung von simulierten Daten dessen statistische Charakteristika zu bestimmen und diese schließlich auf die Meßwerte zu übertragen.

#### 3.3.2. Empirische Untersuchungen mit simulierten Daten

##### 3.3.2.1. Beschreibung der Methode

Die Zielstellung der Untersuchungen mit simulierten Daten bestand darin, die Grundlagen für die Bestimmung der Elemente der Varianz-Kovarianz-Matrix (3.49) zu schaffen. Das verlangte die Ermittlung der Auto- und Kreuzkovarianzfunktionen zwischen den verschiedenen Komponenten des Vektors  $\underline{g}$ . In diesem Zusammenhang galt es auch, die im Abschnitt 3.3.1.2. behandelten Eigenschaften stochastischer Vektoren am praktischen Beispiel zu überprüfen.

Um die Vektoren  $\underline{g}$  nach Gl. (3.46) bestimmen zu können, wurden auf die im Abschnitt 2.5.4. beschriebene Weise für eine LAGEOS-Bahn Satellitenpositionen im Abstand von 30 Minuten generiert. Mit einem entsprechend veränderten Schwerfeldmodell  $M_8$  (Tab. 2.12) wurde sodann eine Bahnausgleichung durchgeführt. Die daraufhin verbliebenen Residuen für jede Satellitenposition konnten anschließend - transformiert in das bahnorientierte  $uvw$ -System - den entsprechenden Analysen unterworfen werden. Ein

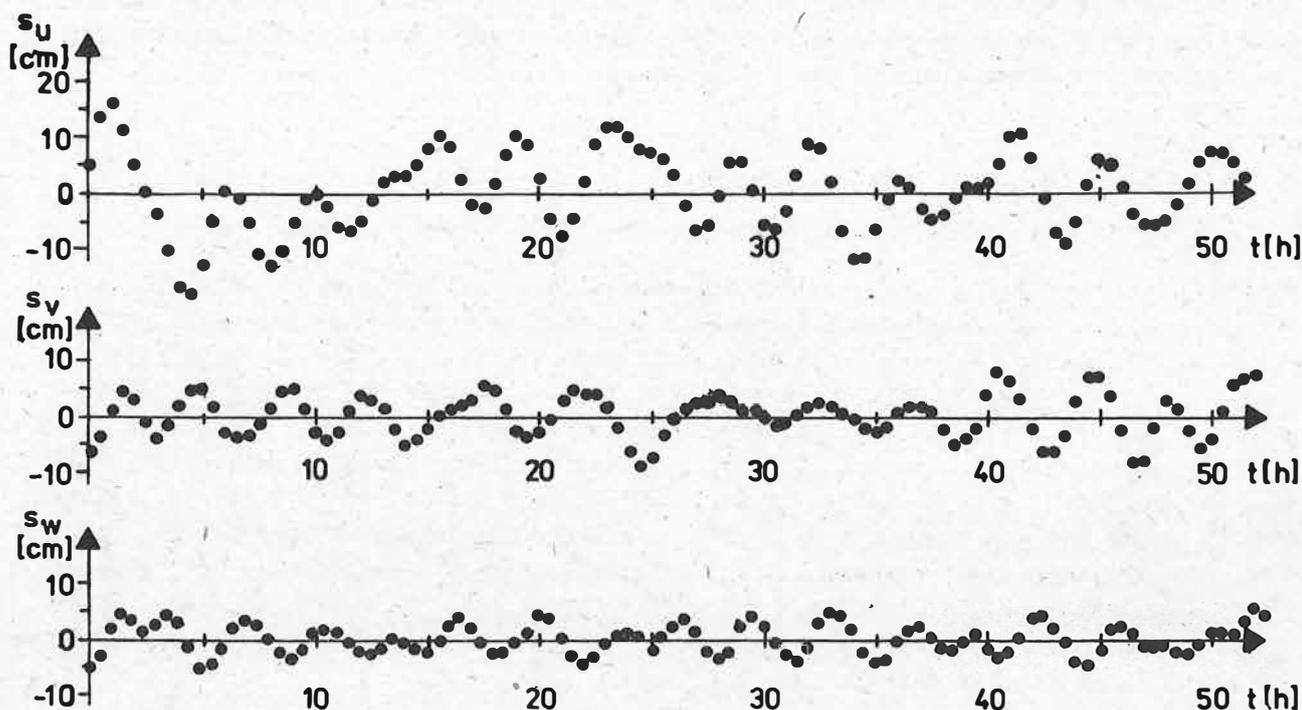


Abb. 3.3: Ausschnitt des Verlaufs der Residuen  $s$  in der u-Komponente (oben), der v-Komponente (Mitte) und der w-Komponente (unten) in Abhängigkeit von der Zeit  $t$ .

Beispiel für den Verlauf dieser Residuen enthält Abb. 3.3. Zur statistischen Analyse des Residuenverlaufes wurde das Programm AUTOFT (AURASS u. a. 1981) verwendet.

Mit den dargestellten Residuen, wie sie bei Nutzung des veränderten Schwerefeldmodells MB entstehen, liegt eigentlich nur eine einzige, endliche Realisierung des stochastischen Prozesses vor. Hier müssen Homogenität und Ergodizität gewährleistet sein, wenn man damit auf die Charakteristika der Grundgesamtheit schließen will. Es hätte den Rahmen der Untersuchungen gesprengt, nach dem Prinzip der MONTE-CARLO-Methode eine große Anzahl derartiger Modellexperimente vorzunehmen, um die statistischen Parameter mit größerer Sicherheit zu bestimmen. Um aber einen Eindruck zu vermitteln, wie stark solche einzelnen Modellexperimente voneinander abweichen, wurde zumindest ein zweites unabhängiges Schwerefeldmodell in gleicher Weise analysiert. Eine gründliche Absicherung der in den vorliegenden Analysen erhaltenen Zahlenwerte muß jedoch weiteren Untersuchungen vorbehalten bleiben.

### 3.3.2.2. Einfluß von Bahnbogenlänge, Bahnparametern und Schwerefeldmodell

In einem ersten Schritt der Untersuchungen sollte die Abhängigkeit statistischer Eigenschaften als Funktion der Bahnbogenlänge und der Bahnparameter bestimmt werden. Als wesentliche Maßzahl kann in diesem Zusammenhang die mittlere Bahnanpassung für die drei Komponenten des bahnorientierten Systems angesehen werden. Die entsprechenden Werte für verschiedene Bahnbogenlängen enthält Tab. 3.1. Entsprechend der üblichen Vorgehensweise bei der Bestimmung der Bahnparameter, neben den sechs KEPLERSchen Elementen noch die Größe  $\dot{n}$  mitzubestimmen, sind in Tab. 3.1 beide Varianten enthalten. Die Größe  $\dot{n}$  kann,

**Tab. 3.1:** Mittlere Bahnanpassung für die drei Komponenten u, v und w in Abhängigkeit von der Bahnbogenlänge

Bahnbogenlänge [Tage]	6 Bahnelemente			6 Bahnelemente + $\dot{n}$		
	$m_u$ [cm]	$m_v$ [cm]	$m_w$ [cm]	$m_u$ [cm]	$m_v$ [cm]	$m_w$ [cm]
30	138,0	29,8	7,0	15,1	29,8	7,0
10	17,4	10,8	3,6	8,6	10,9	3,6
7,5	13,3	8,1	3,3	8,1	8,1	3,3
5	9,2	5,8	3,0	7,8	5,8	3,0
2,5	7,7	3,4	2,9	7,4	3,4	2,9
1	4,7	3,3	2,3	4,6	3,3	2,3

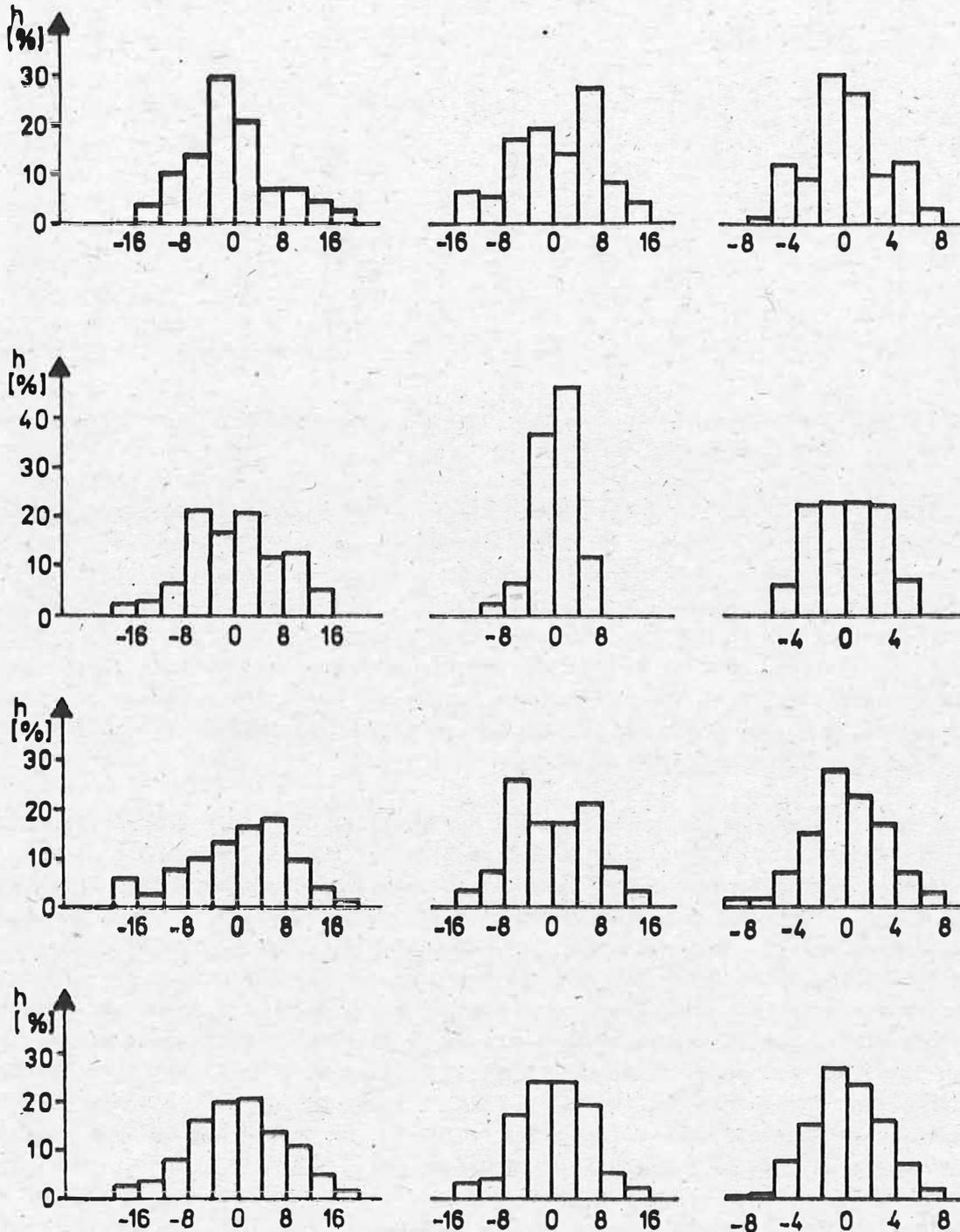
wie die Ergebnisse zeigen, insbesondere nichtmodellierete Störungen in der Längskomponente der Satellitenbahn auffangen.

Deutlich werden in Tab. 3.1 die Unterschiede in der Bahnanpassung für die einzelnen Komponenten. Das heißt, daß der zu untersuchende vektorielle stochastische Prozeß keine isotrope, also rotationsinvariante Struktur besitzt. Die Genauigkeitsrelationen zwischen den einzelnen Komponenten entsprechen in ihrem qualitativen Verhalten den in der Literatur bereits früher getroffenen Aussagen (vgl. STANGE und MONTAG, 1974). Allgemein wird deutlich, wie bei wachsender Bahnbogenlänge auch die Modellfehler zunehmen, und wie andererseits durch die zusätzliche Bestimmung von  $\dot{n}$  insbesondere bei längeren Bögen eine Verbesserung in der mittleren Anpassung der Längskomponente im Vergleich zu nur 6 KEPLER-Elementen zu verzeichnen ist.

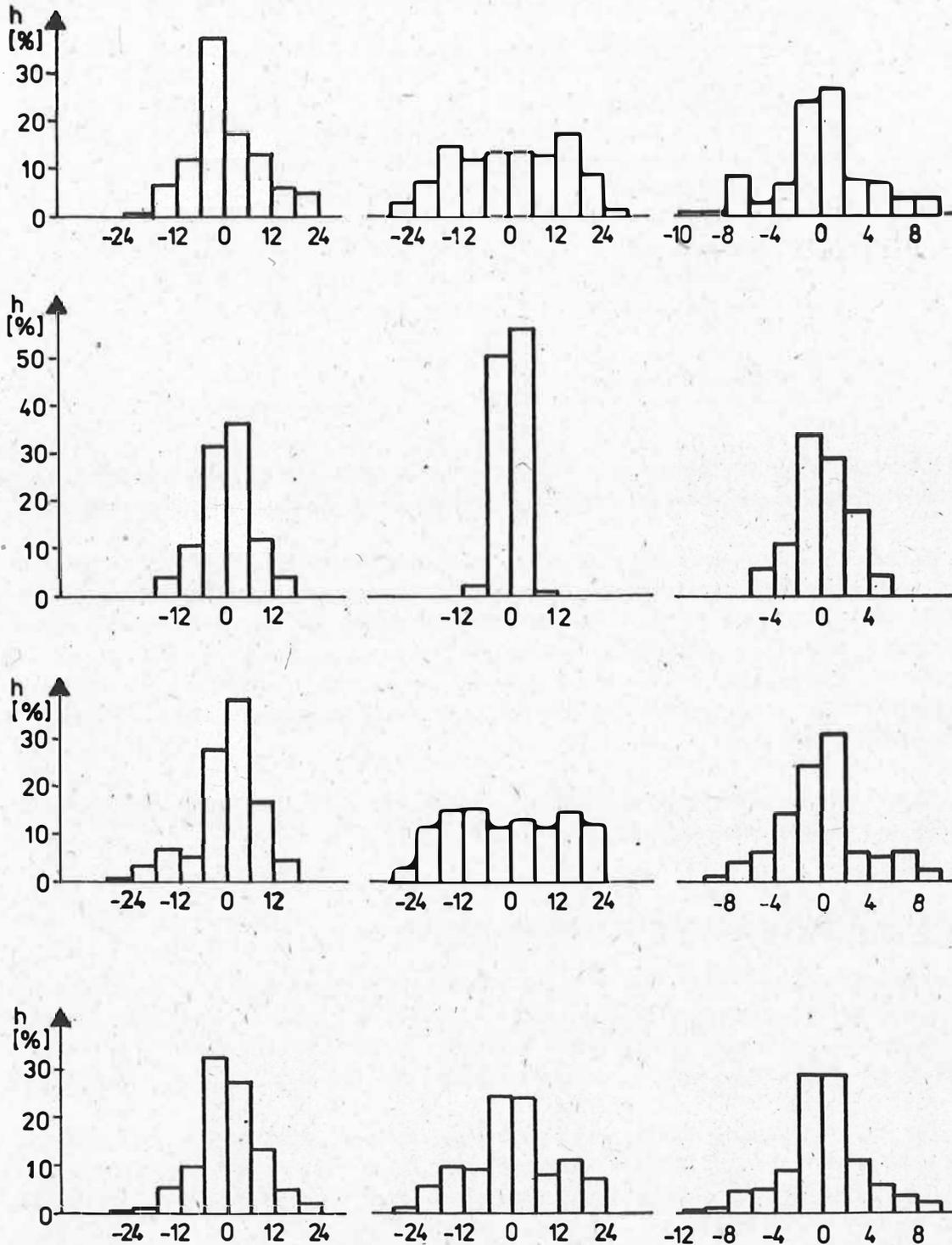
Eine weitere wichtige Frage ist die der Homogenität, d. h. der Translationsinvarianz. Zu diesem Zweck sind die Residuen des 5-Tage-Bogens für drei jeweils gleichgroße Zeitintervalle in Histogrammform erfaßt worden, so daß erstes, mittleres und letztes Bogendrittel für sich betrachtet werden können. In Abb. 3.4 wird deutlich, daß an den Enden des Bahn Bogens, hier insbesondere bei der v-Komponente, größere Streuungen auftreten als in der Mitte. Diese Tatsache, daß die Residuen der Bahnanpassung an den Enden des Intervalls oft beginnen, stärkere Abweichungen von der ausgeglichenen Bahn aufzuweisen als in der Mitte, ist allgemein bekannt und spiegelt sich im Histogramm wider. Diese Tendenz nimmt bei wachsender Bahnbogenlänge zu (vgl. Abb. 3.5). Damit wird deutlich, daß eine Verkürzung der Bahnbogenlänge neben der Verringerung der Modellfehler auch zu deren Homogenisierung beiträgt, so daß auch von dieser Seite her der 5-Tage-Bogen einem längeren wie z. B. dem 10-Tage-Bogen vorzuziehen ist.

Schließlich ist zu prüfen, inwieweit die Residuen normalverteilt sind. Die entsprechenden Histogramme des 5-Tage-Bogens (Abb. 3.4, untere Reihe) wurden einem  $\chi^2$ -Test unterworfen; es zeigte sich bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5% kein Widerspruch zur Hypothese der Normalverteilung.

Damit kann für den vorrangig untersuchten 5-Tage-Bogen festgestellt werden, daß die dargestellten Häufigkeitsverteilungen der Residuen der Homogenität und Normalverteilung zumindest annähernd entsprechen, so daß diese Eigenschaften als Arbeitshypothesen gelten sollen. Gleichzeitig wird deutlich, daß Isotropie nicht gegeben ist. Das muß beach-



**Abb. 3.4:** Histogramme der Residuen der u-Komponente (links), v-Komponente (Mitte) und w-Komponente (rechts) bei einem 5-Tage-Bogen. In den drei ersten Reihen sind erstes, zweites und drittes Drittel des Bogens dargestellt, in der letzten Reihe sind alle Residuen der jeweiligen Komponenten zusammengefasst. (Maßeinheit Zentimeter)



**Abb. 3.5:** Histogramme der Residuen der u-Komponente (links), v-Komponente (Mitte) und w-Komponente (rechts) bei einem 10-Tage-Bogen. In den drei ersten Reihen sind wie in Abb. 3.4 erstes, zweites und drittes Drittel des Bogens dargestellt, in der letzten Reihe sind alle Residuen der jeweiligen Komponenten zusammengefaßt. (Maßeinheit Zentimeter)

**Tab. 3.2:** Mittlere Bahnanpassung für die drei Komponenten u, v und w bei einem 5-Tage-Bogen (6 Bahnelemente +  $\dot{n}$ ), gesondert für bestimmte Koeffizienten des veränderten Schwerefeldmodells sowie für das zweite unabhängige Schwerefeldmodell

fehlerbehaftetes Schwerefeldmodell	$m_u$ [cm]	$m_v$ [cm]	$m_w$ [cm]
alle Koeffizienten	7,8	5,8	3,0
nur zonale Koeff.	2,4	5,2	1,2
nur sektorielles Koeff.	2,7	1,8	0,7
nur tesserales Koeff.	7,0	2,0	2,7
alle Koeffizienten (unabhängige Variante)	8,1	3,8	2,9

tet werden, wenn die Residuen von Streckenmessungen, die ja eine Projektion des Residuenvektors auf wechselnde Richtungen darstellen, betrachtet werden sollen.

In Tab. 3.2 ist schließlich für den 5-Tage-Bogen noch die getrennte Wirkung von zonalem, tesseralem und sektoriellem Anteil des fehlerbehafteten Schwerefeldmodells dargestellt. Außerdem enthält die Tabelle ebenfalls für den 5-Tage-Bogen das Ergebnis mit dem zweiten, unabhängig erzeugten fehlerbehafteten Schwerefeldmodell. Hier sind die Unterschiede zum ersten Modell in der u- und w-Komponente unerheblich, lediglich in der v-Komponente ist die mittlere Bahnanpassung um etwa 1/3 besser als beim ersten Modell.

Alle nachfolgenden Untersuchungen beziehen sich auf eine Bahnbogenlänge von fünf Tagen und sieben Bahnparameter (6 KEPLERelemente +  $\dot{n}$ ).

### 3.3.2.3. Bestimmung der Korrelationsfunktionen

Eine vollständige Lösung des Problems verlangt die Bestimmung von insgesamt sechs Zweipunktkorrelationsfunktionen nach Gl. (3.48), und zwar je drei Auto- und Kreuzkorrelationsfunktionen von den bzw. zwischen den drei Komponenten u, v und w. Die erhaltenen Ergebnisse sind in den Abbildungen 3.6 und 3.7 graphisch dargestellt.

Bei der Betrachtung der Autokorrelationsfunktionen wird eine ausgesprochene Periodizität deutlich. Die Periodenlänge beträgt knapp vier Stunden und korrespondiert mit der Umlaufzeit des Satelliten. Eine nochmalige Vergrößerung der Korrelation tritt bei der u- und w-Komponente nach etwa einem Tag auf. Bis auf diese Verstärkung nach rund 24 Stunden kann man feststellen, daß nach einem Satellitenumlauf die Korrelation einen Betrag von 0,5 (u-Komponente), 0,7 (v-Komponente) bzw. 0,6 (w-Komponente) nicht mehr übersteigt.

Die Kreuzkorrelationsfunktionen (Abb. 3.7) zeigen, daß auch zwischen den Komponenten deutliche Beziehungen bestehen. Während die Kreuzkorrelationsfunktionen zwischen u und v sowie zwischen u und w näherungsweise ungerade sind, handelt es sich bei der

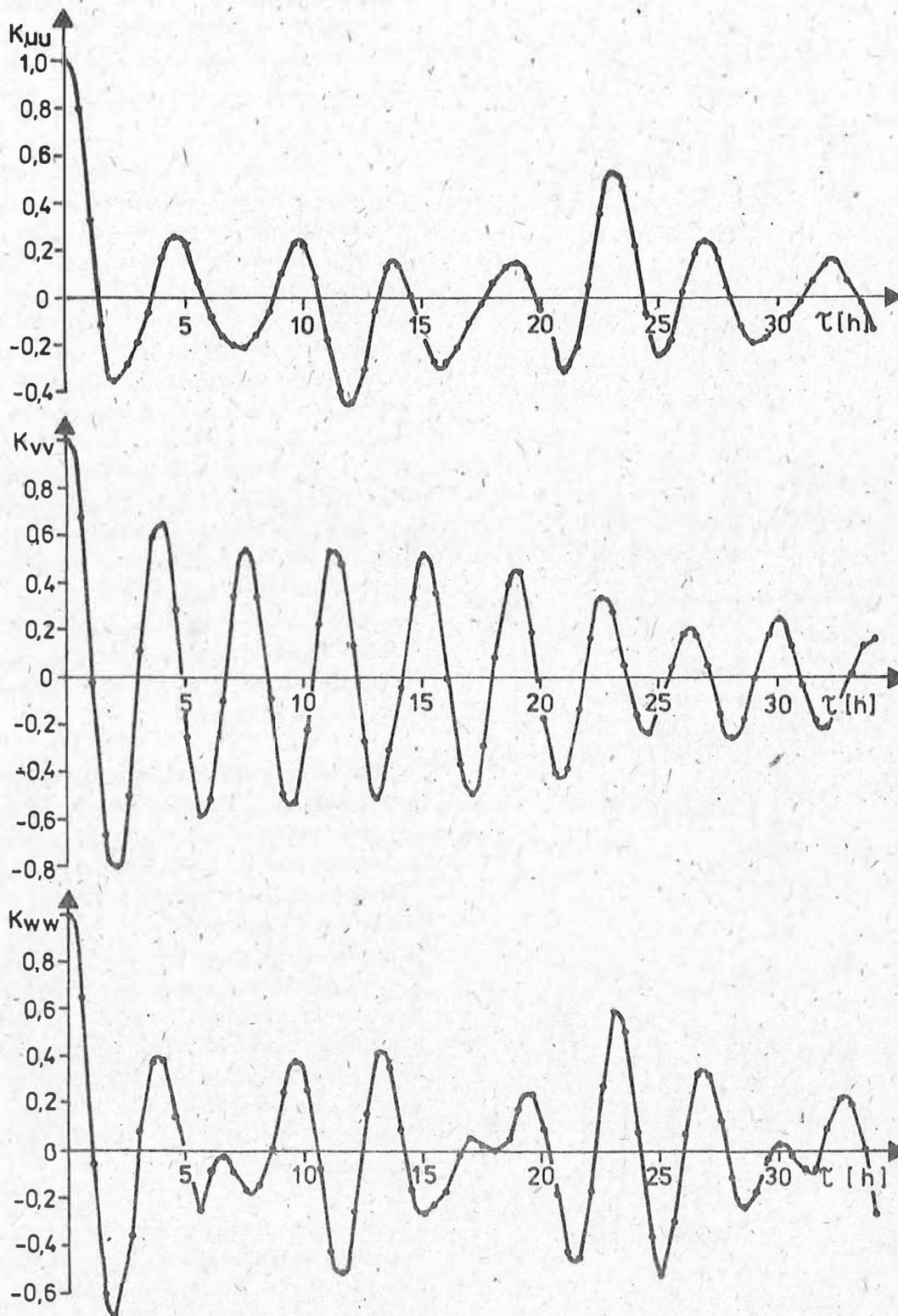
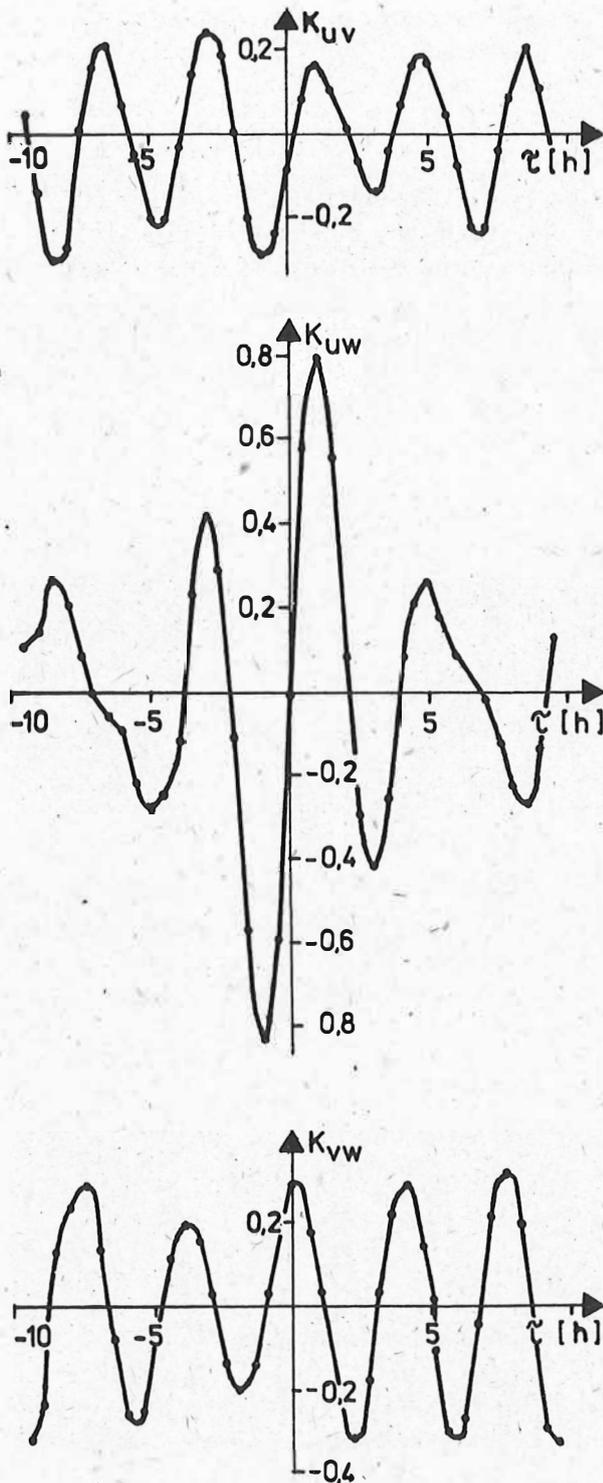


Abb. 3.6: Autokorrelationsfunktionen der Residuen der u-Komponente (oben), der v-Komponente (Mitte) und der w-Komponente (unten)



**Abb. 3.7:** Kreuzkorrelationsfunktionen der Residuen der u- und v-Komponente (oben), der u- und w-Komponente (Mitte) sowie der v- und w-Komponente (unten)

zwischen  $v$  und  $w$  um eine annähernd gerade Funktion. Damit gilt für die entsprechenden Komponenten in Gl. (3.49), daß  $q_{vu}^{21} = -q_{uv}^{21}$ ,  $q_{uw}^{21} = -q_{wu}^{21}$  und  $q_{vw}^{21} = q_{wv}^{21}$  sind. Verwendet man die Werte von  $\tau = 0$ , so kann man die Varianz-Kovarianz-Matrix für einen Punkt bestimmen. Nun wurde im Abschnitt 3.2.2. dargelegt, daß aus der Varianz-Kovarianz-Matrix durch eine Eigenwertbestimmung über die dazugehörigen Eigenvektoren die Richtungen der Achsen des in diesem Fall dreidimensionalen Fehlerellipsoides bestimmt werden können. Aus den Werten der ersten beiden Kreuzkorrelationsfunktionen für  $\tau = 0$  ( $K_{uv} = K_{uw} = 0$ ) kann man erkennen, daß eine Hauptachse dieses Fehlerellipsoides mit der u-Richtung identisch ist. Zwischen v- und w-Komponente besteht bei  $\tau = 0$  eine Korrelation von etwa 0,3, und diese Korrelation bewirkt, daß die beiden anderen Hauptachsen des Fehlerellipsoides um etwa  $10^\circ$  von der v- bzw. w-Richtung abweichen.

Die hier vorgestellten Untersuchungen erfolgten auch für die anderen Bahnbogenlängen. Dabei blieben alle gewonnenen Erkenntnisse in ihrem qualitativen Charakter bestehen. Bezeichnend für wachsende Bahnbogenlängen ist ein etwas geringeres Abklingen der Amplituden der Korrelationsfunktionen bei gleichbleibenden Periodizitäten. Die Auto- und Kreuzkorrelationsfunktionen für das zweite unabhängige Schwerfeldmodell besitzen einen Verlauf, der mit den Darstellungen in Abb. 3.6 und 3.7 nahezu identisch ist.

Die nach diesem Prinzip empirisch bestimmten Korrelationsfunktionen können nun für die Ableitung entsprechender Werte in der Matrix (3.49) genutzt werden. Dabei kann man entweder die Zahlenwerte tabellieren und gegebenenfalls interpolieren oder aber mittels Ausgleichung die Parameter analytischer Modellfunktionen bestimmen und diese analyti-

schen Ausdrücke entsprechend nutzen. Zu beachten ist, daß die Modellkorrelationsfunktionen - ebenso wie die Matrix (3.49) selbst - positiv definit sein müssen.

### 3.3.2.4. Anwendung der spektralen Betrachtungsweise

Im vorangegangenen Abschnitt erfolgte eine Analyse des stochastischen Vektors  $\underline{g}$  im sogenannten Zeitbereich, charakterisiert durch die Bestimmung der Korrelationsfunktionen. Eine hierzu völlig äquivalente Betrachtungsweise ist die im Spektralbereich. Grundlage dieser Äquivalenz ist das WIENER-CHINTSCHIN-Theorem, das bei der Untersuchung stochastischer Prozesse eine zentrale Bedeutung besitzt und folgendes aussagt: "Für jeden stationären GAUSSschen Zufallsprozeß mit kontinuierlichem Spektrum existiert die FOURIER-Transformierte  $P(\nu)$  der Autokovarianzfunktion  $C(\tau)$ . Diese Frequenzfunktion  $P(\nu)$  stellt das Leistungsspektrum des Zufallsprozesses dar." (TAUBENHEIM 1969, S. 226).

Es gelten folgende Transformationen (TAUBENHEIM 1969, S. 226):

$$(3.55) \quad P(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} C(\tau) \exp(-i \cdot 2\pi\nu\tau) d\tau$$

$$(3.56) \quad C(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(\nu) \exp(i \cdot 2\pi\nu\tau) d\nu$$

mit  $\nu$  - Frequenz

Bei der Transformation empirisch bestimmter Kovarianzfunktionen in den Frequenzbereich nach Gl. (3.55) tritt das Problem auf, den Wertebereich der Kovarianzfunktion auf das Intervall von  $-\infty$  bis  $+\infty$  erweitern zu müssen. Die Lösung dieses Problems erfolgt durch sogenannte Fensteroperationen (vgl. TAUBENHEIM 1969, S. 286ff), die diese Erweiterung vornehmen.

Eine interessante Beziehung ergibt sich, wenn man in Gl. (3.56)  $\tau = 0$  einsetzt (TAUBENHEIM 1969, S. 227):

$$(3.57) \quad C(0) = 2 \int_0^{\infty} P(\nu) d\nu$$

Die Dispersion  $C(0)$  eines Prozesses drückt danach dessen Gesamtenergie aus.

Die Grundlagen des bei den nachfolgenden Ergebnissen genutzten EDV-Programmes AUTOFT sind bei AURASS u. a. (1977) eingehender behandelt. So ergeben sich aus den Werten  $P(\nu_1)$  des Leistungsspektrums die Amplituden  $A_1$  der entsprechenden Frequenz zu:

$$(3.58) \quad A_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot P(\nu_1) \cdot C(0)}{l \cdot l_f}}$$

mit  $l$  - Länge der Autokorrelationsfunktion

$l_f$  - lokaler Signalfaktor ( $l_f = 0,5$  für BARTLETT-Fenster  
 $l_f = 0,38$  für PARZEN-Fenster)

Für die nachfolgenden Abbildungen sind die Ergebnisse mit BARTLETT-Fenster und Länge der Autokorrelationsfunktion  $l = 50$  Stunden ausgewählt worden, wobei sich Varianten mit verändertem  $l$  bzw. mit PARZEN-Fenster nur geringfügig von den dargestellten Spektren unterscheiden. Auch Spektren unter Nutzung der Maximum-Entropie-Methode wurden bestimmt. Da aus ihnen jedoch wegen der Anwendung eines nichtlinearen Operators keine Amplituden berechnet werden können, wurde auf ihre Wiedergabe an dieser Stelle verzichtet, zumal sich auch diese Ergebnisse von den nachfolgend dargestellten nicht wesentlich unterscheiden.

Die zu den Korrelationsfunktionen der Abb. 3.6 gehörenden Amplituden- und Leistungsspektren enthält Abb. 3.8. Für bestimmte Interpretationen sind die Spektren noch besser geeignet als die Korrelationsfunktionen, denn relative Maxima im Spektrum können direkt entsprechenden Frequenzen zugeordnet werden. So findet man in den Spektren in Übereinstimmung mit den in Abschnitt 2.2.3.1. zitierten Erkenntnissen aus der analytischen Bahtheorie der kurzperiodischen Störungen deutlich die Tagesperiode  $d$  ( $\nu_d = 1$ ) mit ihren Oberschwingungen bei  $2 \cdot \nu_d$ ,  $3 \cdot \nu_d$  usw., die Umlaufperiode  $T = 3,8$  h ( $\nu_T = 6,4$  Umläufe pro Tag) sowie die Überlagerung beider Periodizitäten, die zu relativen Maxima bei  $(\nu_T - \nu_d)$  und  $(\nu_T + \nu_d)$  führt.

Die Tatsache, daß die FOURIER-Transformationen (3.55) und (3.56) lineare Transformationen sind, hat wichtige Konsequenzen: Man kann in diesem Fall das kontinuierliche Leistungsspektrum  $P(\nu)$  als eine Summe von  $n$  Anteilen darstellen (TAUBENHEIM 1969, S.239ff):

$$(3.59) \quad P(\nu) = P_1(\nu) + P_2(\nu) + \dots + P_n(\nu)$$

Ebenso ergibt sich die Autokovarianzfunktion  $C(\tau)$  des Gesamtprozesses als Summe von  $n$  Funktionen, die jede die FOURIER-Transformierte des entsprechenden Spektralsummanden darstellt:

$$(3.60) \quad C(\tau) = C_1(\tau) + C_2(\tau) + \dots + C_n(\tau)$$

Damit besitzt man die Möglichkeit, die erhaltenen Kovarianzfunktionen und Leistungsspektren additiv aus der Wirkung einzelner Komponenten zusammensetzen. Eine derartige Zerlegung ließe sich bis hin zu den einzelnen Kugelfunktionskoeffizienten führen, wie sie zum Beispiel für die Berechnung von Sensitivitätstabellen (wie Tab. 2.11) notwendig ist. Eine nicht ganz so weit geführte Zerlegung ist in Abb. 3.9 für das Spektrum von Abb. 3.8 dargestellt, indem die Wirkung von zonalen, sektoriellen und tesseralen Anteilen des fehlerbehafteten Schwerefeldmodells jeweils gesondert bestimmt wurde. Die hier wegen ihrer größeren Anschaulichkeit (z. B. Bezug zur mittleren Bahnanpassung) gewählten Amplitudenspektren werden allerdings nicht nach (3.59) zusammengesetzt, sondern durch Quadrieren der Komponenten und Radizieren nach erfolgter Summenbildung. Auch hier ist eine gute Voraussetzung für Interpretationen gegeben. So wird z. B. die Tatsache deutlich widerspiegelt, daß zonale Kugelfunktionskoeffizienten für die Störungen mit der Periode eines Satellitenumlaufes verantwortlich sind.

In Abb. 3.10 sind die Spektren der Residuen dargestellt, die sich unter Verwendung des zweiten, unabhängig erzeugten fehlerbehafteten Schwerefeldmodells ergeben. Es zeigt sich, daß die wesentlichen Frequenzen von Abb. 3.8 mit leicht veränderten Amplituden auch hier wieder auftreten. Daher dürften Schlußfolgerungen qualitativer Art, wie sie bei Abb. 3.8 gezogen wurden, weitgehend allgemeingültigen Charakter tragen, obwohl eine

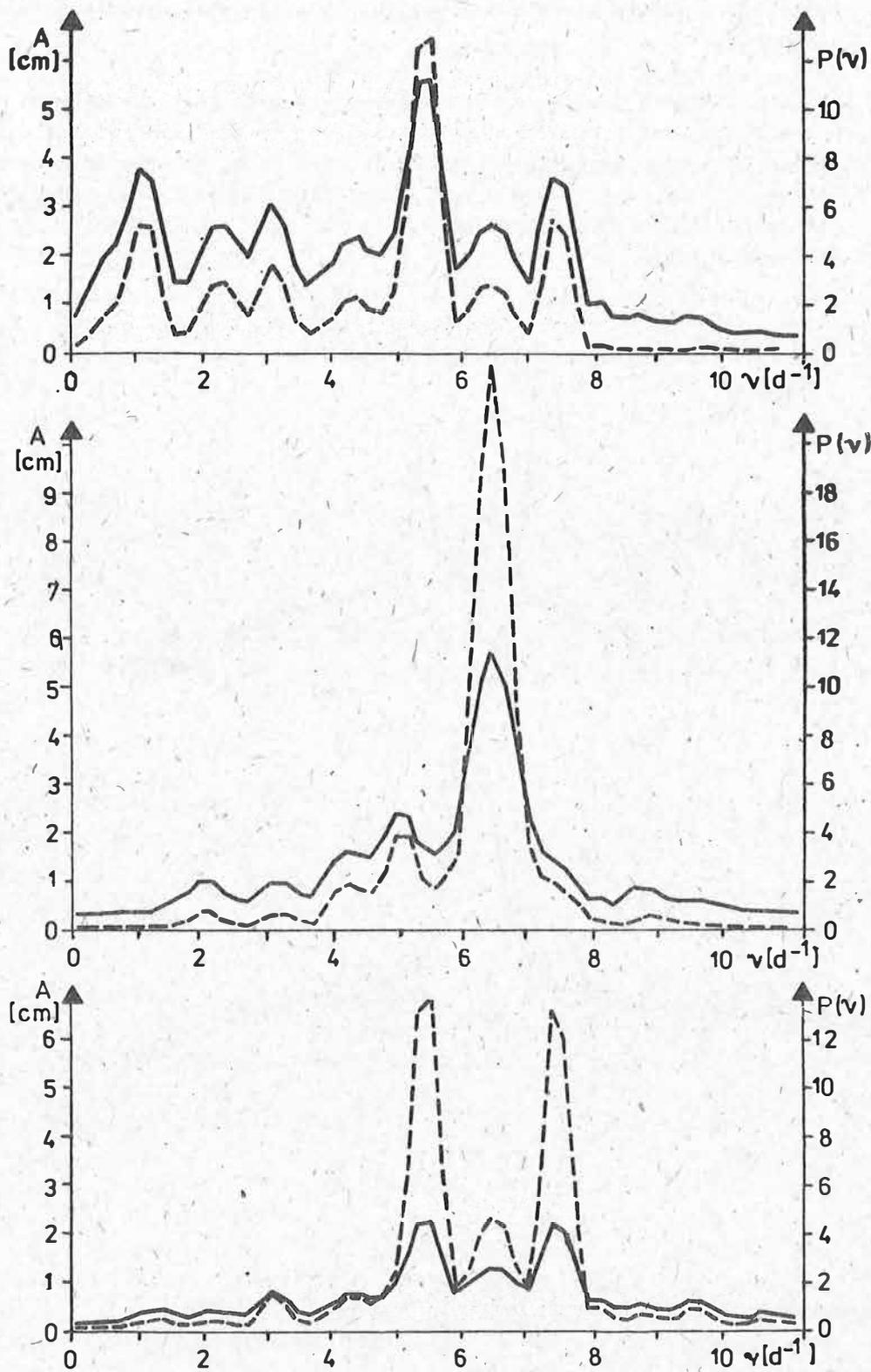
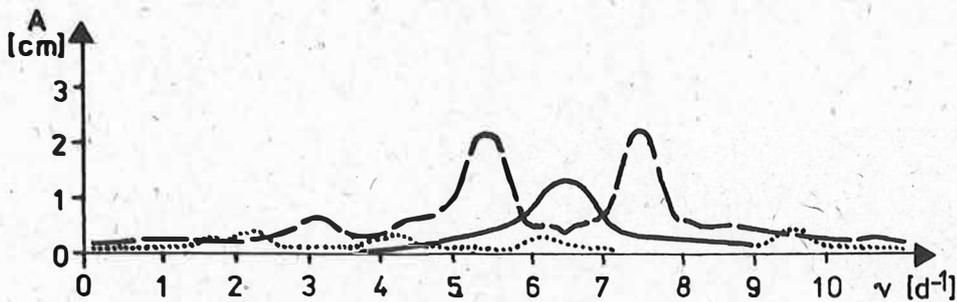
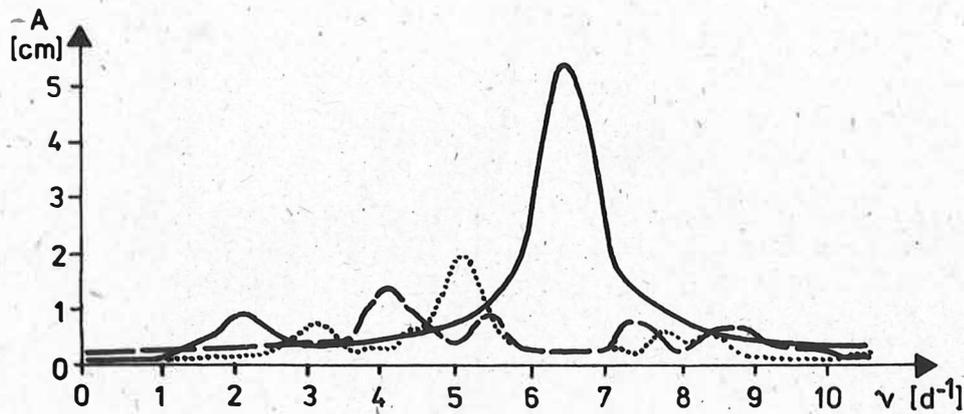
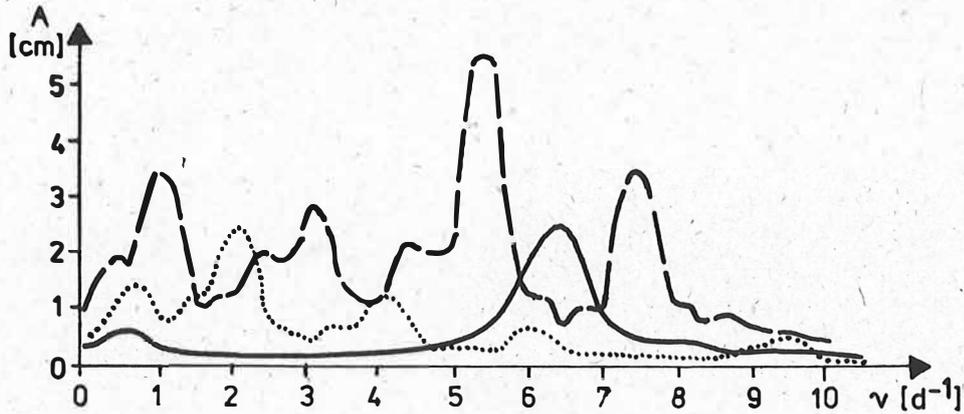


Abb. 3.8: Amplituden- und Leistungsspektren der in Abb. 3.6 dargestellten Autokorrelationsfunktionen für die Residuen der u-Komponente (oben), der v-Komponente (Mitte) und der w-Komponente (unten). ausgezogene Linie: Amplitudenspektrum A gestrichelte Linie: Leistungsspektrum P

weitergehende Absicherung insbesondere quantitativer Angaben durch weitere Modelleexperimente noch erfolgen muß.

Es wurden auch die Spektren für die anderen Bahnbogenlängen berechnet. Dabei zeigte sich im Bereich hoher Frequenzen kaum ein Unterschied zu den hier dargestellten Ergebnissen. Bei längeren Bahnbögen trat eine Zunahme der spektralen Energie im langperiodischen Bereich ( $\nu < 1 \cdot d^{-1}$ ) bis hin zu  $\nu \rightarrow 0$  auf. Damit wird das stärkere, trendartige Abweichen der Residuen vom Wert Null insbesondere im Anfangs- und Endbereich der längeren Bahnbögen widergespiegelt.



**Abb. 3.9:** Zerlegung der Amplitudenspektren der Abb. 3.8 in Spektren der durch zonale, sektorielle und tesserale Koeffizienten des fehlerbehafteten Schwerefeldmodells hervorgerufenen Anteile für die u-Komponente (oben), v-Komponente (Mitte) und w-Komponente (unten).

zonaler Anteil: ———  
 sektoriereller Anteil: ·····  
 tesseraler Anteil: - - - -

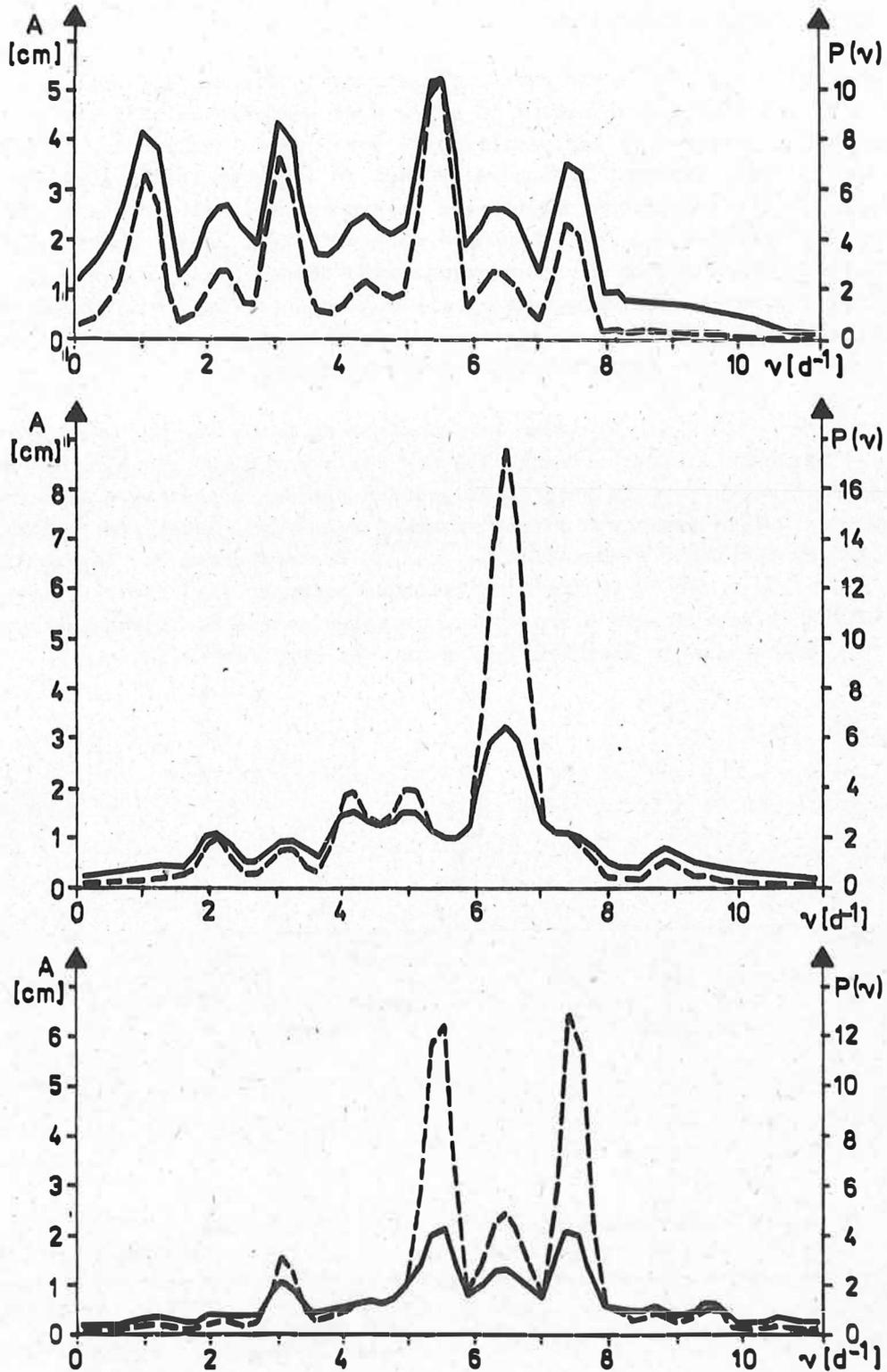


Abb. 3.10: Amplituden- und Leistungsspektren der Residuen des unabhängigen zweiten fehlerbehafteten Schwerefeldmodells für die u-Komponente (oben), die v-Komponente (Mitte) und die w-Komponente (unten).  
 ausgezogene Linie: Amplitudenspektrum A  
 gestrichelte Linie: Leistungsspektrum P

### 3.3.3. Vergleich mit realen Daten und mögliche praktische Anwendungen

#### 3.3.3.1. Untersuchung der Residuen

Die im Abschnitt 3.3.2. durchgeführten Untersuchungen betrafen die Abweichungen einer Satellitenbahn von einer Referenzbahn in allen drei Komponenten. Bei der Bearbeitung von Streckenmessungen jedoch wird nur jeweils eine Komponente, nämlich die in Richtung zur Station (Gl. (3.52)), wirksam. Um nun zu prüfen, ob die getroffenen Aussagen zumindest annähernd auf reale Verhältnisse übertragen werden können, soll an dieser Stelle eine Betrachtung der Residuen bei der Streckenmessung erfolgen. Dabei werden Ergebnisse, die mit simulierten Daten und dem gleichen veränderten Schwerefeldmodell wie im vorangegangenen Kapitel erzielt wurden, Ergebnissen mit realen Daten der MERIT-Hauptkampagne gegenübergestellt. Bezüglich einer eingehenden Beschreibung der Daten selbst muß hier auf den erst später folgenden Abschnitt 4.1. verwiesen werden.

Der zeitliche Verlauf der Residuen bei simulierten Daten ist für zwei Bahnabschnitte in Abb. 3.11 dargestellt. Man erkennt, daß der Residuenverlauf für einzelne Durchgänge sowohl nahe Null verharren als auch durch größere Beträge mit starken Veränderungen einschließlich Vorzeichenwechsel charakterisiert sein kann. Obwohl natürlicherweise mit stärkeren Lücken behaftet, finden sich bei realen Normalpunkten aus Laserentfernungsmessungen mit Geräten der 3. Generation ähnliche Tendenzen (Abb. 3.12). Sowohl der Verlauf bei einzelnen Durchgängen als auch bei simultan gemessenen Durchgängen zeigt häufig eine zufriedenstellende Übereinstimmung mit den simulierten Daten.

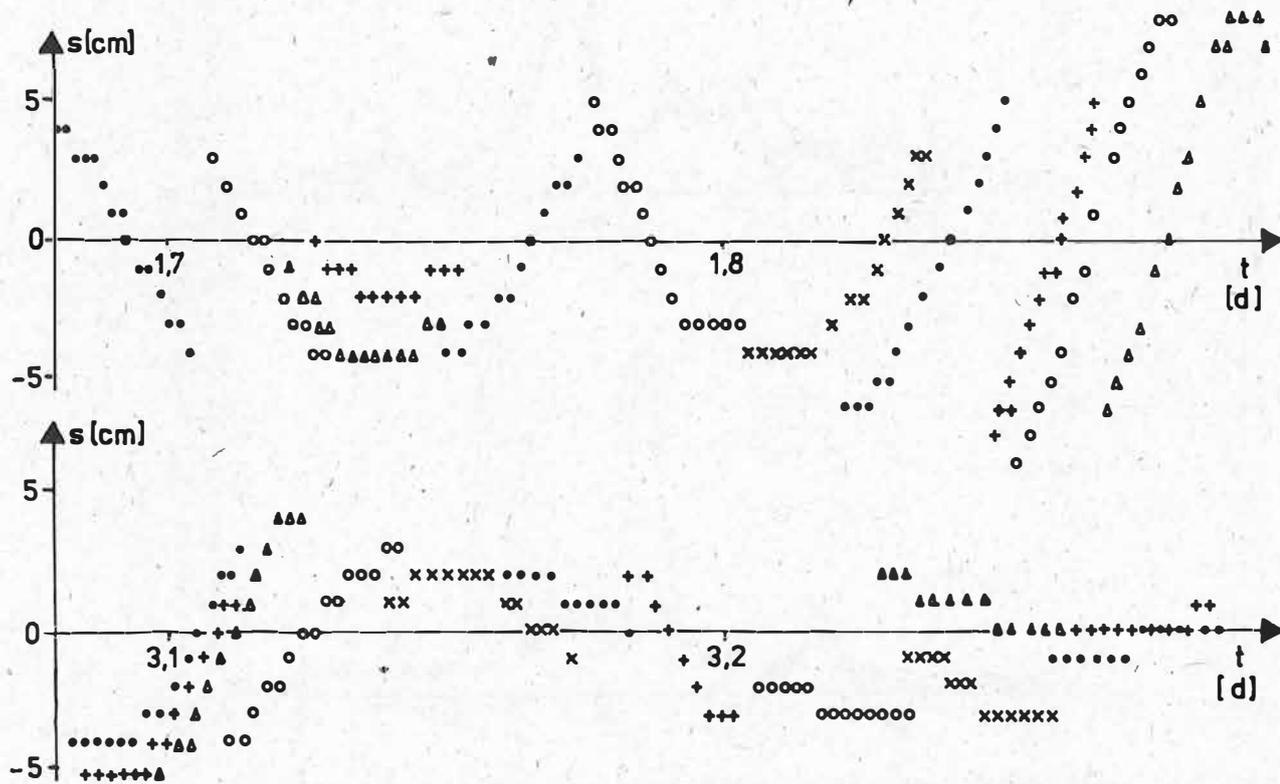


Abb. 3.11: Verlauf der Residuen simulierter Streckenmessungen bei fehlerbehaftetem Schwerefeldmodell für zwei Bahnabschnitte. Die aufeinanderfolgenden Meßwerte jedes Durchganges sind jeweils durch das gleiche Symbol dargestellt.

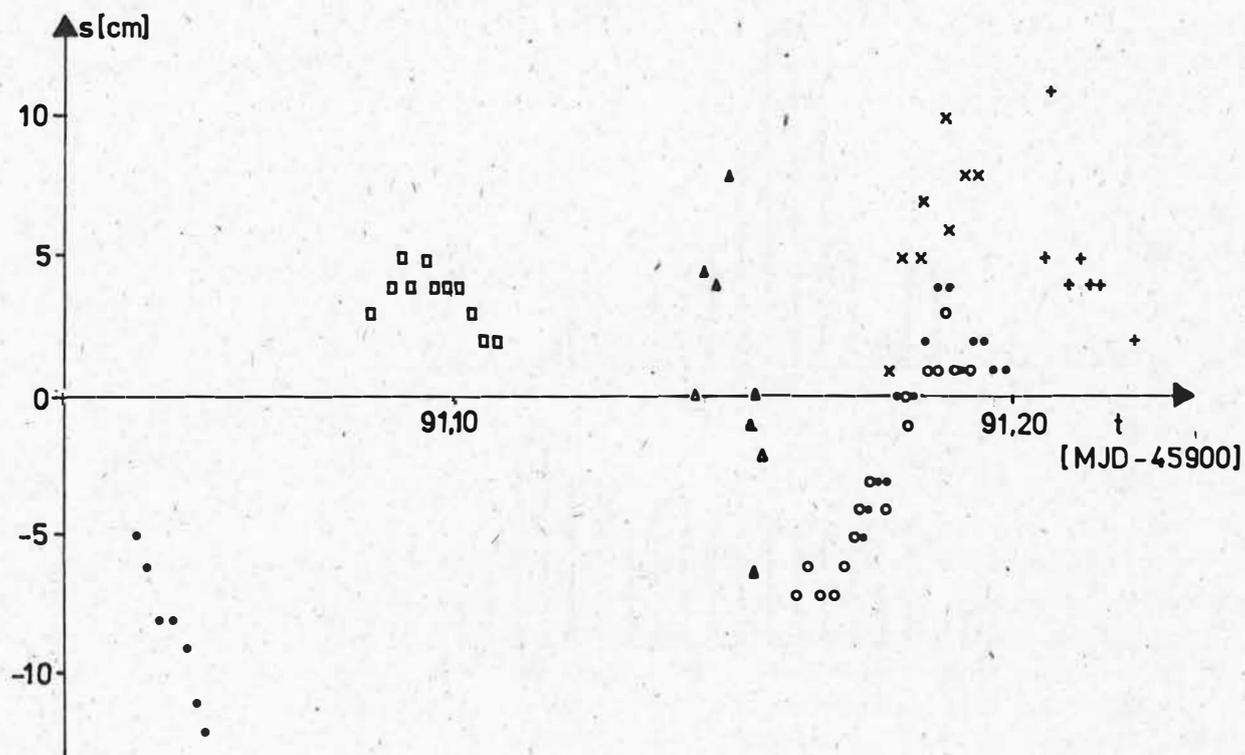
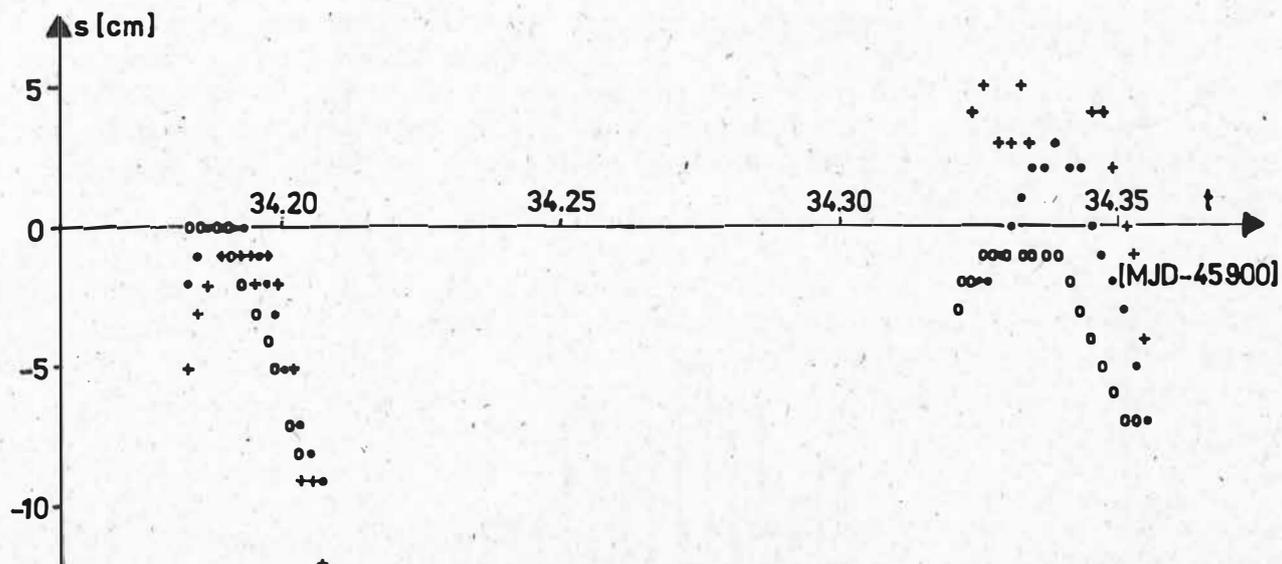


Abb. 3.12: Verlauf der Residuen realer Laserentfernungsmessungen der MERIT-Kampagne für zwei Bahnabschnitte.  
 Stationen oben: 7109 ●, 7110 ○, 7886 +  
 Stationen unten: 7109 ●, 7122 ○, 7838 +, 7907 ▲, 7090 □, 788601 ×

Ähnlich verhält es sich mit einer Darstellung der Residuen in Histogrammform. Diese Histogramme weisen für die Verteilung der Residuen einzelner Stationen innerhalb eines 5-Tage-Bogens sowohl bei simulierten als auch bei realen Daten nur eine grobe Annäherung an die Normalverteilung aus (Abb. 3.13). Beim Zusammenfassen aller Stationen eines 5-Tage-Bogens wird eine Normalverteilung dagegen bereits wesentlich besser angenähert (Abb. 3.14). Außerdem zeigt diese Abbildung auch, daß das Postulat der Homogenität der Verteilung innerhalb eines 5-Tage-Bogens gut erfüllt wird, bei realen Daten sogar noch etwas besser als bei simulierten.

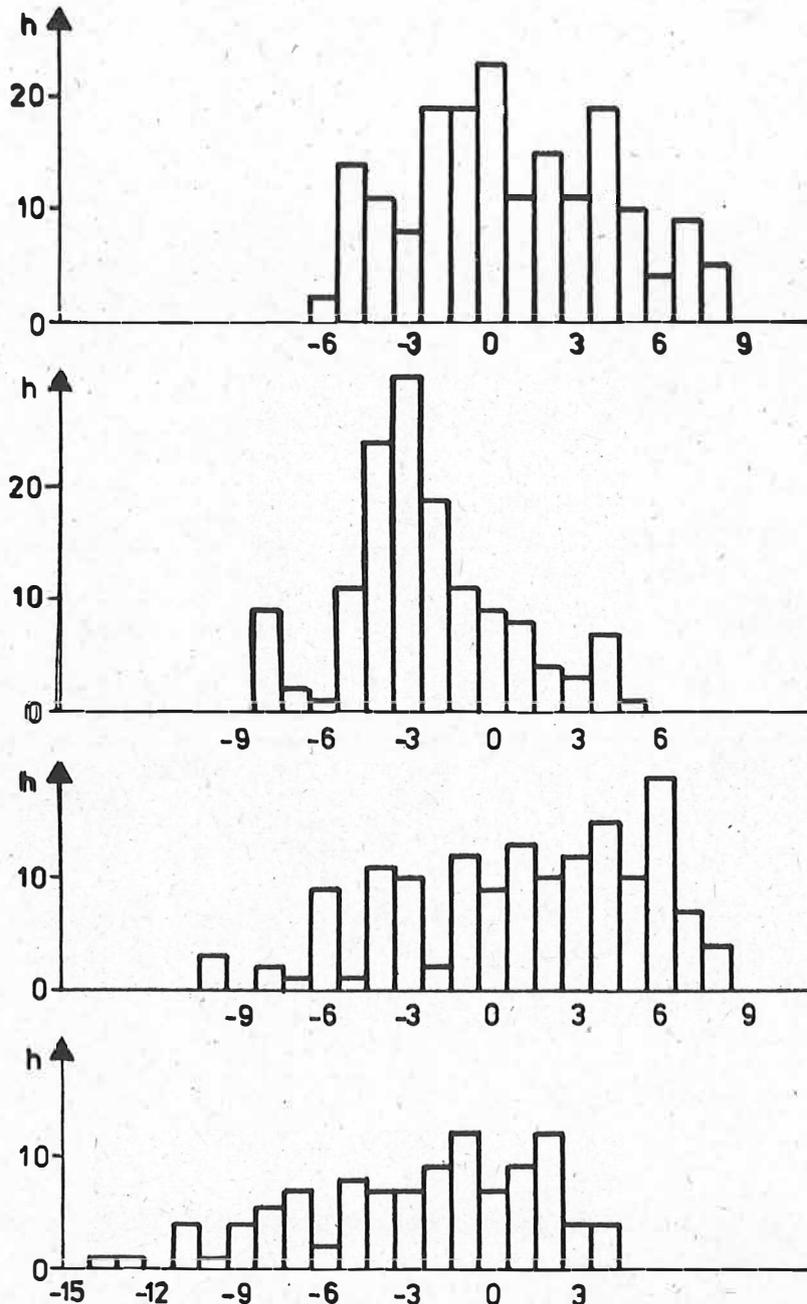
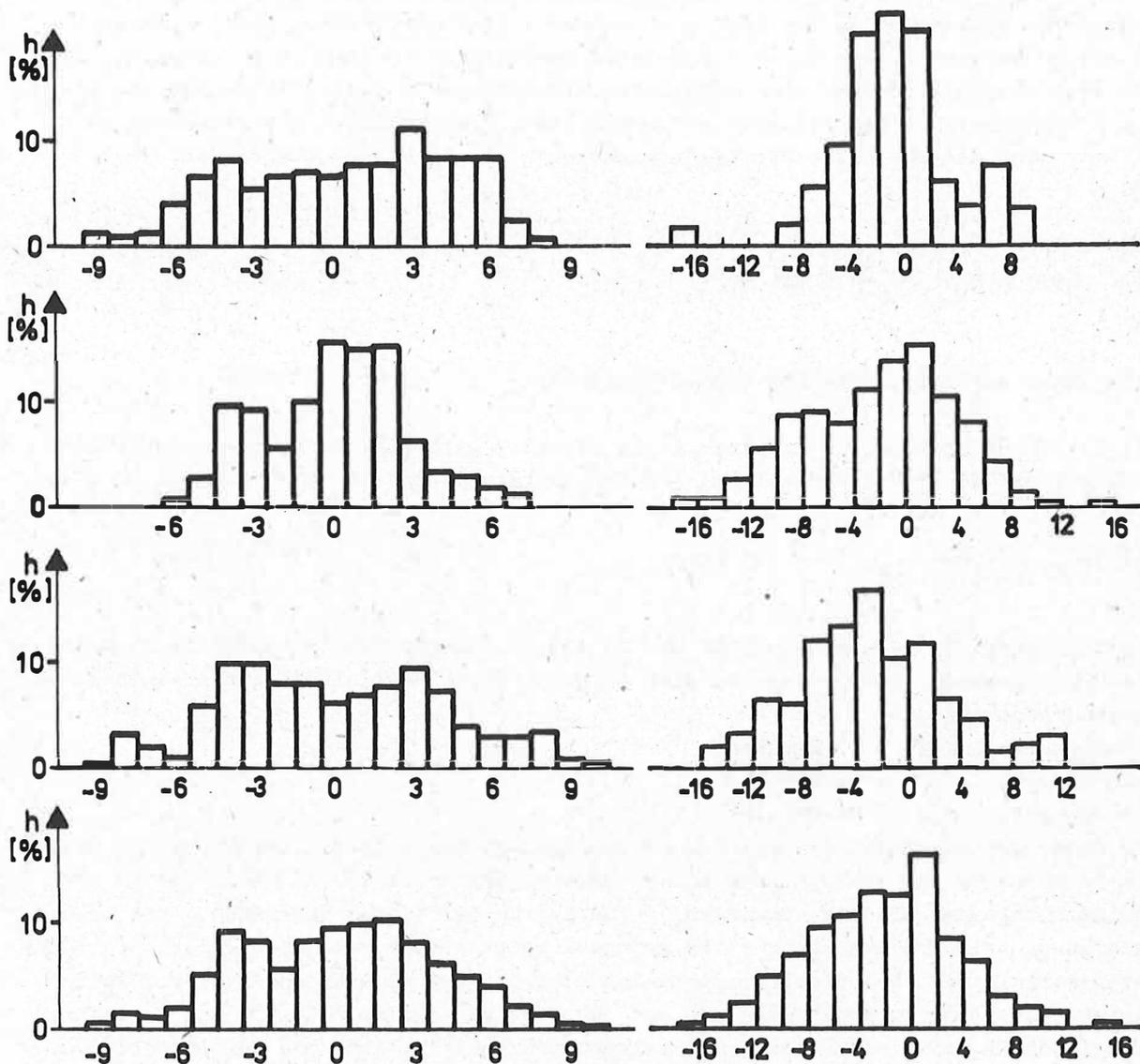


Abb. 3.13: Histogramme der Residuen einzelner Stationen innerhalb eines 5-Tage-Bogens. Von oben nach unten sind dargestellt die Stationen 1181 und 7090 (mit simulierten Daten) sowie 7090 und 7109 (mit realen Daten). (Maßeinheit Zentimeter)

Die durchgeführten Vergleiche zwischen Ergebnissen mit simulierten und mit realen Streckenmessungen lassen den Schluß zu, daß die im Kapitel 3.3.2. durch Simulationsuntersuchungen gewonnenen Erkenntnisse in ihrem qualitativen Charakter auf die Auswertung von Laserentfernungsmessungen mit Geräten der 3. Generation in einem dynamischen Bahnmodell übertragbar sind. Natürlich müssen bei einer umfassenden Behandlung des Sachverhaltes auch weitere Komponenten des Modells, die zu Modellfehlern führen, einbezogen werden. Mit dem Einfluß von Fehlern im Schwerfeldmodell wurde aber offensichtlich eine dominierende Komponente betrachtet.



**Abb. 3.14:** Histogramme der Residuen von Streckenmessungen mit simulierten (links) und realen Daten (rechts). Für jeweils einen 5-Tage-Bogen sind von oben nach unten die Residuen des ersten, zweiten und dritten Drittels sowie deren Summe für den gesamten Bogen dargestellt. (Maßeinheit Zentimeter)

### 3.3.3.2. Zur Bestimmung realistischer Fehlermaße

Wird im Rahmen einer Ausgleichung der mittlere Gewichtseinheitsfehler  $m_0$  nach Gl. (2.89) bestimmt, so bezeichnet man die dort unter der Wurzel im Nenner vorhandene Differenz  $(n - k)$  zwischen der Anzahl der Meßwerte  $n$  und der Anzahl der Unbekannten  $k$  bei unkorrelierten Beobachtungen auch als die Anzahl der Freiheitsgrade. Sind die Meßwerte statistisch unabhängig, das heißt unkorreliert, so erhöht jeder weitere Meßwert die Anzahl der Freiheitsgrade um den Wert Eins.

Entnimmt man andererseits Meßwerte aus einem Zufallsprozeß mit Autokorrelation, so kann nicht jeder Meßwert, wenn er beliebig nahe an seinem Vorgänger liegt, den Freiheitsgrad der Stichprobe um den Wert Eins erhöhen. Vielmehr gibt es einen Mindestabstand zweier Meßwerte, wenn diese statistisch unabhängig voneinander sein sollen. Dieser Mindestabstand wird auch als äquivalente Erhaltungszeit (oder bei räumlichen Prozessen als äquivalente Erhaltungslänge) bezeichnet. Diese äquivalente Erhaltungszeit  $\xi(T)$  läßt sich aus der Autokorrelationsfunktion  $K(\tau)$  berechnen (TAUBENHEIM 1969, S. 298):

$$(3.61) \quad \xi(T) = 2 \int_0^T \frac{T - \tau}{T} K(\tau) d\tau$$

mit  $T$  - Länge der Stichprobe des Zufallsprozesses

Aus (3.61) folgt schließlich die Anzahl der effektiv unabhängigen Werte im Intervall von 0 bis  $T$  und damit die Maximalzahl der Freiheitsgrade zu (TAUBENHEIM 1969, S. 298):

$$(3.62) \quad n_{\text{eff}} = \frac{T}{\xi(T)}$$

Die Beziehung (3.61) wurde nun auf die in Abb. 3.6 dargestellten Autokorrelationsfunktionen angewandt. Danach ergaben sich folgende Werte  $\xi(T)$  für die einzelnen Autokorrelationsfunktionen:

u-Komponente:  $\xi(T) = 57$  Minuten

v-Komponente:  $\xi(T) = 33$  Minuten

w-Komponente:  $\xi(T) = 48$  Minuten

Daraus läßt sich ableiten, daß pro Tag 25 unabhängige Werte in der u-Komponente, 44 unabhängige Werte in der v-Komponente und 30 unabhängige Werte in der w-Komponente möglich sind, insgesamt pro Tag also etwa 100 Werte. Da bei dieser Abschätzung die Kreuzkorrelationen zwischen den Komponenten vernachlässigt wurden, stellt die Zahl 100 sogar ein oberes Limit dar. Bei Simulationsuntersuchungen der vorliegenden Art ist folglich die Anzahl der formalen Freiheitsgrade auf den Wert von maximal 100 pro Tag begrenzt, unabhängig davon, wieviel Meßwerte man tatsächlich besitzt. Auch bei der Auswertung realer Daten wird versucht werden, diese Erkenntnisse entsprechend zu berücksichtigen.

### 3.3.3.3. Ausblick auf mögliche Erweiterungen des Ausgleichungsmodells

Die in den nachfolgenden Kapiteln 4 und 5 dargestellten Ergebnisse beruhen auf einem Ausgleichungsmodell, bei dem die Varianz-Kovarianz-Matrix  $Q_{11}$  der Beobachtungen als Diagonalmatrix eingeführt wird, die Beobachtungen also als unkorreliert behandelt werden. Das liegt einerseits daran, daß bisher nicht versucht wurde, die Elemente dieser

Matrix zu bestimmen. Andererseits - und dieser praktische Grund ist noch erheblicher - vereinfacht sich dadurch der in Gl. (2.87) dargestellte Formalismus der Ausgleichung ganz wesentlich. Es entfällt so nämlich die Inversion der Matrix  $Q_{11}$ , deren Dimension der Anzahl der Meßwerte entspricht.

Wie kann man nun die Erkenntnisse, die durch die hier dargestellten Untersuchungen möglich sind, bei der praktischen Arbeit berücksichtigen? Zu dieser Frage sollen nachfolgend einige Gedanken formuliert werden.

Es ist bekannt, daß die Vernachlässigung von Korrelationen zwischen den Beobachtungen bei einer Ausgleichung häufig besonders die Bestimmung der Fehlermaße für die Unbekannten, weniger die Unbekannten selbst beeinflusst. So könnten die im vorangegangenen Abschnitt getroffenen Abschätzungen genutzt werden, um durch eine Reduktion der Anzahl der Freiheitsgrade eine realistische Bestimmung der Fehlermaße durchzuführen.

Eine andere Möglichkeit besteht darin, trotz des erhöhten Aufwandes die Wirkung der Modellfehler im stochastischen Modell der Ausgleichung zu berücksichtigen. Günstig für diese Vorgehensweise ist die Tatsache, daß sich durch die Verwendung der Normalpunkte die Anzahl der als Beobachtungen eingeführten Werte erheblich reduziert hat, bei einem 5-Tage-Bogen der MERIT-Kampagne etwa bei 500 bis 600 liegt. Die Inversion einer Matrix von der Dimension 600 wäre zwar mit Aufwand verbunden, rechentechnisch aber lösbar. Eine Verbesserung des stochastischen Modells unter Umgehung dieser großen Inversion könnte sich in einem ersten Schritt auch darauf beschränken, lediglich die Korrelationen der Meßwerte jeweils innerhalb eines Satellitendurchganges zu berücksichtigen. Wesentlich wäre es in jedem Fall weiterhin, auch die Wirkung der anderen im Abschnitt 2.5.3. beschriebenen Modellfehler in die Erarbeitung des stochastischen Modells einzubeziehen.

Auf der Grundlage einer derartigen Analyse der Modellfehler wäre zu prüfen, ob die gegenwärtig praktizierte Generierung von Normalpunkten im Abstand von drei Minuten optimal ist. Möglicherweise würde auch ein größerer Abstand, der den Aufwand der Inversion der Matrix  $Q_{11}$  wesentlich verringern würde, noch ohne Informationsverlust möglich sein. Hierfür aber ist es notwendig, weitere Gesichtspunkte mit einzubeziehen. So sollen die Daten ja nicht nur zur Bahnbestimmung, sondern unter anderem auch zur Bestimmung der Stationskoordinaten genutzt werden. Bei dieser Koordinatenbestimmung ist aus Gründen der Geometrie eine Mindestzahl von Meßwerten pro Durchgang notwendig, deren Größe noch zu bestimmen wäre.

Insgesamt soll festgestellt werden, daß insbesondere in Anbetracht der Tatsache, gefilterte Daten (Normalpunkte) bei der Auswertung zu nutzen, eine Erweiterung des stochastischen Modells in der hier konzipierten Form zur weiteren Verbesserung der Parameterbestimmung wesentlich beitragen kann.

### 3.4. Die Auflösung großer Normalgleichungssysteme der Satellitengeodäsie

#### 3.4.1. Zur Struktur der Normalgleichungsmatrizen

Für die Strukturanalyse der Normalgleichungsmatrizen bei dynamischen Verfahren der Satellitengeodäsie ist es zweckmäßig, die Zielparameter in folgende Gruppen zu untergliedern:

- P1: Parameter, die stationsunabhängig sind und für die aus dem gesamten Datenmaterial jeweils ein Zahlenwert zu bestimmen ist (Beispiel: geodynamische Parameter wie GM und  $k_2$ )
- P2: Parameter, die stationsabhängig sind und für die aus dem gesamten Datenmaterial (pro Station) ebenfalls jeweils ein Wert gesucht ist (Beispiel: Koordinaten)
- P3: Parameter, die stationsunabhängig sind, sich aber von einem (größeren) Zeitintervall zum nächsten verändern (Beispiel: Bahnelemente)
- P4: Parameter, die stationsunabhängig sind, sich aber von einem (kleineren) Zeitintervall zum nächsten verändern (Beispiel: Erdrotationsparameter)
- P5: Parameter, die stationsabhängig sind und für die von Durchgang zu Durchgang neue Werte zu bestimmen sind (Beispiel: Frequenzdifferenz Satellit - Empfänger beim Dopplerverfahren)

Bei der Auswertung kann damit folgende Normalgleichungsmatrix entstehen:

$$(3.63) \quad \underline{N} = \begin{bmatrix} \underline{N}_{00} & \underline{N}_{01} & \underline{N}_{02} & \cdots & \underline{N}_{0n} \\ \underline{N}_{01}^T & \underline{N}_{11} & \underline{0} & \cdots & \underline{0} \\ \underline{N}_{02}^T & \underline{0} & \underline{N}_{22} & \cdots & \underline{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \underline{N}_{0n}^T & \underline{0} & \underline{0} & \cdots & \underline{N}_{nn} \end{bmatrix}$$

Dabei ist die Untermatrix  $\underline{N}_{00}$  den Parametergruppen P1 und P2 zugeordnet. Die Matrizen  $\underline{N}_{11}$  bis  $\underline{N}_{nn}$  enthalten für jeweils ein zu P3 gehörendes Intervall alle Untermatrizen, die zu P3, P4 und P5 gehören. Es ist deutlich, daß  $\underline{N}_{00}$  über die  $\underline{N}_{0i}$  ( $i=1, \dots, n$ ) mit allen anderen Untermatrizen  $\underline{N}_{ii}$  verbunden ist. Nullmatrizen zeigen andererseits, daß die  $\underline{N}_{ii}$  untereinander nicht verknüpft sind.

Jede Matrix  $\underline{N}_{ii}$  (mit  $i=1, \dots, n$ ) besitzt nun wieder eine Struktur, die der von  $\underline{N}$  entspricht. Innerhalb dieser Unterstruktur wird  $\underline{N}_{00}$  durch die P3-Parameter gebildet, während die  $\underline{N}_{ii}$  ( $i \neq 0$ ) die zu jeweils einem Intervall von P3 gehörenden Anteile der Parameter P4 und P5 bilden.

Auch hier haben die Untermatrizen  $\underline{N}_{ii}$  eine gleiche Struktur wie  $\underline{N}$  in Gl. (3.63). Diesmal enthält  $\underline{N}_{00}$  die Untermatrix für die Parameter P4, während die  $\underline{N}_{ii}$  ( $i \neq 0$ ) die Untermatrizen für die P5-Gruppe bilden.

Diese Struktur von  $\underline{N}$  wiederholt sich also bei den Untermatrizen nochmals auf zwei weiteren Ebenen und ist in Abb. 3.15 schematisch dargestellt. Sie wird als blockdiagonale, doppeltgeränderte Struktur bezeichnet. Der spezielle Aufbau von  $\underline{N}$  läßt sich nun ausnutzen, um eine Inversion von  $\underline{N}$  im Ganszen zu umgehen, so daß eine effektive Parameterbestimmung auch bei Normalgleichungssystemen von mehreren Tausend Unbekannten möglich ist.

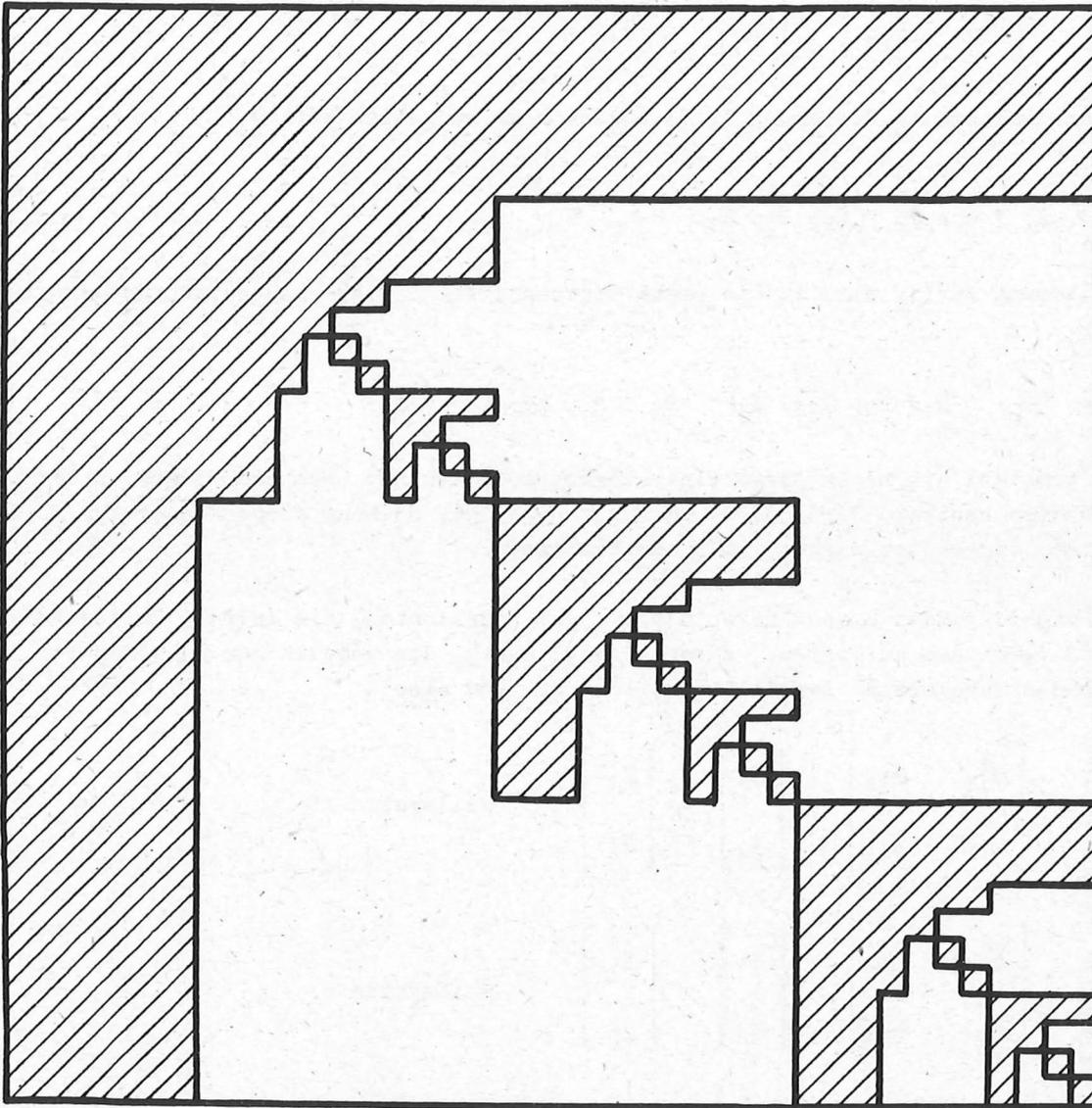


Abb. 3.15: Strukturschema der Normalgleichungsmatrix, hier mit drei Untermatrizen für P3-, je zwei für die P4- und wieder je drei für die P5-Parameter (vgl. Text). Nullmatrizen sind durch helle Flächen gekennzeichnet.

#### 3.4.2. Die Nutzung des HELMERTschen Blockverfahrens

Der nachfolgend beschriebene Algorithmus zur effektiven Auflösung der Normalgleichungen einer vermittelnden Ausgleichung geht auf HELMERT (1880) zurück und wird oft als HELMERTsches Blockverfahren bezeichnet. In der englischsprachigen Literatur wird hierfür der Begriff "block partitioning" oder auch "HELMERT blocking" gebraucht.

Zur Herleitung des Formalismus wird ein zu lösendes Gleichungssystem folgendermaßen durch Untermatrizen und -vektoren dargestellt:

$$(3.64) \quad \begin{bmatrix} \underline{N}_{11} & \underline{B}_{12} \\ \underline{B}_{12}^T & \underline{N}_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{x}_1 \\ \underline{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{b}_1 \\ \underline{b}_2 \end{bmatrix}$$

Nun kann die zweite Gleichung in (3.64) nach  $\underline{x}_2$  aufgelöst werden:

$$(3.65) \quad \underline{x}_2 = \underline{N}_{22}^{-1} \underline{b}_2 - \underline{N}_{22}^{-1} \underline{B}_{12}^T \underline{x}_1$$

Diese Lösung für  $\underline{x}_2$  wird in die erste Gleichung von (3.64) eingesetzt, und es ergibt sich:

$$(3.66) \quad (\underline{N}_{11} - \underline{B}_{12} \underline{N}_{22}^{-1} \underline{B}_{12}^T) \underline{x}_1 - (\underline{b}_1 - \underline{B}_{12} \underline{N}_{22}^{-1} \underline{b}_2) = \underline{0}$$

Somit entsteht ein neues Normalgleichungssystem, das nur noch die Dimension der  $\underline{x}_1$  Unbekannten besitzt. Wird (3.66) nach  $\underline{x}_1$  aufgelöst, so kann diese Lösung für  $\underline{x}_1$  dann in (3.65) eingesetzt werden, um  $\underline{x}_2$  zu bestimmen.

Im nachfolgenden System seien die  $\underline{x}_1$  jene Unbekannten, die in zwei Teilsystemen A und B gemeinsam auftreten, während die  $\underline{x}_A$  und  $\underline{x}_B$  die jeweils nur zu einem Teilsystem gehörenden Unbekannten darstellen sollen. Es sind also:

$$(3.67) \quad \begin{bmatrix} \underline{N}_{11}^A & \underline{B}_{1A} \\ \underline{B}_{1A}^T & \underline{N}_{AA} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{x}_1 \\ \underline{x}_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{b}_1^A \\ \underline{b}_A \end{bmatrix} \quad \text{Teilsystem A}$$

$$\begin{bmatrix} \underline{N}_{11}^B & \underline{B}_{1B} \\ \underline{B}_{1B}^T & \underline{N}_{BB} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{x}_1 \\ \underline{x}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{b}_1^B \\ \underline{b}_B \end{bmatrix} \quad \text{Teilsystem B}$$

Werden nun in jedem Teilsystem für sich die Unbekannten  $\underline{x}_A$  bzw.  $\underline{x}_B$  unter Anwendung von (3.66) eliminiert, so erhält man:

$$(3.68) \quad (\underline{N}_{11}^A - \underline{B}_{1A} \underline{N}_{AA}^{-1} \underline{B}_{1A}^T) \underline{x}_1 - (\underline{b}_1^A - \underline{B}_{1A} \underline{N}_{AA}^{-1} \underline{b}_A) = \underline{0} \quad \text{Teilsystem A}$$

$$(\underline{N}_{11}^B - \underline{B}_{1B} \underline{N}_{BB}^{-1} \underline{B}_{1B}^T) \underline{x}_1 - (\underline{b}_1^B - \underline{B}_{1B} \underline{N}_{BB}^{-1} \underline{b}_B) = \underline{0} \quad \text{Teilsystem B}$$

Diese beiden Teilsysteme können nun addiert und anschließend nach  $\underline{x}_1$  aufgelöst werden. Diese Vorgehensweise wird auch als Additionstheorem für reduzierte Normalgleichungen bezeichnet (vgl. WOLF 1968, S. 73ff). Ein Einsetzen der Lösung  $\underline{x}_1$  in die beiden Teilsysteme A und B gestattet alsdann die Bestimmung der Unbekannten  $\underline{x}_A$  und  $\underline{x}_B$ .

Faßt man nun die Normalgleichungssysteme bereits zu Beginn in einem System zusammen, so zeigt sich die Ähnlichkeit zur Struktur (3.63), und das Prinzip der Lösung derartiger Strukturen ist erklärt:

$$(3.69) \begin{bmatrix} \underline{N}_{11}^A + \underline{N}_{11}^B & \underline{B}_{1A} & \underline{B}_{1B} \\ \underline{B}_{1A}^T & \underline{N}_{AA} & \underline{0} \\ \underline{B}_{1B}^T & \underline{0} & \underline{N}_{BB} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{x}_1 \\ \underline{x}_A \\ \underline{x}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{b}_1^A + \underline{b}_1^B \\ \underline{b}_A \\ \underline{b}_B \end{bmatrix}$$

Die Anwendung des HELMERTschen Blockverfahrens verlangt danach also ein abwechselndes Teilreduzieren und Addieren der bestehenden Teil-Normalgleichungssysteme. Angewandt auf Strukturen nach Abb. 3.15 ergibt sich folgendes Vorgehen: Zunächst werden für ein Intervall der P4-Parameter alle Parameter P5 reduziert. Dabei sind Matrizen zu invertieren, deren Dimension gleich der Anzahl der P5-Parameter pro Station und Durchgang ist. Anschließend werden alle so teilreduzierten Matrizen und rechten Seiten für jeweils ein Intervall der P4-Parameter zusammengefaßt und daraufhin diese P4-Parameter eliminiert. Das gleiche erfolgt danach intervallweise mit den P3-Parametern, so daß schließlich ein zentrales Normalgleichungssystem mit den P1- und P2-Parametern verbleibt. Dieses System kann in einem Guß invertiert werden; anschließendes schrittweises Rückwärtseinsetzen liefert die zunächst durch die Reduktion eliminierten Parameter. Diese Anwendung der Teilreduktion mit anschließender Addition der Normalgleichungen in mehreren Eliminationsniveaus wird im Englischen auch als "second order block partitioning" bei zwei bzw. als "third order block partitioning" bei drei Niveaus bezeichnet.

Durch dieses Verfahren können Systeme mit mehreren Tausend Unbekannten, wie sie auch den Standardfall bei den praktischen Rechnungen in den Kapiteln 4 und 5 bilden, sehr effektiv aufgelöst werden. Die größte zu invertierende Teilmatrix, das ist hier die der P1- und P2-Parameter, besitzt dabei lediglich eine Dimension in der Größenordnung von 100.

### 3.5. Die Realisierung eines EDV-Programmes zur Parameterbestimmung

Als die Aufgabe entstand, auch Dopplermessungen mit dem komplexen Bahnprogramm POTSDAM-5 auszuwerten, wurde deutlich, daß die Parameterbestimmung zweckmäßigerweise in einem nachgeordneten Arbeitsschritt durchzuführen war, da sich hier die Parameterzahl insbesondere durch die Parameter der im Abschnitt 3.4.1. so bezeichneten P5-Gruppe stark vergrößerte. Zur Lösung dieses Problems wurde ein Programmsystem zur Parameterbestimmung entwickelt (DIETRICH 1984b). Bei dieser Programmentwicklung wurde besonderer Wert darauf gelegt, es so flexibel wie möglich anzulegen, um eine effektive Bearbeitung aller in den nächsten Jahren anfallenden Problemstellungen einschließlich der Auswertung von Laserentfernungsmessungen zu gestatten. Damit sollte gleichzeitig die Voraussetzung dafür geschaffen werden, daß ohne nochmaligen Durchlauf der Daten durch das Bahnmodell umfangreiche Variantenrechnungen durchgeführt werden konnten. Die Steuerung der Programmabarbeitung in Bezug auf die verschiedenen Möglichkeiten erfolgt dabei durch sogenannte RUN-Karten und TITEL-Blöcke, deren Anwendung sich im Bahnprogrammsystem POTSDAM-5 bereits bewährt hat.

Dieses Programm SOLVE ist in der Programmiersprache FORTRAN erstellt und umfaßt etwa 50 Unterprogramme mit insgesamt rund 6 000 Befehlen. Die Anzahl der RUN-Karten liegt bei 60, die der TITEL-Blöcke bei 15.

### 3.5.1. Struktur der Ausgangsdaten, Auswahlkriterien und Ansatz der Parameter

Die durch das Bahnprogramm POTSDAM-5 bereitgestellten Daten für SOLVE sind bahnbogenweise gegliedert. Zunächst werden Informationen übermittelt, die den gesamten Bahnbogen betreffen, unter anderem die Epoche für die Bahnberechnung und die Näherungswerte für Stations- und Polkoordinaten sowie die Bahnelemente. Anschließend folgen zeitlich geordnet für jeden Satellitendurchgang Informationen zu seiner Charakterisierung (u. a. Stationsnummer, Satellitennummer, Zeitpunkt der Messung), weitere Angaben (Anzahl der Meßwerte, Anzahl der Unbekannten in der Normalgleichung, Codefolgen mit der Information, um welche Unbekannten es sich handelt, Summe der Quadrate der Abweichungen der Meßwerte von der Bahn vor der Ausgleichung) sowie abschließend die Normalgleichungsmatrix (unteres Dreieck) mit der rechten Seite.

Um für spätere Variantenrechnungen alle Möglichkeiten offen zu halten, werden in der erstellten Normalgleichungsmatrix zweckmäßigerweise alle denkbaren Unbekannten erfaßt. Bei der Bearbeitung der Daten in SOLVE kann zunächst festgelegt werden, ob die betreffende Normalgleichungsmatrix überhaupt bearbeitet werden soll. Über verschiedene Kriterien und deren Kombination (Stationsnummer, Satellitennummer, Zeitpunkt der Messung u. a.) kann eine Normalgleichungsmatrix von vornherein ausgeschlossen werden. Wird sie für die Auswertung vorgesehen, so können die Unbekannten festgelegt werden, die bestimmt werden sollen. Auch das kann wieder flexibel, z. B. für jede Station, erfolgen. Die Normalgleichungsmatrix wird daraufhin entsprechend verkleinert, die nicht interessierenden Teile werden weggelassen. Die für die Ausgleichung vorgesehenen Unbekannten sind nun einer der im Abschnitt 3.4.1. beschriebenen Parametergruppen zuzuordnen.

Sind für die Parameterbestimmung auch zeitliche Änderungen der Koordinaten bzw. Plattenrotationsparameter vorgesehen, so erfolgt die Erstellung der entsprechenden Normalgleichungsanteile erst im Programm SOLVE aus den Gliedern für die Stationskoordinaten und die Anwendung von Funktionalmatrizen nach Gl. (3.7) und (3.8).

Jeder Station kann für ihre Messungen ein eigenes Gewicht zugewiesen werden.

### 3.5.2. Auflösung des Normalgleichungssystems und Ergebnisdarstellung

Für die Auflösung des entstandenen Normalgleichungssystems wird das im Abschnitt 3.4.2. beschriebene HELMERTsche Blockverfahren genutzt. Eine Möglichkeit der Vermeidung von Rangdefekten (Datumsdefekten) besteht darin, die notwendige Anzahl von Koordinaten zu fixieren (vgl. 3.2.1.) und nicht in die Ausgleichung einzubeziehen. Im Standardfall der Programmabarbeitung erfolgt vor jeder Matrizeninversion stets eine Normalisierung der Matrix nach Gln. (3.36) bis (3.38). Für die Inversion kann zur Stabilitätsverbesserung oder zur Behebung von Rangdefekten eine Regularisierung nach Gl. (3.39) mit einem vom Nutzer vorzugebenden Wert des Regularisierungsparameters  $\alpha$  erfolgen. Die wahlweise mögliche Eigenwertzerlegung der Normalgleichungsmatrix nach Gl. (3.25) gestattet eine vertiefte Analyse der Stabilität. Eine Inversion über die Eigenwertzerlegung nach Gl. (3.29) ist möglich. Im Standardfall aber wird auf die weniger Rechenzeit benötigenden Verfahren von CHOLESKY bzw. GAUSS-JORDAN zurückgegriffen.

Alle ausgeglichenen Unbekannten mit ihren Fehlermaßen werden gedruckt. Zusätzlich können bestimmte Unbekannte (z. B. Koordinaten der Stationen, Erdrotationsparameter) für weitere Analysen auch auf andere Speichermedien (z. B. Magnetband oder -platte) ausgegeben werden.

Die zur Berechnung des mittleren Gewichtseinheitsfehlers benötigte Größe  $z$  (Gl. 2.86) mit

$$(3.70) \quad z = \underline{v}^T \underline{P} \underline{v}$$

kann nicht aus den Einzelresiduen  $v_i$  ermittelt werden, da dem Programm keine Verbesserungs-, sondern nur Normalgleichungen zur Verfügung stehen. Daher wird  $z$  aus folgender Beziehung bestimmt (siehe z. B. REISSMANN 1968, S. 88):

$$(3.71) \quad z = \underline{l}^T \underline{P} \underline{l} - \underline{b}^T \underline{x}$$

mit  $\underline{l}^T \underline{P} \underline{l}$  - gewogene Quadratsumme der Residuen vor der Ausgleichung  
 $\underline{b}$  - Vektor der rechten Seite  
 $\underline{x}$  - Unbekanntenvektor

Aus dem dann ermittelten mittleren Gewichtseinheitsfehler  $m_0$  und der Anwendung des Kovarianz-Fortpflanzungsgesetzes werden auch für Funktionen der Unbekannten, z. B. Basislinien oder Distanzen auf der mittleren Erdkugel, entsprechende Fehlermaße abgeleitet.

### 3.5.3. Maßnahmen für eine effektive Programmnutzung

Neben der Hauptzielstellung einer möglichst großen Flexibilität bei der Parameterbestimmung galt es auch, die Aspekte einer einfachen Handhabung des Programms durch den Nutzer sowie einer ökonomischen Programmabarbeitung zu beachten.

Für die Zielstellung einer einfachen Programmhandhabung wurde neben der Verwendung von RUN-Karten und TITEL-Blöcken eine Prozedur erstellt, die dem Nutzer abnimmt, für die Jobsteuerung eine Reihe von Standards jedes Mal explizit zu definieren.

Überlagerungsstrukturen sichern eine effektive Auslastung des Hauptspeichers. In Abhängigkeit der Anzahl der Parameter in der P1- und P2-Gruppe (vgl. Abschnitt 3.4.1.) sind verschiedene Programmversionen nutzbar. Der Hauptspeicherplatz-Bedarf beträgt bei 75 Unbekannten in der P1- und P2-Gruppe 210 K Bytes, bei 150 Unbekannten in der P1- und P2-Gruppe etwa 340 K Bytes.

Für alle teilreduzierten Normalgleichungssysteme werden externe Speichermedien in sequentieller Speichertechnik verwendet, in der Regel handelt es sich um Magnetplatten.

Die Rechenzeit für eine Parameterbestimmung in SOLVE beträgt nur wenige Prozent der für die Erstellung der Normalgleichungen benötigten Rechenzeit im Bahnmodell POTSDAM-5.

#### 4. Koordinatenbestimmung aus Laserentfernungsmessungen

##### 4.1. Verwendete Daten

Wesentliche Charakteristika der bei den numerischen Untersuchungen in den nachfolgenden Abschnitten verwendeten Daten enthält Tab. 4.1. Die realen Daten stammen aus der internationalen MERIT-Kampagne (September 1983 bis Oktober 1984), in der das ZIPE als ein Hauptanalysezentrum fungierte und diese Daten insbesondere zur Bestimmung von Erdrotationsparametern auswertete (MONTAG u. a. 1985, 1986). Parallel dazu wurden Untersuchungen mit simulierten Daten durchgeführt, die sich wie die realen Daten auf den Satelliten LAGEOS bezogen. Die Vorgehensweise bei den Simulationen entsprach dem im Abschnitt 2.5.4. beschriebenen Konzept. Die Verteilung der Beobachtungsstationen für beide Datensätze geht aus den Abbildungen 4.1 und 4.2 hervor. In Tab. 4.2 sind einige Angaben für die Stationen der MERIT-Kampagne zusammengefaßt. Bei den Untersuchungen mit realen Daten

Tab. 4.1: Charakterisierung der bei den numerischen Untersuchungen verwendeten Daten

	reale Daten	simulierte Daten
Satellit	LAGEOS	LAGEOS
Zeitraum	14 Monate (MERIT-Kampagne)	1 Monat
Anzahl der Stationen	27	13
Anzahl der Durchgänge	5 000	1 300
Anzahl der Meßwerte (Normalpunkte)	50 000	20 000
minimaler Höhenwinkel	15°	20°

Tab. 4.2: Nähere Angaben für die bei der MERIT-Auswertung verwendeten Stationen

Station	$\varphi$	$\lambda$	Anzahl der		Zeitintervall	mittlere
Nummer Name	[°]	[°]	Durchg.	Normalp.	[MJD]	Bahnanpassung [cm]
118100 Potsdam	52,2	13,0	111	626	45583-46004	18,7
708600 Ft. Davis	30,5	255,9	124	1118	45578-45990	9,8
709000 Yaratagee	-28,9	115,3	268	3170	45639-46004	6,5
710500 Greenbelt	38,8	283,2	234	2545	45592-46000	5,4
710900 Quincy	39,8	239,1	448	5818	45584-46000	4,9
711000 Monument Peak	32,7	243,6	386	4180	45614-46003	4,4
711200 Platteville	40,0	255,3	137	1292	45578-45985	7,8
712100 Huahine	-16,6	209,0	133	1115	45580-45999	8,3
712200 Mazatlan	23,2	253,5	184	2027	45603-46003	7,7
721000 Maui	20,6	203,7	384	3682	45579-46000	5,7
726500 Mojave	35,1	243,1	48	438	45717-45761	5,2
740000 Santiago/Ch.	-33,0	289,3	39	325	45769-45830	8,9
740100 Cerro Tololo	-30,0	289,2	50	536	45835-45871	9,4
780500 Metsahovi	60,0	24,4	38	242	45772-45992	23,9
781000 Zimmerwald	46,7	7,5	45	424	45835-46004	5,4
783300 Kootwijk	52,0	5,8	69	591	45601-46004	12,1
783400 Wettzell	49,0	12,9	320	2592	45583-46004	6,9
783500 Grasse	43,6	6,9	46	416	45802-46004	6,7
783700 Shanghai	30,9	121,2	40	283	45863-46003	17,9
783800 Simosato	33,4	135,9	238	1593	45586-46004	8,0
783900 Graz	46,9	15,5	182	1506	45587-46003	5,4
784000 Herstmonceux	50,7	0,3	332	2935	45611-46004	6,2
784300 Orroral	-35,5	148,9	31	252	45980-46004	11,1
788600 Quincy	39,8	239,1	48	539	45890-45950	4,3
788601 Quincy	39,8	239,1	40	352	45954-45998	5,9
790700 Arequipa	-16,4	288,5	421	5551	45578-46002	8,9
793900 Matera	40,5	16,7	343	4348	45578-46004	8,3

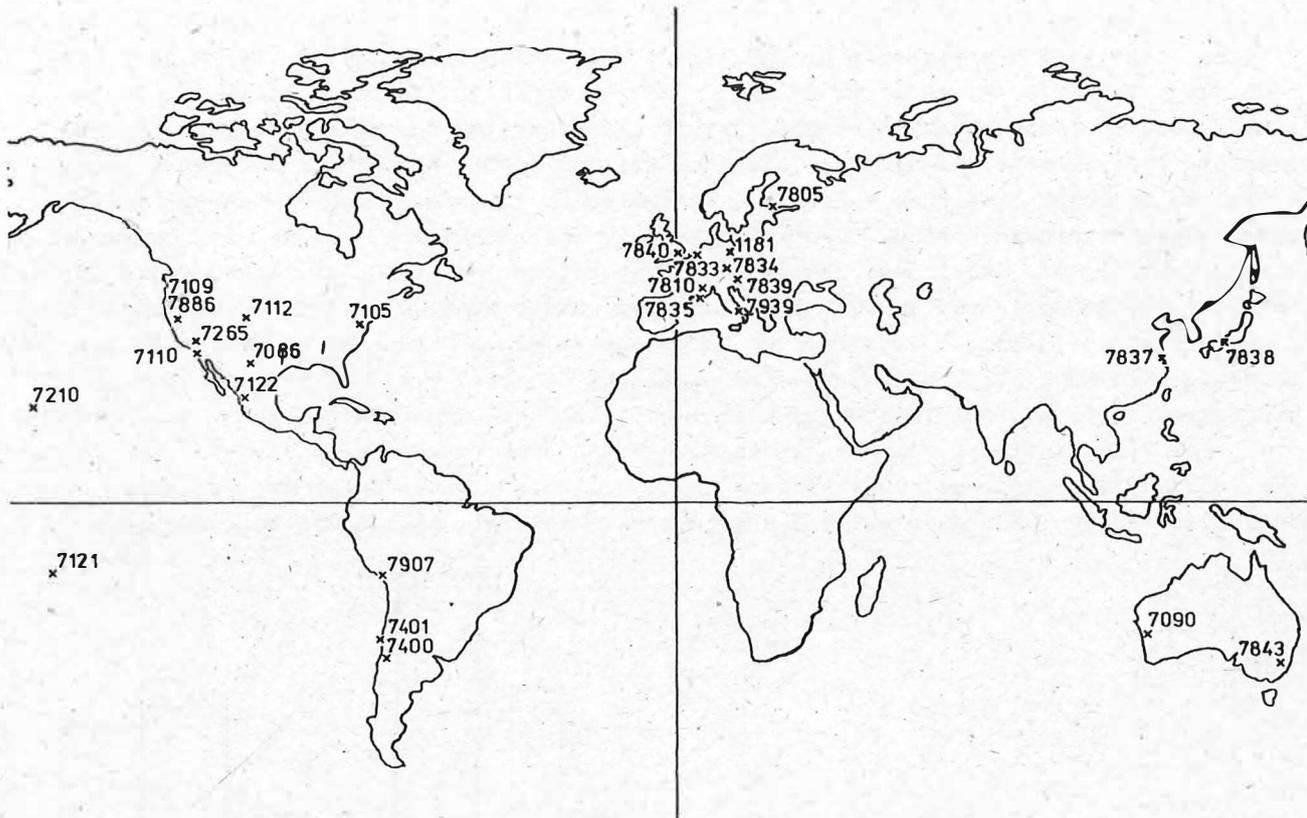


Abb. 4.1: Verteilung der MERIT-Stationen, die bei den Untersuchungen verwendet wurden

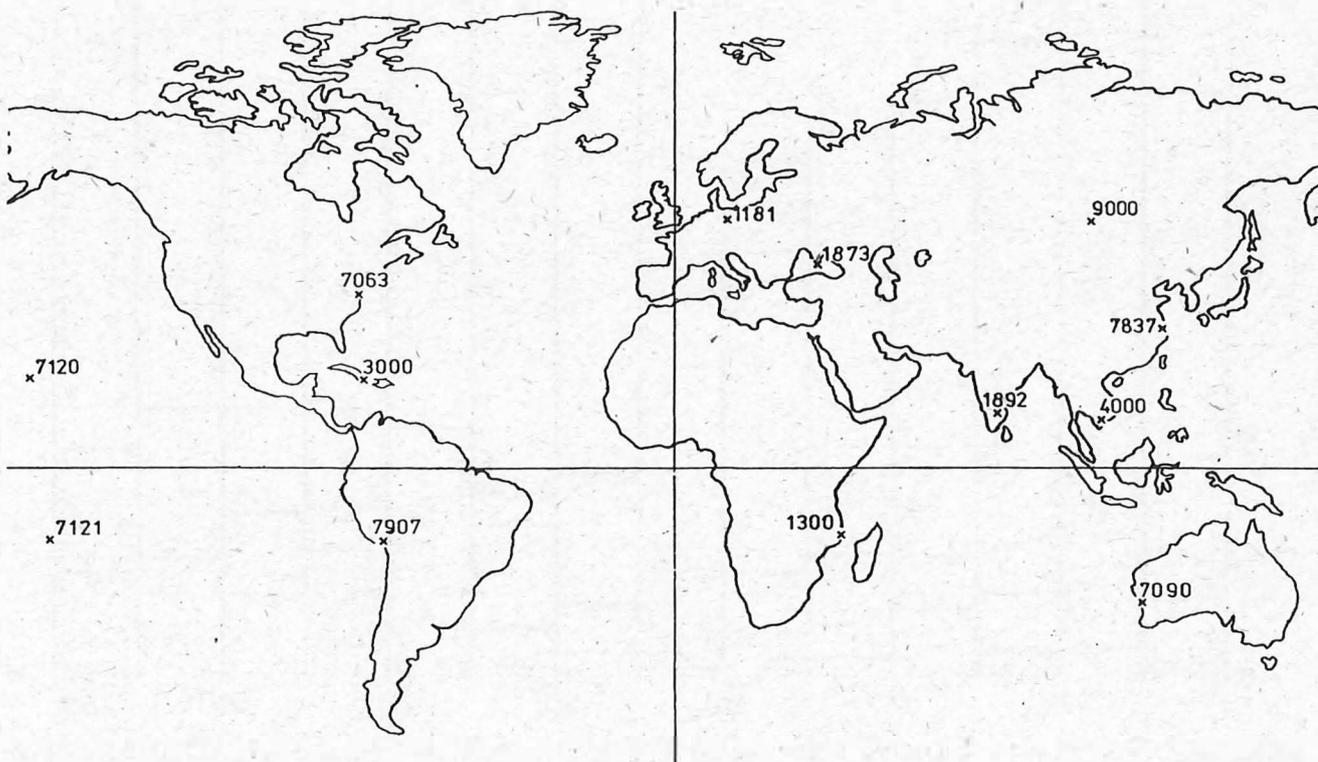


Abb. 4.2: Verteilung der Stationen für die Simulationsuntersuchungen

erwies es sich später als zweckmäßig, eine Auswahl unter den Stationen nach den Kriterien Beobachtungsintensität und Meßgenauigkeit zu treffen.

Eine wichtige Frage betrifft die möglichst kontinuierliche Belegung der Satellitenbahn durch Meßwerte. Wie bereits aus Abb. 3.11 hervorging, ist bei simulierten Daten eine nahezu kontinuierliche Beobachtungsverteilung entlang der Satellitenbahn gewährleistet. Andererseits zeigte Abb. 3.12, daß bei realen Daten zwar des öfteren Synchronmessungen mehrerer Stationen auftreten, andererseits aber auch längere Bahnabschnitte ohne Meßwerte vorhanden sind. Dieser Sachverhalt ist noch einmal in Abb. 4.3 dargestellt. Daraus geht hervor, daß in der MERIT-Kampagne nur etwa 10 bis 20, im Mittel rund 15% der Satellitenbahn beobachtet wurden. Diese Angaben wurden ermittelt, indem fortlaufend für jedes 3-Minuten-Intervall (Abstand der Normalpunkte eines Durchganges) geprüft wurde, ob Meßwerte vorhanden sind. Weiterhin wird deutlich, daß etwa 1 bis 5% der Bahn von mindestens zwei Stationen simultan beobachtet wurde, während Simultanmessungen von mindestens drei bzw. vier Stationen relativ selten sind - ein praktischer Beleg auch für die Tatsache, daß für geometrische Auswertungen des Materials nur wenig Daten zur Verfügung stünden. Diese würden dann auch auf die Regionen mit größerer Stationsdichte (Europa und

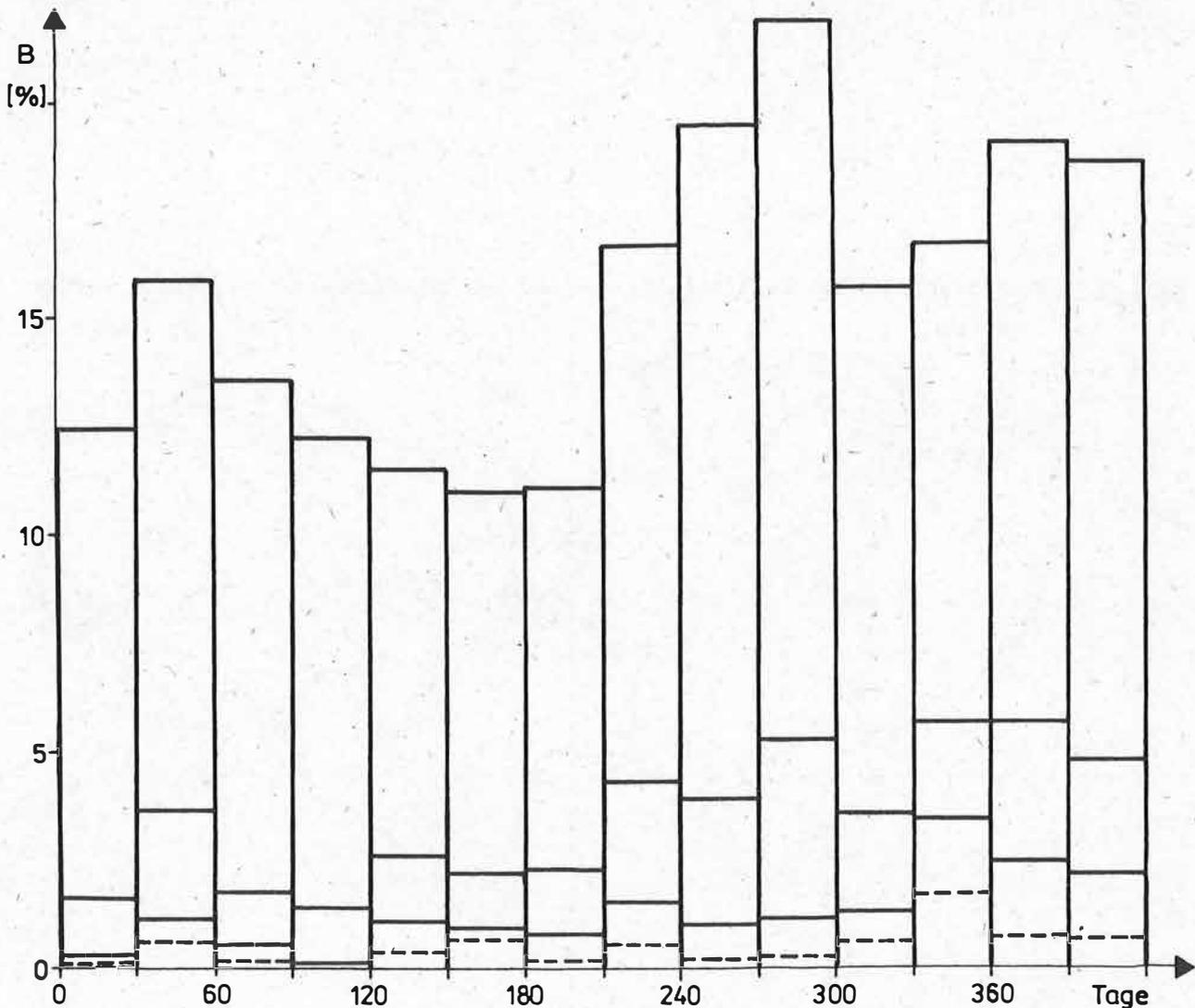


Abb. 4.3: Prozentuale Belegung B der Satellitenbahn mit Meßwerten für die MERIT-Kampagne. Die gleichzeitige Belegung durch zwei bzw. drei Stationen ist innerhalb der Säulen durch ausgezogene Linien, die durch vier und mehr Stationen durch eine gestrichelte Linie dargestellt.

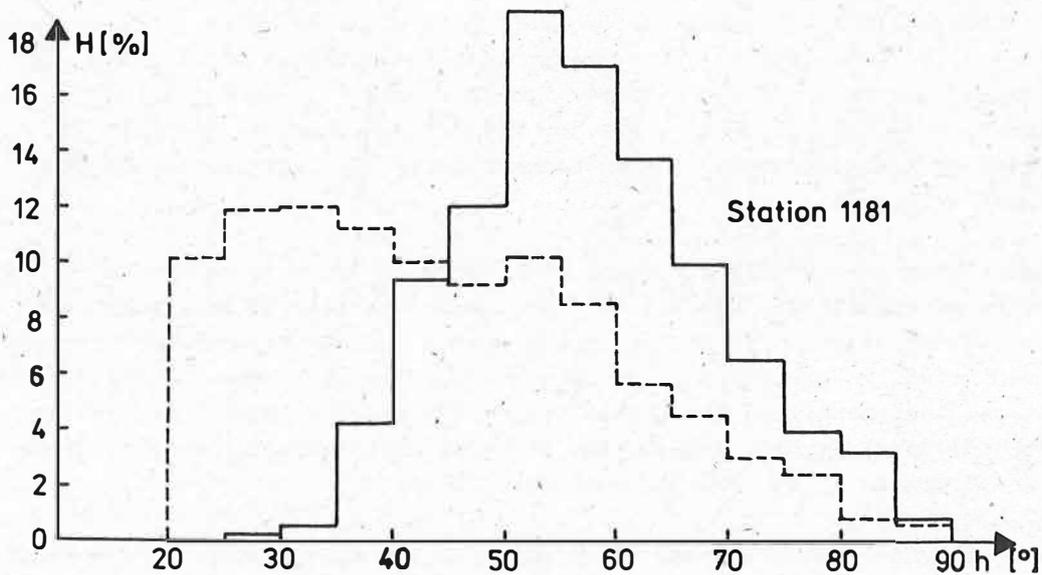
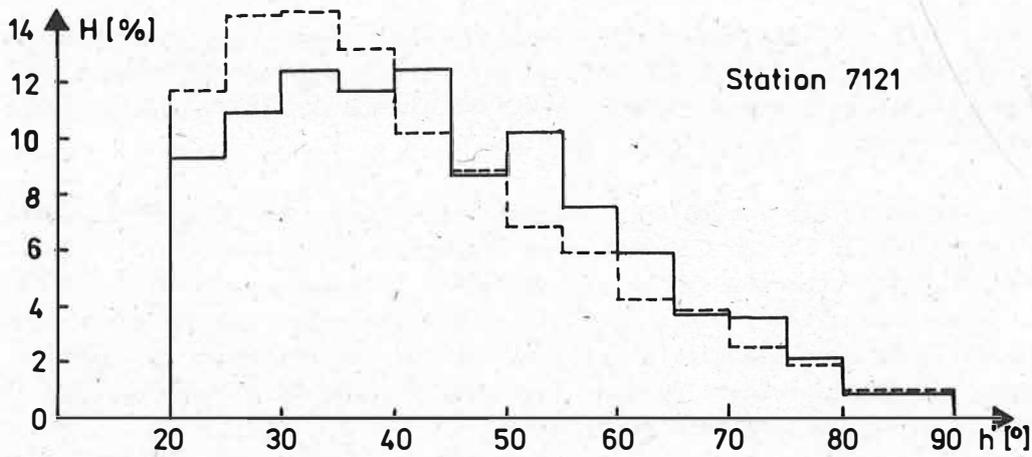
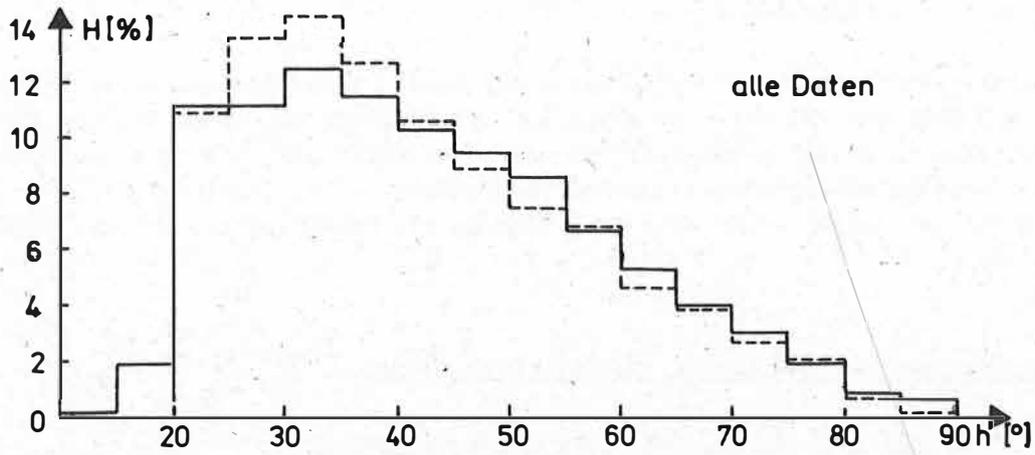


Abb. 4.4: Relative Häufigkeit der Daten in verschiedenen Höhenwinkelbereichen  
 ausgezogene Linie: MERIT-Kampagne  
 gestrichelte Linie: Simulierte Daten

Nordamerika) beschränkt bleiben. Bemerkenswert ist, daß sich die erhöhte Beobachtungsintensität der sogenannten Intensivkampagne von April bis Juni 1984 (8. bis 10. Monat) auch in Abb. 4.3 widerspiegelt.

In Abb. 4.4 sind die Höhenwinkelbereiche für beide Datensätze dargestellt. Es wird deutlich, daß über die Hälfte aller Daten in einem Bereich unterhalb von  $45^\circ$  liegen. Die Übereinstimmung zwischen simulierten und realen Daten ist recht gut, auch noch bei einzelnen Stationen mit günstigen äußeren Bedingungen (z. B. Station 7121). Für Potsdam zeigt sich bei den realen Daten eine Verschiebung des Schwerpunktes auf den Bereich oberhalb  $45^\circ$ .

## 4.2. Untersuchungen zur Bestimmung globaler Koordinaten

### 4.2.1. Internationaler Stand bei der Koordinatenbestimmung

Im Verlauf der letzten Jahre hat sich die Genauigkeit der mit Satellitenverfahren abgeleiteten globalen Koordinatensysteme ständig verbessert. Das betrifft sowohl die innere Geometrie derartiger geodätischer Netze, als auch die Homogenität in Bezug auf die Datumparameter (Ursprung, Orientierung, Maßstab).

Zu Beginn der siebziger Jahre lagen entsprechende Werte der Restklaffungen bei Koordinatentransformationen in der Größenordnung mehrerer Meter (ANDERLE u. TANENBAUM 1974), die verwendeten Daten stammten von photographischen, Doppler- und ersten Laserradarmessungen. Durch die weitere Entwicklung der Laserradartechnik, verbesserte Schwerefeldmodelle und die Nutzung spezieller Satelliten (LAGEOS) konnte diese Genauigkeit im letzten Jahrzehnt spürbar gesteigert werden. In Auswertung der MERIT-Kurzkampagne 1980 wurden einige globale Koordinatensätze publiziert, die bei der Analyse von Laserentfernungsmessungen zu LAGEOS bestimmt wurden (GAMBIS 1981, SMITH 1981, TAPLEY u. a. 1980). HELMERT-Transformationen zwischen diesen Koordinatensätzen ergaben mittlere Restklaffungen von  $\pm 0,2 \dots 0,5$  m für die Koordinaten, und die Differenzen in Bezug auf den Koordinatenursprung lagen in der gleichen Größenordnung (DIETRICH 1983b). Die Maßstabsdifferenzen betragen bis zu  $2 \cdot 10^{-7}$ , was vor allem durch Uneinheitlichkeit bei verwendeten Konstanten (geozentrische Gravitationskonstante GM, Lichtgeschwindigkeit c) hervorgerufen wurde.

Der gegenwärtige internationale Stand wird durch die Ergebnisse der MERIT-Hauptkampagne 1983/84 repräsentiert, wie sie auf der internationalen MERIT-Konferenz in Ohio/USA 1985 vorgelegt wurden. Die in den verschiedenen Analysenzentren erzielten Ergebnisse können ebenfalls am besten durch eine HELMERT-Transformation bewertet werden. Die in Tab. 4.3 dargestellten Ergebnisse beinhalten einen Vergleich von jeweils vorliegenden Koordinatensätzen. Aus Gründen der Einheitlichkeit wurden hierfür die 14 Stationen verwendet, die in allen Lösungen enthalten waren.

Es zeigt sich, daß die mittleren Restklaffungen für die Koordinaten der drei Hauptanalysenzentren bei etwa  $\pm 3$  cm liegen, während die Vergleiche mit der Lösung der assoziierten Analysenzentren zu Werten von  $\pm 5 \dots 6$  cm führen. Bezüglich der Datumparameter läßt sich feststellen, daß der Ursprung in x- und y-Richtung auf  $\pm 1 \dots 2$  cm genau, in z-Richtung auf  $\pm 1 \dots 2$  dm genau übereinstimmt. Aufgrund einer einheitlichen Anwendung der in den MERIT-Standards vorgegebenen Werte von GM und c sind die Maßstabsdifferenzen kleiner als  $0,4 \cdot 10^{-8}$ . Die Orientierung der Koordinatenachsen ist grundsätzlich frei

**Tab. 4.3:** Parameter der HELMERT-Transformation zwischen den Koordinatensätzen A, B, C, D, E verschiedener Analysenzentren der MERIT-Kampagne ( $m_0$ : mittlere Restklaffung nach der Transformation, sonstige Symbole nach <sup>0</sup>Gl. (2.6) bis (2.12))  
 A: Hauptanalysenzentrum ZIPE/DDR (MONTAG u. a. 1985)  
 B: Hauptanalysenzentrum Sonderforschungsbereich 78 Satellitengeodäsie/BRD (REIGBER u. a. 1985)  
 C: Hauptanalysenzentrum Goddard Space Flight Center NASA/USA (SMITH u. a. 1985a)  
 D: Assoziiertes Analysenzentrum Astronomisches Hauptobservatorium der AdW der Ukrainischen SSR Kiev/Sowjetunion (YATSKIV u. a. 1985)  
 E: Assoziiertes Analysenzentrum European Space Operations Center ESA/Westeuropa (DOW und AGROTIS 1985)

Koordinatensätze Parameter	A - B	A - C	A - D	A - E	B - C	B - D	B - E	C - D	C - E	D - E
	$m_0$ [cm]	±2,8	±3,5	±4,7	±5,9	±3,3	±5,5	±5,8	±5,7	±6,2
$\Delta X$ [cm]	+0,2	+0,8	+1,9	-1,3	+0,5	+1,7	-1,5	+1,2	-2,0	-3,2
$\Delta Y$ [cm]	+0,7	-1,2	+0,4	+1,6	-1,7	-0,3	+0,9	+1,4	+2,6	+1,2
$\Delta Z$ [cm]	-9,0	-14,2	+5,9	+3,8	-4,2	+14,9	+12,8	+19,2	+17,1	-2,1
$\mu$ [ $10^{-8}$ ]	+0,33	+0,38	+0,20	-0,02	0,00	-0,13	-0,35	-0,13	-0,35	-0,22
$\alpha$ [ $" \cdot 10^{-3}$ ]	-3,3	+16,7	-5,4	-4,8	+19,7	-2,0	-1,4	-21,7	-21,1	+0,6
$\beta$ [ $" \cdot 10^{-3}$ ]	-7,0	+3,9	+5,4	+7,9	+10,7	+12,4	+14,9	+1,7	+4,2	+2,5
$\delta$ [ $" \cdot 10^{-3}$ ]	-108,5	-117,6	-18,5	-311,4	-9,1	+89,9	-202,9	+99,1	-193,8	-292,8

wählbar. Allerdings widerspiegeln sich auftretende Differenzen in der Orientierung der Z-Achse (Winkel  $\alpha$  und  $\beta$ ) als entsprechende Versetzungsraten der zugehörigen Polkurven, so daß eine möglichst gute Übereinstimmung auch aus diesem Grunde generell anzustreben ist.

In den nachfolgenden Abschnitten sollen nun einige für die Koordinatenbestimmung wesentliche Aspekte näher untersucht und diskutiert werden. Bei der Auswertung der MERIT-Daten fanden alle MERIT-Standards (vgl. MELBOURNE u. a. 1983) Berücksichtigung. Unter Nutzung der Sensitivitätstabelle 2.11 wurden die Koeffizienten des Schwerefeldmodells GEM-L2 bis Grad und Ordnung 20 verwendet. Die auch in Tab. 4.3 eingegangene Standardlösung des ZIPE beruht neben der Bestimmung der Koordinaten auf der Ausgleichung von Bahnparametern (6 KEPLERSche Elemente +  $\dot{n}$ ) für 5-Tage-Intervalle sowie von den drei Erdrotationsparametern für 2,5-Tage-Intervalle.

#### 4.2.2. Bestimmung der inneren Geometrie

##### 4.2.2.1. Genauigkeitsmaße und Genauigkeitsbewertung

Wie schon im Abschnitt 2.5.5. dargelegt, sind die durch die Ausgleichung erhaltenen Fehlermaße allein nicht geeignet, die Genauigkeit der ausgeglichenen Koordinaten zu bewerten. Das beruht, wie bereits diskutiert, insbesondere auf der Wirkung von Modellfehlern, die bei der Bildung des funktionalen Modells entstehen und auch durch das stochastische Modell bisher nicht erfaßt werden. Die Genauigkeit der inneren Geometrie des durch die Stationskoordinaten gebildeten Punkthaufens ist daher zweckmäßigerweise durch externe Vergleiche zu bestimmen, wofür die mittleren Restklaffungen nach einer HELMERT-Transformation besonders aussagekräftig sind.

Bei den Untersuchungen mit simulierten Daten wurde zum Vergleich der als fehlerfrei anzusehende Satz von Koordinaten verwendet, der den Simulationen zugrundelag. Bei den Daten der MERIT-Kampagne erfolgte eine Zerlegung der Daten in zwei Teile, deren Ergebnisse miteinander verglichen werden konnten. Diese Aufteilung wurde in zwei Varianten durchgeführt. Bei der 1. Variante sind eine Zerlegung der 14 Monate in gerade und ungerade Monate vom Beginn der Kampagne gerechnet vorgenommen und auf diese Weise jeweils sieben Monate zusammengefaßt worden. Bei der 2. Variante bilden die ersten sieben Monate die eine und die nachfolgenden sieben Monate die andere Gruppe. KOLENKIEWICZ u. a. (1985) diskutieren beim Fehlerhaushalt der Auswertung von Laserentfernungsmessungen zu LAGEOS als zweite große Komponente neben dem Einfluß von Fehlern des Schwerefeldmodells "systematische Variationen in den Daten". Offenbar sind damit die in Abschnitt 2.3.1.2. angesprochenen, oftmals schwer aufdeckbaren Einflüsse der Meßtechnik in ihrer Langzeitstabilität gemeint. Diese Einflüsse wie auch die Wirkung tektonisch bedingter Stationsbewegungen werden sich bei der 1. Variante der Datenaufteilung in der abschließenden HELMERT-Transformation zu einem großen Teil herausheben, bei der 2. Variante jedoch stark wirksam werden. So kann man bei den sich ergebenden mittleren Restklaffungen bei der 1. Variante ein unteres und bei der 2. Variante ein oberes Limit für die tatsächliche Genauigkeit der Koordinatenbestimmung erwarten.

Die Reproduzierbarkeit eines Ergebnisses, beispielsweise einer Streckenbestimmung, kann durch ihre mehrfache Berechnung aus unabhängigen Daten ermittelt werden. Zu diesem Zweck erfolgt in einigen Fällen eine Unterteilung der Daten in vier zeitlich aufeinanderfolgende Gruppen, und auch durch dieses Vorgehen werden Genauigkeitsmaße abgeleitet.

Abschließend sollen einige Ergebnisse der Untersuchungen des Abschnittes 3.3.3.2. über die Maximalzahl statistisch unabhängiger Meßwerte auf die durchgeführten Untersuchungen übertragen werden. In jenem Abschnitt war abgeschätzt worden, daß es bei den Simulationen zugrundegelegten fehlerbehafteten Schwerefeldmodell maximal etwa 100 unabhängige Meßwerte pro Tag gibt. Überträgt man diesen Wert unter Vernachlässigung der Wirkung anderer Modellfehler lediglich als Richtzahl auf die beiden analysierten Datensätze, so ergeben sich folgende interessante Aussagen:

Nach Tab. 4.1 wurden bei den simulierten Daten für den Zeitraum eines Monats 20 000 Meßwerte erzeugt und als unabhängige Beobachtungen in die Auswertung einbezogen. Tatsächlich aber sind höchstens  $100 \cdot 30 = 3\,000$  Werte statistisch unabhängig. Das bedeutet, daß die Genauigkeitsmaße der Koordinaten im Ergebnis der Ausgleichung etwa um den Faktor  $1 : \sqrt{7} = 1 : 2,6$  zu klein ermittelt werden, da nicht 20 000, sondern höchstens 3 000 Freiheitsgrade vorhanden sind. Tatsächlich betragen die mittleren Fehler der Koordinaten nach der Ausgleichung etwa  $\pm 2 \dots 3$  mm, während die HELMERT-Transformation, wenn man nur ein fehlerbehaftetes Schwerefeldmodell bei den Modellfehlern wählt, Werte von etwa  $\pm 12$  mm ausweist. Der Faktor liegt hier also im Bereich von  $1 : 4 \dots 6$  und bestätigt die obige Mindestabschätzung von etwa  $1 : 3$ .

Noch etwas komplizierter wird die Situation bei den Daten der MERIT-Kampagne. Wie in Abb. 4.3 dargestellt, sind im Mittel nur 15% des Bahnbogens von LAGEOS mit Meßwerten belegt. Also können auch nur diese 15% berücksichtigt werden, wenn es um die Abschätzung der Maximalzahl unabhängiger Meßwerte geht. Bei 100 Werten pro Tag, 400 Tagen Länge und 15% Meßwertbelegung ergibt sich ein Wert von  $100 \cdot 400 \cdot 0,15 = 6\,000$ . Tatsächlich aber wurden 50 000 Meßwerte in die Auswertung einbezogen, so daß die Anzahl der Freiheitsgrade etwa um den Faktor 8 zu groß ist und damit die Fehlermaße der Koordinaten in der Ausgleichung entsprechend um den Faktor  $1 : \sqrt{8} = 1 : 2,8$  zu klein werden. Tatsächlich wei-



**Tab. 4.5:** Bahnanpassung  $m_b$  und mittlerer Gewichtseinheitsfehler  $m_H$  der HELMERT-Transformation der Koordinaten in Abhängigkeit vom Zeitintervall  $I$  der Bestimmung der Bahnelemente für die Daten der MERIT-Kampagne.  
 $m_{H1}$ : 1. Variante der Datenteilung  
 $m_{H2}$ : 2. Variante der Datenteilung

$I$ [Tage]	30	15	7,5	5	2,5	1
$m_b$ [cm]	10,4	8,5	7,6	7,4	7,0	5,9
$m_{H1}$ [cm]	2,3	1,9	1,6	1,6	1,6	2,1
$m_{H2}$ [cm]	4,6	4,1	4,0	4,0	3,9	3,8

Folgende Aussagen ergeben sich für die Ergebnisse mit realen Daten (Tab. 4.5):  
Bei der 1. Variante der Datenteilung liegt der Minimalwert von  $\pm 1,6$  cm bei Bahnbogenlängen von 2,5, 5 und 7,5 Tagen. Bei wachsenden Bogenlängen fällt die Genauigkeit über  $\pm 1,9$  cm (15 Tage Bogenlänge) auf  $\pm 2,3$  cm bei 30-Tage-Bögen. Die Genauigkeit bei einer Bahnbogenlänge von einem Tag ist ebenfalls geringer, sie liegt bei  $\pm 2,1$  cm. Bei der 2. Variante der Datenteilung liefern kurze Bogenlängen die kleinsten Fehlermaße (1 Tag:  $\pm 3,8$  cm; 2,5 Tage:  $\pm 3,9$  cm). Der als Standard deklarierte 5-Tage-Bogen weist  $\pm 4,0$  cm aus und verzeichnet somit nur einen sehr geringen Abfall der Genauigkeit. Das gleiche gilt für den 7,5-Tage-Bogen. Der Fehler erhöht sich geringfügig bei einer Bahnbogenlänge von 15 Tagen ( $\pm 4,1$  cm), stärker bei einer Bahnbogenlänge von 30 Tagen ( $\pm 4,6$  cm). Insgesamt belegen die Untersuchungen, daß bei Bahnbogenlängen zwischen 2,5 und 7,5 Tagen für beide Varianten der Datenteilung die Genauigkeit der Koordinatenbestimmung nahezu unverändert bleibt. Sie bestätigen, daß die Wahl einer Bogenlänge von 5 Tagen für die Standardlösung eine sinnvolle Festlegung darstellt.

#### 4.2.2.3. Die Abhängigkeit der Genauigkeit von zusätzlich bestimmten Modellparametern und von eingeschränktem Datenumfang

Bei der Datenanalyse muß entschieden werden, ob man zusätzlich zum Standard weitere Parameter ausgleichen möchte. Liegt über diese Parameter a priori keine oder nur ungenügende Kenntnis vor, so kann ihre zusätzliche Bestimmung die Genauigkeit der Koordinatenbestimmung verbessern. Sind andererseits die a priori bekannten Werte der Parameter zutreffend, so wird keine Notwendigkeit bestehen, sie als zusätzliche Zielparameter in die Ausgleichung einzubeziehen. Ganz im Gegenteil wird der Verzicht auf vorhandene richtige Information, dem dieses Vorgehen entspricht, in aller Regel dazu führen, daß sich bei den Zielparametern im engeren Sinne, den Koordinaten, die erhaltene Genauigkeit verringert.

Weiterhin bedeutsam für praktische Belange ist die Frage, wie sich die Genauigkeit der Koordinaten bei eingeschränktem Datenumfang, wie er in der Realität eintreten oder auch bei der Auswertung durch Auswahl herbeigeführt werden kann, verändert. So soll auch dieser Sachverhalt nachfolgend betrachtet werden.

Ergebnisse unter Verwendung simulierter Daten enthält Tab. 4.6. In den Zeilen 1 bis 4 ist zunächst die Wirkung einzelner Komponenten der Modellfehler sowie deren gemeinsamer Einfluß dargestellt. Man erkennt, daß Fehler im Schwerefeldmodell und in der Strecken-

**Tab. 4.6:** Mittlere Bahnanpassung  $m_b$ , Genauigkeit der Koordinatenbestimmung  $m_H$  und Änderung des Maßstabes  $\mu$  in Abhängigkeit von fehlerhaften Modellkomponenten (siehe Tab. 2.12), zusätzlich zum Standard ausgeglichenen Unbekannten und Variationen der Datenverteilung (simulierte Daten, Bahnbogenlänge 5 Tage)

Nr.	Fehlerhafte Modellkomponenten, zusätzlich bestimmte Parameter und Änderungen der Datenverteilung	mittlere Bahnanpassung $m_b$ [cm]	HELMERT-Transformation	
			$m_H$ [cm]	$\mu$ [ $10^{-8}$ ]
1	M1	2,2	1,2	0,00
2	M8	2,9	1,2	+0,02
3	M1, M2, M3, M8	3,9	1,8	+0,01
4	M1, M3, M5, M6, M7, M9	3,4	1,3	+0,45
5	M8 (unabhängige 2. Variante)	3,1	1,3	-0,02
6	wie 3 } zusätzlich ein Strecken-Bias	3,9	1,5	-0,03
7	wie 4 } pro Station ausgeglichen	3,4	0,4	+0,12
8	wie 3 } zusätzlich ein Strecken-Bias	2,4	2,1	+0,08
9	wie 4 } pro Durchgang ausgeglichen	2,3	0,2	+0,10
10	wie 4, $h_2$ pro Station zusätzlich	3,4	1,2	+0,45
11	wie 4, GM und $k_2$ zusätzlich	2,7	1,2	+0,42
12	wie 3 } Reduzierung der Daten um 50%	3,8	1,8	-0,08
13	wie 4 } Reduzierung der Daten um 50%	3,4	1,7	+0,10
14	wie 3 } nur Nachtdurchgänge,	3,7	2,5	-0,12
15	wie 4 } davon 50%	3,2	2,1	+0,11
16	wie 3, aber nur Meßwerte mit Höhenwinkel $> 45^\circ$	3,2	2,2	-0,04

messung (Bias) die Hauptkomponenten bilden und in ihrem Zusammenwirken (Zeile 3) zu einer Genauigkeit der Koordinatenbestimmung von  $\pm 1,8$  cm führen. In Zeile 5 ist das Ergebnis für das auch im Abschnitt 3.3. genutzte zweite unabhängige fehlerbehaftete Schwerefeldmodell dargestellt. Die Übereinstimmung mit den Ergebnissen des ersten Modells (Zeile 2) ist auch hier sehr gut.

In den Zeilen 6 bis 11 wurden zusätzliche Parameter bestimmt. Obwohl die mittlere Bahnanpassung nicht verbessert wird, zeigen die Ergebnisse in Zeile 6 und 7, daß die Koordinatenbestimmung bei Ausgleichung eines Strecken-Bias pro Station besser wird. Bei einem zusätzlich ausgeglichenen Strecken-Bias für jeden Durchgang, erhöht sich die Genauigkeit der Bahnanpassung, die Genauigkeit der Koordinatenbestimmung jedoch nur für die 9. Zeile. Kaum eine Verbesserung in der Genauigkeit der Koordinatenbestimmung wird dagegen erreicht, wenn zusätzlich  $h_2$  pro Station (Zeile 10) bzw. GM und  $k_2$  (Zeile 11) ausgeglichen werden, obwohl die mittlere Bahnanpassung im zweiten Fall verbessert ist.

Den Genauigkeitsabfall bei der Koordinatenbestimmung, wenn das Beobachtungsmaterial verringert wird, spiegeln die Zeilen 12 bis 16 wider. Dabei kann man davon ausgehen, daß die Zeile 14 der Realität am nächsten kommt, da durch Bewölkung entsprechender Verlust an möglichen Meßwerten erfolgt und auch Tagmessungen nur in geringer Menge im MERIT-Material vorkommen. Gegenüber der Nutzung aller Daten (Zeile 3) tritt ein Genauigkeits-

abfall von etwa 50% ein. Aus Zeile 16 ist zu entnehmen, daß bei ausschließlicher Verwendung von Meßwerten mit einem Höhenwinkel  $> 45^\circ$  die Bahnanpassung gegenüber der Zeile 3 zwar verbessert wird, die Genauigkeit der Koordinatenbestimmung jedoch leicht abfällt.

Verschiedene Varianten mit den Daten der MERIT-Kampagne enthält Tab. 4.7, wobei zur leichteren Bewertung der Ergebnisse in Zeile 0 die Standard-Lösung eingetragen ist. In den Zeilen 1 bis 7 sind die Resultate bei zusätzlich ausgeglichenen Parametern dargestellt. Es wird hier deutlich, daß entscheidende Zugewinne an Genauigkeit für die Koordinaten nicht erzielt werden, obwohl in allen Fällen die mittlere Bahnanpassung verbessert wird. Teilweise verringert sich die Genauigkeit der Koordinaten sogar deutlich.

Tab. 4.7: Mittlere Bahnanpassung  $m_b$ , mittlerer Gewichtseinheitsfehler  $m_H$  der HELMERT-Transformation für die beiden Varianten der Datenteilung und  $\mu$  im Vergleich zur Standardlösung in Abhängigkeit von zusätzlich bestimmten Parametern und eingeschränktem Datenumfang (Daten der MERIT-Kampagne, Bahnbogenlänge 5 Tage)

Nr.	Zusätzlich bestimmte Parameter bzw. Änderungen in der Datenverteilung	$m_b$ [cm]	HELMERT-Transformation			
			$m_{H1}$ [cm]	$m_{H2}$ [cm]	mit Standardlsg.	
					$m_H$ [cm]	$\mu$ [ $10^{-8}$ ]
0	Standard	7,4	1,6	4,0	-	-
1	zusätzlich ein Strecken-Bias pro Station bestimmt	7,0	2,3	4,0	3,1	-0,86
2	zusätzlich ein Strecken-Bias pro Durchgang bestimmt	4,6	2,5	3,7	5,0	-0,83
3	zusätzlich eine Uhrstandskorrektur pro Durchgang bestimmt	5,2	3,0	5,9	3,4	-0,17
4	zusätzlich einen Faktor für Refraktionskorr. pro Station bestimmt	7,2	1,5	3,8	1,5	-0,39
5	zusätzlich GM und $k_2$ bestimmt	7,3	1,7	4,2	1,3	-0,40
6	zusätzlich LOVEsche Zahl $h_2$ bestimmt	7,3	1,6	3,9	0,7	-0,33
7	zusätzlich $R$ pro Station bestimmt	7,3	1,5	5,5	0,8	-0,26
8	nur 9 Stationen (793900, 783800, 710500, 709000, 790700, 721000, 710900, 784000, 711000)	6,3	1,4	3,7	0,5	-0,31
9	nur 3 Stationen (793900, 783800, 710500)	5,6	2,7	6,7	2,4	-0,50
10	nur Meßwerte mit Höhenwinkel $> 45^\circ$	6,8	1,7	4,8	1,7	-0,22

Die Bestimmung eines konstanten Strecken-Bias für jede Station (Zeile 1) - interpretierbar als konstanter Eichfehler des Gerätes - hatte sich bei der Bearbeitung der Daten der MERIT-Kurzkampagne 1980 als diskussionswürdige Variante ergeben (vgl. GENDT und DIETRICH 1984). Da dieser Bias mit etwa 0,9 mit dem Radius korreliert ist, sind stets die Zuschläge zu beiden Unbekannten gemeinsam zu betrachten. Der Verlauf der entsprechenden Wertepaare für die Stationen (Abb. 4.5) widerspiegelt diese starke Korrelation. Stationen mit einer gegenüber dem Standard stark verbesserten Bahnanpassung - hier wäre ein relativ konstanter Eichfehler während der gesamten MERIT-Kampagne zu vermuten - waren nicht vorhanden. So wird ein Genauigkeitsgewinn für die Koordinatenbestimmung durch diese Variante hier nicht erzielt.

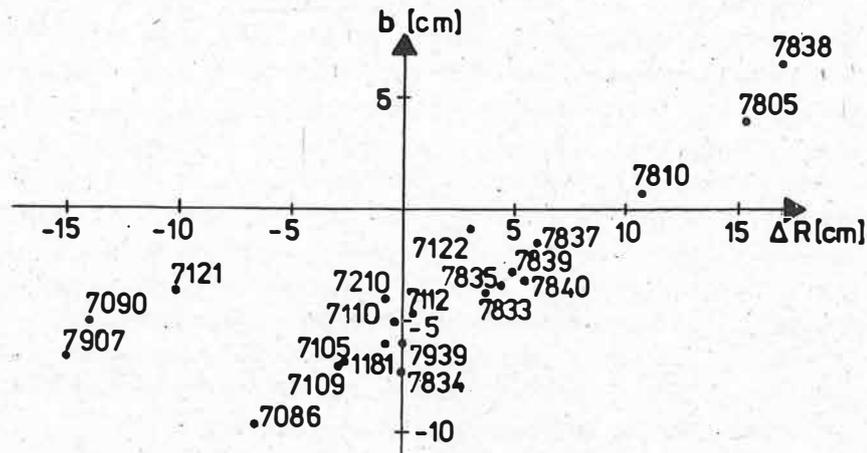


Abb. 4.5: Bestimmung eines konstanten Strecken-Bias  $b$  pro Station bei gleichzeitiger Ausgleichung der Stationskoordinaten (Radius  $\Delta R$ ) für die Daten der MERIT-Kampagne

Eine erheblich verbesserte mittlere Bahnanpassung wird bei der zusätzlichen Bestimmung eines Strecken-Bias für jeden Durchgang erzielt (Zeile 2). Dieses Vorgehen entspricht geometrisch der Nutzung von Streckendifferenzen wie beim Dopplerverfahren, wie auch ein Vergleich von Gl. (2.54) und (2.65) zeigt. Die größere geometrische Instabilität der Lösung wird bereits in den Gewichtskoeffizienten der Koordinaten deutlich, die um den Faktor 1,5 größer sind als bei der Standard-Variante. Trotzdem tritt bei  $m_{H_2}$  eine Verbesserung der Genauigkeit für die Koordinaten ein, bei der Variante der Datenteilung, in der sich Einflüsse der Stabilität der Meßtechnik besonders bemerkbar machen (siehe Abschnitt 4.2.2.1.). Die mittlere Abweichung von der Standard-Lösung besitzt mit  $\pm 5$  cm den größten Betrag aller in Tab. 4.7 betrachteten Varianten.

Bestimmt man pro Durchgang einen Korrekturwert der Beobachtungsepoche, so verbessert sich die Bahnanpassung ebenfalls erheblich, denn die pro Durchgang ermittelten Zeitkorrekturen kompensieren praktisch Modellfehler, die in der Längskomponente der Satellitenbahn wirken. Erwartungsgemäß sinkt die Genauigkeit der Koordinaten. Die Variante zeigt aber andererseits, daß mit ihr auch Stationskoordinaten bestimmt werden können, wenn die Epochen der einzelnen Durchgänge konstante Fehler besitzen, so daß ihre Anwendung sowohl zur Prüfung der Meßdaten, als auch zur Nutzung entsprechend fehlerbehafteter Durchgänge für die Koordinatenbestimmung sehr geeignet ist. Da ein konstanter Strecken-Bias pro Durchgang Modellfehler auffängt, die in Richtung der Streckenmessung und dadurch dominierend senkrecht zur Satellitenbahn liegen, ist es erklärbar, daß die Bahnanpassungswerte der Zeilen 2 und 3 in sehr guter Näherung einer Zerlegung der mittleren Bahnanpassung für den Standardfall in zwei orthogonale Komponenten entsprechen.

Geringfügige Verbesserungen in der Genauigkeit der Koordinaten zeigen sich bei der zusätzlichen Bestimmung eines Maßstabsfaktors für die troposphärische Refraktion nach Gl. (3.18) für jede Station (Zeile 4). So ein Faktor kann beispielsweise konstante Eichfehler der für die Refraktionsbestimmung genutzten meteorologischen Instrumente kompensieren. Er führte bei den Stationen zu Änderungen des Refraktionsbetrages bis maximal etwa 1%.

Die zusätzliche Bestimmung von zwei Parametern der Kraftfunktion (LOVEsche Zahl  $k_2$  und GM, Zeile 5) verbessert zwar geringfügig die mittlere Bahnanpassung, die Genauigkeit der Koordinatenbestimmung jedoch nicht. Daraus läßt sich der Schluß ziehen, daß die entsprechenden Referenzparameter im Modell zutreffend sind. Mit zwei Ansätzen ist die vertikale Komponente der Stationsposition detaillierter im Ausgleichungsansatz berücksichtigt: Die zusätzliche Bestimmung der LOVEschen Zahl  $h_2$  als stationsbezogener Parameter der Festerdezeiten (Zeile 6) führt nicht nur zu einer geringfügig verbesserten Bahnanpassung, sondern bei  $m_{H2}$  auch zu einer minimalen Verbesserung in der Genauigkeit der Stationskoordinaten. Die Ausgleichung einer zeitlich linearen Änderung des Stationsradius ergibt ebenfalls eine leichte Verbesserung der mittleren Bahnanpassung. Die Genauigkeit der Stationskoordinaten wird bei der 1. Variante der Datenteilung nur gering verbessert, bei der 2. Variante tritt ein Genauigkeitsabfall ein. Hier sind ja auch die Daten in 1. und 2. Hälfte unterteilt, so daß  $\dot{R}$  jeweils aus einem Zeitintervall abgeleitet wurde, dessen Umfang nur 7 Monate beträgt.

In den letzten drei Zeilen von Tab. 4.7 sind Varianten mit reduziertem Datenumfang enthalten. Aus Zeile 8 läßt sich entnehmen, daß neun global gut verteilte und regelmäßig messende Stationen zu einer sehr guten Genauigkeit der Koordinaten führen - es tritt gegenüber der Standardlösung sogar eine geringfügige Verbesserung ein. Andererseits entsteht bei der Verwendung von nur drei Stationen (Zeile 9) bereits ein Genauigkeitsabfall für die Koordinaten von rund 50% im Vergleich zur Standardlösung. Diese drei Stationen sind zwar bezüglich der geographischen Länge gut verteilt, liegen aber alle auf der Nordhalbkugel oberhalb  $30^\circ$  Breite - möglicherweise einer der die erhaltene Genauigkeit beeinflussenden Faktoren. Die Beschränkung auf Meßwerte oberhalb von  $45^\circ$  Höhe (Zeile 10) führt zwar zu einer verbesserten Bahnanpassung, bei der Genauigkeit der Koordinatenbestimmung tritt jedoch ein Abfall gegenüber dem Standard ein. So ist ein bewußter Verzicht auf horizontnahe Messungen, bei denen beispielsweise Fehler der Refraktionskorrektur am stärksten wirken, nicht zu empfehlen.

#### 4.2.2.4. Zur Betrachtung einzelner Stationen

Oftmals besteht Interesse daran, nicht nur die Genauigkeit eines durch mehrere Stationen gebildeten Koordinatensatzes einzuschätzen, sondern darüber hinaus auch einzelne Stationen detaillierter zu werten. Für diese Wertung gibt es verschiedene Möglichkeiten. So können, wie bereits im vorangegangenen Abschnitt kurz erläutert, durch zusätzlich ausgeglichene Parameter die Daten einzelner Stationen auf systematische Fehler geprüft werden (Tab. 4.7, Zeilen 1 bis 4, Abb. 4.5). Die Analyse dieser Parameter sollte im Vorfeld einer Koordinatenbestimmung stets erfolgen, damit Wirkungen nicht erkannter systematischer Meßfehler einzelner Stationen auf die Bahn- und Koordinatenbestimmung weitgehend ausgeschlossen werden können.

Eine zweite Möglichkeit besteht in der detaillierten Analyse der Restklaffungen bei der HELMERT-Transformation. Zwei Beispiele hierfür enthält Tab. 4.8. Anhand dieser Restklaffungen ist es nicht nur möglich, das Verhältnis der Genauigkeit für die Koordinaten in der radialen, Breiten- und Längskomponente zu werten, sondern auch einzelne Stationen zu betrachten. Dabei zeigt sich eine weitgehende Homogenität der Koordinatensätze, denn keine Station weicht mit dem Gesamtbetrag ihres Restklaffungsvektors um mehr als den Faktor 2 vom Mittelwert ab. Anders war die Situation bei der Standardlösung der Koordinatenbestimmung (Tab. 4.7, Zeile 0) und der 2. Variante der Daten-

Tab. 4.8: Restklaffungen bei der HELMERT-Transformation der in Tab. 4.3 zitierten Koordinatensätze A und C (links) bzw. A und D (rechts) im Kugelkoordinatensystem.

$v_H, v_B, v_L$ : Höhen-, Breiten- und Längenkomponente

$m_p$ : Gesamtbetrag des Restklaffungsvektors

Station	$v_H$ [cm]	$v_B$ [cm]	$v_L$ [cm]	$m_p$ [cm]	Station	$v_H$ [cm]	$v_B$ [cm]	$v_L$ [cm]	$m_p$ [cm]
1181	+0,4	-1,2	+3,1	3,4	1181	-1,6	+5,8	-0,1	6,1
7121	-2,5	+1,7	-5,6	6,4	7121	-2,9	-4,8	+3,0	6,3
7122	-0,8	-1,5	-2,2	2,8	7122	+2,9	+2,0	-0,2	3,5
7210	-0,6	-1,9	-0,1	1,9	7210	+5,6	+3,7	+4,7	8,2
7939	+0,3	-1,2	-0,3	1,3	7939	+7,4	-0,9	-0,4	7,5
7109	+1,1	-1,4	10,6	10,7	7109	+1,9	+2,3	+5,7	6,4
7840	-0,4	-0,9	+0,5	1,1	7840	+0,5	+4,2	-1,8	4,6
7907	-4,2	+3,5	-1,6	5,7	7907	+1,9	-4,6	-9,7	10,9
7090	-5,1	+4,6	-2,1	7,2	7090	-0,2	-2,2	-6,0	6,4
7086	+1,2	-1,8	-2,3	3,1	7086	-7,3	+1,3	-5,4	9,1
7834	0,0	-1,5	-0,1	1,5	7834	+3,0	+3,8	+5,6	7,4
7105	+8,0	-2,2	-2,0	8,6	7105	-0,3	-3,8	+4,4	5,9
7838	+1,1	-2,1	+3,7	4,4	7838	-0,7	+3,1	-1,0	3,3
7839	+1,2	-1,5	+1,2	2,3	7839	-10,1	-6,1	+4,6	12,6
Mittel	$\pm 2,8$	$\pm 3,1$	$\pm 3,6$	5,5	Mittel	$\pm 4,4$	$\pm 3,8$	$\pm 4,6$	7,5

teilung. Bei einem mittleren Restklaffungsvektor von 6,2 cm betrug  $m_p$  für die Stationen 7086 und 7834 14,6 bzw. 12,6 cm. Ähnliche Kalibrierungsprobleme wie für die Station 7834 (Wetzell/BRD, vgl. Abschn. 2.3.1.2.) sind daher auch für Station 7086 (Ft. Davis/USA) zu vermuten. Beide Stationen wurden für die HELMERT-Transformationen in Tab. 4.7 daher abschließend nicht berücksichtigt.

Drittens ist es auch möglich, die Distanzen von einzelnen Stationen zu den übrigen Stationen des Koordinatensatzes zu betrachten. Natürlich gehen in so eine Distanzbestimmung die Fehler der Koordinaten von jeweils zwei Stationen ein, aber trotzdem kann man bei Betrachtung aller möglichen Distanzen von einer Station zu den übrigen auch diese Station recht gut bewerten. Ein Beispiel hierfür ist in Tab. 4.9 für die Station 7210 dargestellt, wobei das Datenmaterial der MERIT-Kampagne in vier Gruppen zerlegt und damit vier unabhängige Teillösungen bestimmt wurden. Dabei erfolgte sowohl die Bestimmung des euklidischen Abstandes  $d$  als auch der sphärischen Distanz  $s$  auf einer mittleren Erdkugel. Mittlere Fehler für jede Strecke allein aus den vier Teillösungen sind wegen der geringen Anzahl der Freiheitsgrade noch nicht sehr aussagekräftig, da sie stark streuen. Wohl aber kann man sie zusammenfassen und ein einziges Fehlermaß ermitteln. Danach beträgt der mittlere Fehler für eine Basislinie  $d \pm 3,1$  cm, für die sphärischen Distanzen  $s$  ergeben sich  $\pm 2,9$  cm. Entsprechende, hier nicht tabellarisch dargestellte Werte für die Auswertevariante mit zusätzlich bestimmtem Strecken-Bias pro Station betragen  $\pm 3,0$  cm bzw.  $\pm 3,7$  cm, während die Variante mit zusätzlich bestimmtem Strecken-Bias pro Durchgang zu Werten von  $\pm 3,5$  cm bzw.  $\pm 3,2$  cm führt. Insbesondere die Variante mit Strecken-Bias pro Durchgang ist hier homogener, als man aufgrund der Ergebnisse von Tab. 4.7 erwarten konnte. Erklärbar ist das durch die Tatsache, daß bei Station 7210 in der Regel die Messungen bis in niedrige Höhenwinkelbereiche geführt wurden, so daß bei dieser Station die Variante stabiler ist als im Durchschnitt.

Eine zu Tab. 4.9 analoge Darstellung der Ergebnisse für die Station Potsdam enthält die Tab. 4.10. Dabei ergibt sich ein mittlerer Fehler für die Bestimmung der Basis-

**Tab. 4.9:** Geometrische Abstände (Basislinien  $d_i$ ) sowie sphärische Distanzen auf der Kugel ( $s_i$ , Radius 6370 km) in absteigender Länge geordnet von der Station 7210 zu anderen Stationen der MERIT-Kampagne (4 Teillösungen aus je 100 Tagen Datenumfang, Standardvariante) mit  $d = d_0 + d_i$ ,  $s = s_0 + s_i$ ;  $m_d$ ,  $m_s$ : mittlere Fehler für die Basislinie  $d$  bzw. die sphärische Distanz  $s$

von 7210 nach	$d_0$ [m]	$d_1$ [cm]	$d_2$ [cm]	$d_3$ [cm]	$d_4$ [cm]	$m_d$ [cm]	$s_0$ [m]	$s_1$ [cm]	$s_2$ [cm]	$s_3$ [cm]	$s_4$ [cm]	$m_s$ [cm]
7939	10962128	27	20	19	25	$\pm 2$	13186752	60	60	60	67	$\pm 2$
7839	10575095	64	52	58	66	$\pm 3$	12466795	60	55	53	61	$\pm 2$
7834	10426979	90	83	78	85	$\pm 2$	12206467	55	50	42	49	$\pm 3$
1181	10219421	94	85	92	99	$\pm 3$	11854900	58	58	62	69	$\pm 3$
7840	10165103	13	7	10	7	$\pm 2$	11763800	43	43	41	51	$\pm 2$
7090	9656452	26	31	28	29	$\pm 1$	10944922	54	59	56	51	$\pm 2$
7907	9097379	16	15	30	37	$\pm 5$	10114448	70	69	84	91	$\pm 5$
7105	7244031	97	94	97	107	$\pm 3$	7699551	35	35	37	44	$\pm 2$
7838	6446623	55	53	54	58	$\pm 1$	6753272	20	18	18	20	$\pm 1$
7112	5162211	5	3	8	17	$\pm 3$	5310917	79	80	83	90	$\pm 2$
7086	5161771	96	97	109	121	$\pm 6$	5308767	38	41	50	61	$\pm 5$
7122	4989162	39	32	39	48	$\pm 3$	5120692	32	31	35	44	$\pm 3$
7121	4106107	73	80	78	74	$\pm 2$	4175647	52	62	56	49	$\pm 3$
7110	4084269	80	80	83	92	$\pm 3$	4153530	51	53	54	63	$\pm 3$
7109	3908850	96	90	93	101	$\pm 2$	3970020	35	33	35	41	$\pm 2$
Mittel						$\pm 3,1$						$\pm 2,9$

**Tab. 4.10:** Geometrische Abstände (Basislinien  $d_i$ ) sowie sphärische Distanzen auf der Kugel ( $s_i$ , Radius 6370 km) in absteigender Länge geordnet von der Station 1181 zu anderen Stationen der MERIT-Kampagne (4 Teillösungen aus je 100 Tagen Datenumfang, Standardvariante) mit  $d = d_0 + d_i$ ,  $s = s_0 + s_i$ ;  $m_d$ ,  $m_s$ : mittlere Fehler für die Basislinie  $d$  bzw. die sphärische Distanz  $s$

von 1181 nach	$d_0$ [m]	$d_1$ [cm]	$d_2$ [cm]	$d_3$ [cm]	$d_4$ [cm]	$m_d$ [cm]	$s_0$ [m]	$s_1$ [cm]	$s_2$ [cm]	$s_3$ [cm]	$s_4$ [cm]	$m_s$ [cm]
7121	12057209	105	99	111	114	$\pm 3$	15818114	31	40	36	36	$\pm 2$
7090	11016254	59	60	61	62	$\pm 1$	13310510	46	50	50	47	$\pm 1$
7210	10219421	94	85	92	99	$\pm 3$	11854900	58	58	62	69	$\pm 3$
7907	9733781	15	20	16	17	$\pm 1$	11073410	5	17	1	2	$\pm 4$
7122	8855516	107	96	103	109	$\pm 3$	9791601	96	100	98	107	$\pm 2$
7110	8549777	36	28	35	39	$\pm 2$	9373906	24	24	24	30	$\pm 2$
7838	8268137	43	44	49	50	$\pm 2$	9000569	46	52	53	53	$\pm 2$
7086	8252824	56	54	57	65	$\pm 2$	8978034	18	20	13	24	$\pm 2$
7109	8162983	58	49	56	60	$\pm 2$	8863985	90	92	94	99	$\pm 2$
7112	7594435	59	54	58	65	$\pm 2$	8139557	94	94	94	101	$\pm 2$
7105	6390738	98	95	93	100	$\pm 2$	6697718	98	100	94	101	$\pm 2$
7939	1330842	27	27	23	25	$\pm 1$	1333838	68	68	70	66	$\pm 1$
7840	895488	75	68	69	71	$\pm 2$	896911	73	66	67	69	$\pm 2$
7839	616033	62	55	51	52	$\pm 2$	616648	83	76	71	72	$\pm 3$
7834	360126	64	62	51	51	$\pm 4$	360410	61	59	48	48	$\pm 4$
Mittel						$\pm 2,3$						$\pm 2,2$

linien  $d$  von  $\pm 2,3$  cm, für die sphärischen Distanzen  $s$  von  $\pm 2,2$  cm. Die erhaltene Genauigkeit ist mit der in Tab. 4.9 für die Station 7210 vergleichbar. Für die Einschätzung der Fehlermaße bei der Station 7210 sollte nämlich noch berücksichtigt werden, daß sie auf der tektonisch sehr bewegungsaktiven pazifischen Platte liegt, so daß hier durch tektonische Bewegungen verursachte Streckenänderungen zur Vergrößerung der Fehlermaße beitragen. Die für die Station Potsdam erhaltene Genauigkeit ist sehr zufriedenstellend. Die Leistungsgrenzen eines Lasergerätes 2. Generation wurden andererseits bei der Analyse geodynamischer Effekte deutlich, bei denen Potsdam einen Genauigkeitsabfall gegenüber guten Lasergeräten der 3. Generation zu verzeichnen hat (siehe z. B. GENDT und DIETRICH 1985). Hier sind Fortschritte erst beim Einsatz eines Gerätes 3. Generation zu erwarten, durch den Daten höchster Genauigkeit und größerer Dichte gewonnen werden können.

#### 4.2.3. Die Genauigkeit der Datumparameter

Wie bereits in Abschnitt 4.2.1. herausgestellt wurde, wird die Orientierung der Koordinatenachsen willkürlich festgelegt. Anders verhält es sich mit dem Ursprung und dem Maßstab. Durch das 1. KEPLERSche Gesetz ist bei dynamischen Satellitenmethoden der Ursprung dem Geozentrum gleichzusetzen, und der Maßstab ist bei Festlegung eines Wertes für die Lichtgeschwindigkeit ebenfalls fixiert. Aus diesem Grund sollen Genauigkeit von Ursprung und Maßstab näher untersucht werden.

Die X- und Y-Komponenten des Ursprungs sind, wie aus Tab. 4.3 ersichtlich, auf  $\pm 1...2$  cm und damit um etwa eine Größenordnung genauer als die Z-Komponente bestimmt. Die Ursache dieses Unterschiedes wird darin liegen, daß die Erdrotation (annähernd) um die Z-Achse erfolgt. Denn da die Rotationsachse durch das Geozentrum verlaufen muß, ermöglicht die Bewegung der Stationen im CIS um diese Achse eine stabile Bestimmung dieser Komponenten des Ursprungs. Anders ist es mit der Z-Komponente. In Tab. 4.11 ist anhand simulierter, gänzlich fehlerfreier Daten und ansonsten unverfälschtem Modell dargestellt, wie sich eine Verschiebung des Ursprungs des Stations-Koordinatensatzes in Z-Richtung auf die Bahnanpassung auswirkt und wie gut (bei einem Iterationsschritt) diese Z-Verschiebung durch eine Koordinatenausgleichung rückgängig gemacht wird. Zunächst einmal ist zu erkennen, daß sich die Verschiebung  $\Delta Z$  nur gering in der mittleren Bahnanpassung bemerkbar macht. So bewirkt eine Verschiebung  $\Delta Z = 10$  cm einen Bahnanpassungsfehler von nur  $\pm 1,8$  cm. Weiterhin wird deutlich, daß bei einer Verschiebung  $\Delta Z$  von 1 m ein einmaliger Iterationsschritt nur 94 cm davon erfaßt. Da diese Werte bei sonst fehlerfreiem Modell erhalten wurden, kann man bei realen Daten mit größeren Problemen rechnen. Das bestätigt Tab. 4.12. Hier sind die entsprechenden Werte bei der ersten Bestimmung einer globalen Koordinatenlösung der MERIT-Kampagne dargestellt. Es zeigt sich ebenfalls, daß eine nur im Zentimeterbereich verbesserte Bahnanpassung noch zu Änderungen der Z-Komponente des Ursprungs im Dezimeterbereich führt. Aus diesem Grunde sind die unabhängigen Lösungen der Analysenzentren tatsächlich gut geeignet, um die Genauigkeit der Z-Komponente der Ursprungs-Festlegung abzuschätzen, wie es im Abschnitt 4.2.1. mit  $1...2$  dm erfolgte.

Die Differenz der Maßstabsfaktoren in Tab. 4.3 lag unterhalb von  $0,4 \cdot 10^{-8}$ . Bei der Anwendung von dynamischen Methoden in der Satellitengeodäsie muß beachtet werden, daß die Festlegung der geozentrischen Gravitationskonstante  $GM$  über die sich daraus ergebende große Halbachse  $a$  der Satellitenbahn (3. KEPLERSches Gesetz, Gl. (2.44)) den Maßstab

**Tab. 4.11:** Einfluß einer Verschiebung  $\Delta Z$  des Ursprungs der Stationskoordinaten auf die Bahnanpassung. Die HELMERT-Transformation zwischen ausgeglichenem und ursprünglichem Koordinatensatz ergibt den mittleren Fehler  $m_0$  sowie die verbliebene Differenz  $dZ$  zwischen den Koordinatensystemen (simulierte fehlerfreie Daten).

$\Delta Z$ [cm]	Bahnanpassung $m_0$ [cm]		HELMERT- Transformation	
	vor Koordina- tenausgleichung	nach Koordina- tenausgleichung	$m_0$ [cm]	$dZ$ [cm]
10	1,8	0,0	$\pm 0,0$	0,0
30	5,5	0,0	$\pm 0,0$	-0,1
100	18,1	3,4	$\pm 1,1$	-6,0
300	54,4	8,2	$\pm 10,0$	-15,6

**Tab. 4.12:** Konvergenz einer globalen Koordinatenlösung (3 Monate MERIT-Daten). Man beachte die Änderungen  $\Delta Z$  des Koordinatenursprungs.

Iteration		1	2	3	4	5	6
Bahnanpassung $m_0$	[cm]	25,6	17,9	12,3	10,4	9,3	9,2
HELMERT-Trans- formation mit vorangegangenem Iterationsschritt	$m_0$ [cm]	-	10,9	6,5	5,7	3,0	1,9
	$\Delta Z$ [cm]	-	-61	-56	-33	-25	-15

mitbestimmt, der ansonsten durch die gemessenen Strecken mit der hier verwandten Lichtgeschwindigkeit festgelegt wird. Bei fixierter Lichtgeschwindigkeit kann GM ausgeglichen werden, aber die Sensitivität der Bahnanpassung ist bezüglich der Wahl von GM nicht sehr groß. Das belegt Tab. 4.13, für die fehlerfreie simulierte Werte verwendet wurden. Eine Änderung von GM um  $0,5 \cdot 10^{-8}$  führt zu einer Maßstabsänderung, die sich mit einem Betrag von 3 cm in den Stationsradien widerspiegelt und dem relativen Wert von  $0,47 \cdot 10^{-8}$  entspricht. Andererseits beträgt hier die Bahnanpassung  $\pm 0,5$  cm. So kann mittels Tab. 4.13 das Verhältnis von GM-Genauigkeit, Maßstabsstabilität und Sensitivität bei der Bahnausgleichung beurteilt werden.

Maßstabsänderungen bei verschiedenen Varianten der Simulationsrechnungen sind Tab. 4.6 zu entnehmen, Maßstabsdifferenzen im Vergleich zur Standardlösung bei verschiedenen Varianten der Analyse der MERIT-Daten enthält Tab. 4.7. Auch bei diesen Ergebnissen wird stets ein Wert von kleiner als  $10^{-8}$  erhalten, wobei die größte Abweichung bei den Varianten auftritt, bei denen GM bzw. ein Strecken-Bias mitbestimmt wird, der ja mit etwa 0,9 mit dem jeweiligen Radius korreliert ist.

Tab. 4.13: Einfluß der Änderung von GM auf die Stationsradien R und damit auf den Maßstab  $\mu$  sowie auf die Bahnanpassung  $m_0$  (simulierte fehlerfreie Daten)

$\Delta GM$ (absolut)	$[10^9 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}]$	0,002	0,008	0,052
$\Delta GM$ (relativ)	$[10^{-8}]$	0,50	2,01	13,05
$\Delta R$ (absolut)	$[\text{cm}]$	3,0	11,7	74,9
$\Delta R$ (relativ) = $\mu$	$[10^{-8}]$	0,47	1,83	11,74
Bahnanpassung $m_0$	$[\text{cm}]$	$\pm 0,5$	$\pm 2,1$	$\pm 13,3$

Externe Vergleiche des Maßstabes von Satellitennetzen sind über die VLBI-Methode möglich, bei der bekanntlich nur die Lichtgeschwindigkeit  $c$  den Maßstab bestimmt. Hier haben KOLENKIEWICZ u. a. (1985) für kontinentale Basislinien eine hohe Übereinstimmung festgestellt. Sie verwandten allerdings einen Wert für GM, der sich um  $0,012 \text{ km}^3 \text{ s}^{-2}$  vom MERIT-Standardwert unterscheidet und folglich eine Maßstabsdifferenz von  $2,7 \cdot 10^{-8}$  gegenüber der MERIT-Kampagne bewirkt. Man erhielt für den Mittelwert der Differenz von Basislängenbestimmungen (170 km bis 4 000 km lang) den Wert  $1,0 \text{ cm} \pm 1,1 \text{ cm}$ .

Damit kann zusammenfassend festgestellt werden, daß - unter Berücksichtigung des vom MERIT-Standard abweichenden GM-Wertes - der absolute Bezug des Maßstabes globaler satellitengeodätischer Netze auf die Lichtgeschwindigkeit nur auf wenige Einheiten von  $10^{-8}$  unsicher ist.

#### 4.3. Regionale Netze und Basislinien

##### 4.3.1. Varianten der regionalen Netzbestimmung

Für bestimmte Zielstellungen (z. B. Tektonik, Schaffung übergeordneter Festpunktfelder für Zwecke der Landesvermessung) kann die optimale Bestimmung regionaler Netze mit Methoden der Satellitengeodäsie von Bedeutung sein. Eine Möglichkeit, die bei Verfügung über globales Datenmaterial stets vorhanden ist, besteht in der Ermittlung einer globalen Koordinatenlösung, aus der dann die interessierenden Relationen zwischen den in der Region vorhandenen Stationen (z. B. Basislinien) abgeleitet werden. Wie aus dem vorangegangenen Abschnitt ersichtlich, sind dann naturgemäß auch ein optimaler Bezug auf das Geozentrum sowie ein ausgezeichnet mit der Lichtgeschwindigkeit  $c$  übereinstimmender Maßstab gesichert. Die Frage besteht nun darin, ob durch spezielle Auswertevarianten noch eine Genauigkeitssteigerung hinsichtlich der inneren Geometrie des regionalen Netzes möglich ist.

Zu diesem Zweck sind für die fünf Stationen in Europa, die während der MERIT-Kampagne permanent gemessen haben, einige Untersuchungen durchgeführt und in Tab. 4.14 zusammengefaßt worden. Dabei wurden wiederum das Datenmaterial in je vier zeitliche Intervalle aufgeteilt und damit vier unabhängige Koordinatenbestimmungen durchgeführt, aus denen die in der Tabelle dargestellten Basislinien abgeleitet wurden. In der Tabelle werden drei Varianten zur Diskussion gestellt:

Tab. 4.14: Regionales Netz Europa. Basislinien  $d$  (in absteigender Länge geordnet) für jeweils vier Teillösungen mit  $d = d_0 + d_i$   
 $m_d$ : mittlerer Fehler für die Basislinie  $d$   
 Variante 1: Standardlösung  
 Variante 2: Globale Lösung mit Strecken-Bias pro Station und Durchgang (vgl. Tab. 4.7, Zeile 2)  
 Variante 3: kurze Bögen (Bahnelemente für jeden Überflug neu bestimmt)

Station A B	$d_0$ [m]	Variante 1					Variante 2					Variante 3				
		$d_1$ [cm]	$d_2$ [cm]	$d_3$ [cm]	$d_4$ [cm]	$m_d$ [cm]	$d_1$ [cm]	$d_2$ [cm]	$d_3$ [cm]	$d_4$ [cm]	$m_d$ [cm]	$d_1$ [cm]	$d_2$ [cm]	$d_3$ [cm]	$d_4$ [cm]	$m_d$ [cm]
7840 7939	1694490	103	100	98	98	$\pm 1$	115	101	99	100	$\pm 4$	97	98	100	100	$\pm 1$
7939 1181	1330842	27	27	23	25	$\pm 1$	29	19	19	6	$\pm 5$	27	27	22	22	$\pm 1$
7840 7839	1183242	91	70	71	71	$\pm 5$	90	72	73	63	$\pm 6$	79	73	73	75	$\pm 1$
7939 7834	990118	86	94	102	102	$\pm 4$	103	99	100	102	$\pm 1$	88	97	101	102	$\pm 3$
7840 7834	917333	121	101	96	98	$\pm 6$	108	97	94	103	$\pm 3$	108	98	97	100	$\pm 2$
7840 1181	895488	75	68	69	71	$\pm 2$	73	58	71	40	$\pm 8$	70	63	68	79	$\pm 3$
7939 7839	719404	98		105	107	$\pm 2$	106	106	106	101	$\pm 1$	98	103	104	106	$\pm 2$
1181 7839	616033	62	55	51	52	$\pm 2$	56	44	44	36	$\pm 4$	60	55	49	48	$\pm 3$
1181 7834	360126	64	62	51	51	$\pm 4$	54	46	48	19	$\pm 8$	65	58	49	50	$\pm 4$
7839 7834	302138	43	42	50	49	$\pm 2$	53	47	50	43	$\pm 4$	43	48	50	50	$\pm 2$
Mittel		$\pm 3,7$					$\pm 4,7$ (ohne 1181 $\pm 3,2$ )					$\pm 2,3$				
mittlere Bahn- anpassung	[cm]	8,4					5,6					5,4				

1. Variante: Die Werte sind einer globalen Koordinatenbestimmung entnommen und entsprechen somit inhaltlich den  $d$ -Werten von Tab. 4.9 und 4.10.

2. Variante: Hier wurde die globale Lösung verwendet, bei der pro Station und Durchgang ein Strecken-Bias mitbestimmt wird, die also geometrisch der Verwendung von Streckendifferenzen entspricht.

3. Variante: Aufbauend auf früheren Untersuchungen (DIETRICH und GENDT 1982b) wurden extrem kurze Bahnbögen verwandt, für jeden Überflug wurden die Bahnelemente getrennt bestimmt. Die Näherungswerte der Bahnelemente stammten aus der globalen Lösung, und der Bahnparameter  $n$  wurde, um den Maßstab möglichst wenig zu verändern, nicht mitbestimmt.

Es zeigt sich nun, daß sich die Bahnanpassung mit den letzten beiden Varianten wesentlich verbessern läßt, also Modellfehler ausgeschaltet werden können. Beträgt sie bei der 1. Variante im Mittel  $\pm 8,4$  cm, so bei der 2. Variante nur  $\pm 5,6$  cm und bei der 3. Variante  $\pm 5,4$  cm. Wichtiger aber ist die Homogenität der Lösungen. Der mittlere Fehler der Bestimmung einer Basislinie, ebenso ermittelt wie bereits für Tab. 4.9 und 4.10, beträgt für die 1. Variante  $\pm 3,7$  cm, für die 2. Variante  $\pm 4,7$  cm und für die 3. Variante  $\pm 2,3$  cm. Bei der 2. Variante fällt auf, daß die Streckenwerte zur Station Potsdam (1181) besonders stark streuen. Das liegt vor allem daran, daß in Potsdam zenitnähere Messungen dominieren (vgl. Abb. 4.4) und damit bei dieser Variante geometrische Instabilitäten auftreten. Daher ist die 2. Variante für Potsdam ungeeignet. Für die übrigen Stationen ergibt sich bei der 2. Variante ein mittlerer Fehler für eine Basislinienbestimmung von  $\pm 3,2$  cm. Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß die 3. Variante

eine Genauigkeitssteigerung von etwa 40% gegenüber der 1. Variante erbringt, während die 2. Variante (ohne Station 1181) etwa die gleiche Genauigkeit ergibt.

#### 4.3.2. Aspekte der Bestimmung einzelner Basislinien

Es ergibt sich naturgemäß die Frage, ob auch für einzelne Basislinien mit Erfolg spezielle Methoden zur Bestimmung ihrer Länge angewendet werden können, die gegenüber bisher dargestellten Wegen (Ableitung von Basislängen aus globalen oder regionalen Netzen) weitere Genauigkeitssteigerungen ermöglichen. Besonders zu beachten ist in diesem Fall, daß es im Gegensatz zur Bestimmung von Punktgruppen keine Möglichkeit gibt, mit einzelnen Basislinien eine HELMERT-Transformation durchzuführen und dadurch Maßstabsdifferenzen zu ermitteln, sondern Maßstabsunsicherheiten tragen hier direkt zum Fehlerhaushalt der Basislinienbestimmung bei. Daher ist bei der Bestimmung einzelner Basislinien die Absicherung eines stabilen Maßstabes von entscheidender Bedeutung.

Folgender Gedankengang führt zu einem Verfahren, das bereits erfolgreich angewandt wurde (siehe DIETRICH und GENDT 1982a, MONTAG u. a. 1984, DIETRICH und GENDT 1985): Bei Satellitendurchgängen, die simultan durch zwei Stationen beobachtet werden, wirken eine Reihe von Modellfehlern nahezu gleichartig. Das wird auch durch den Verlauf der Residuen bei simultan gemessenen Satellitendurchgängen belegt, für den Abb. 3.12 ein anschauliches Beispiel bietet. Kann man nun einen solchen gleichzeitig durch zwei Stationen beobachteten Durchgang zur Koordinatenbestimmung beider Stationen nutzen, so werden sich die nahezu gleichartigen Wirkungen der Modellfehler bei der resultierenden Basislinie weitgehend herausheben und so zu einer präzisen Distanzbestimmung führen. Ein Problem besteht darin, daß die Meßwerte nur eines Durchganges für die Bestimmung der Stationskoordinaten zu einem schlecht konditionierten Normalgleichungssystem führen. Nun zeigt aber eine Eigenwertzerlegung, wie sie im Abschnitt 3.2.2. beschrieben ist, daß das resultierende Fehlerellipsoid zwei kleine Hauptachsen (Größenordnung  $m_0$ ) und eine große Hauptachse (Größenordnung  $m_0 \cdot 10^3$ ) besitzt. Die große Hauptachse steht dabei senkrecht auf der Ebene, die durch den Geschwindigkeitsvektor des Satelliten bei seiner größten Annäherung an die Station und die Station selbst gebildet wird. Liegen folglich beide Stationen annähernd in dieser Ebene, so werden für die Distanzbestimmung die beiden gut bestimmten Komponenten der jeweiligen Stationskoordinaten wirksam, und die Distanz kann mit hoher Genauigkeit abgeleitet werden. Wichtig ist hierbei weiterhin, daß durch eine Regularisierung der Normalgleichungsmatrix entsprechend Gl. (3.39) verhindert wird, daß die Stationskoordinaten große Zuschläge in Richtung der nur ungenau bestimmbareren Komponente erhalten.

Es ist offensichtlich, daß das Verfahren genau dann auf simultan gemessene Durchgänge angewandt werden kann, wenn die Subsatellitenkurve nahezu parallel zur Basislinie verläuft, da dann die Voraussetzung für die oben beschriebenen geometrischen Bedingungen vorliegt. Um die eingangs angesprochene Maßstabsstabilität zu gewährleisten, sollte die Satellitenbahn durch global verteilte Beobachtungsstationen gestützt werden. Mit möglichst guten Näherungswerten für die Koordinaten der beiden Basislinienstationen kann dann für jeden simultan gemessenen Durchgang, wenn entsprechend günstige geometrische Bedingungen vorliegen, über eine regularisierte Koordinatenbestimmung die Basislinie abgeleitet werden. Ein Beispiel für die Anwendung dieses Verfahrens bei Lasergeräten 3. Generation wird am Ende des Abschnittes 4.4.2. gegeben.

#### 4.4. Die Untersuchung tektonischer Bewegungen

##### 4.4.1. Internationaler Stand und Modellkonzeptionen

Wie bereits im Abschnitt 2.1.3.1. dargelegt, ist im Verlauf der letzten Jahrzehnte durch komplexe geophysikalische Forschungen das Bild der globalen Tektonik in entscheidender Weise weiterentwickelt worden, so daß man jetzt für die jüngste geologische Vergangenheit (mehrere Millionen Jahre) Mittelwerte plattenkinematischer Bewegungsparameter angeben kann. Von besonderem Interesse ist natürlicherweise der Nachweis entsprechender rezenter Bewegungen, der im globalen Maßstab nur durch die Nutzung kosmisch-geodätischer Verfahren (VLBI, Laserentfernungsmessungen zu Satelliten) möglich ist.

Erste Ergebnisse für die Bewegung entlang der San-Andreas-Falte unter Nutzung von Laserentfernungsmessungen zum Satelliten BE-C publizierten SMITH u. a. (1979). Große Fortschritte konnten erzielt werden, nachdem der Satellit LAGEOS im globalen Rahmen beobachtet wurde und Meßwerte über ein hinreichend langes Zeitintervall vorlagen. In den letzten Jahren erfolgte daher in zunehmendem Maße die Publikation von Ergebnissen (KOLENKIEWICZ u. a. 1984, TAPLEY u. a. 1985, CHRISTODOULIDIS u. a. 1985b, REIGBER u. a. 1986). Es zeigt sich hierbei zum überwiegenden Teil eine zufriedenstellende Übereinstimmung zwischen geophysikalisch und geodätisch ermittelten Deformationen, obwohl einige Differenzen nicht zu übersehen sind. Nicht zuletzt wegen dieser überwiegenden Übereinstimmung dürfte in einem Nachtrag zu den MERIT-Standards im Dezember 1985 die Empfehlung angesprochen worden sein, das Modell AMO-2 (MINSTER und JORDAN 1978) zur Reduktion der Stationskoordinaten auf eine Bezugs epoche zu verwenden.

Unterschiede gibt es in den angewandten Methoden, obwohl Details zur Auswertung oft nicht mitpubliziert werden. In der Regel werden die vorliegenden Daten in zeitlich geordnete Intervalle geteilt und getrennt ausgewertet, so daß jedem erhaltenen Koordinatensatz eine mittlere Epoche zugeordnet wird. Daraufhin erfolgt eine gruppenweise Berechnung der Distanzen zwischen interessierenden Stationspaaren. Dabei wird durch einige Autoren (z. B. CHRISTODOULIDIS u. a. 1985b) der räumliche geometrische Abstand berechnet, andere verwenden die sphärische Distanz auf einer mittleren Erdkugel (REIGBER u. a. 1986).

Das zunächst in der Geophysik genutzte Konzept der Plattenkinematik, wie es im Abschnitt 2.1.3.1. beschrieben ist, übertrug DREWES (1982) auf die Auswertung geodätischer Messungen. Er zeigte, wie man aus Koordinatenänderungen bzw. Distanzänderungen entsprechende Plattenrotationsparameter  $\dot{\phi}$ ,  $\Lambda$  und  $\omega$  bestimmen kann. Versuche von DREWES, publizierte Koordinatenänderungen in seinem Berechnungsmodell zu nutzen, führten bisher nicht zu befriedigender Übereinstimmung mit den Ergebnissen von MINSTER und JORDAN. Das betrifft sowohl Koordinatenänderungen aus Dopplermessungen eines 10-Jahre-Intervalls (ANDERLE und MALYEVAC 1982) als auch Koordinatenänderungen aus Lasermessungen eines 3-Jahre-Intervalls (CHRISTODOULIDIS u. a. 1985b). In beiden Fällen (DREWES 1984, DREWES 1986) treten erhebliche Diskrepanzen auf, deren Ursache vom Autor unter anderem im noch zu kleinen Zeitintervall in Bezug auf die Meßgenauigkeit gesehen wird.

Basierend auf den international bisher erarbeiteten Modellkonzeptionen, sind für die Ableitung von Stationsbewegungen folgende Möglichkeiten zu nennen, die auch praktisch für die Auswertung umgesetzt wurden (vgl. DIETRICH 1985):

1. Die Bestimmung epochenbezogener Koordinatensätze für bestimmte Zeitintervalle, zum Beispiel Jahreslösungen. Die hier ermittelten Distanzen können über der Zeit darge-

stellt und Änderungen durch eine Geradenausgleichung bestimmt werden, wie es international üblich ist. Methodisch entsprechen die Tabellen 4.9 und 4.10 diesem Ansatz, allerdings ist das Zeitintervall von rund 400 Tagen zu klein für die Ableitung gesicherter Trends. Will man konform zum Modell der Plattenkinematik bleiben, so sind zweckmäßigerweise die sphärischen Distanzen auf einer mittleren Erdkugel zu analysieren, da hier Bewegungen in radialer Richtung keinen Einfluß auf die Distanzen besitzen.

2. Man kann den umständlichen Weg der nachträglichen Bestimmung zeitlich linearer Änderungen der Koordinaten auch vermeiden, wenn man gleich einen Ansatz nach Gl. (2.19) wählt und die dazu notwendigen partiellen Ableitungen für die Verbesserungsgleichungen über die Beziehung (3.13) berechnet. Dieser Ansatz ermöglicht eine Bestimmung von Änderungen der Distanzen zwischen den Stationen direkt im Rahmen der gesamten Parameterbestimmung. Er ist bisher international kaum angewandt worden, wurde wegen seiner Vorzüge aber im Programm SOLVE realisiert.
3. Die dritte Möglichkeit besteht in der Bestimmung von Plattenrotationsparametern  $\dot{\Phi}$ ,  $\Lambda$  und  $\omega$ . Im Gegensatz zur von DREWES (1982) gewählten Vorgehensweise, diese Parameter im Anschluß an Koordinaten- oder Distanzbestimmungen in einer zusätzlichen Berechnung zu ermitteln, sind sie im Programm SOLVE über den Ansatz (3.14) direkt in die Parameterbestimmung einbezogen, so daß sie gleichzeitig mit den Stationskoordinaten und den übrigen Parametern ausgeglichen werden können. Dabei ist es auch möglich,  $\dot{\Phi}$  und  $\Lambda$  aus geophysikalischen Modellen zu entnehmen und nur  $\omega$  auszugleichen. Das trägt zur Stabilisierung der Lösung bei und gestattet auch die Behandlung von Platten, auf denen nur eine Station liegt.

#### 4.4.2. Numerische Untersuchungen zur Bestimmung tektonischer Bewegungen

Für numerische Untersuchungen mit simulierten Daten wurde zusätzlich zum vorhandenen 30-Tage-Intervall ein zweites 30-Tage-Intervall in einem Abstand von 5 Jahren verwendet. Die zugrundegelegten tektonischen Bewegungen entsprechen dem Modell AMO-2 von MINSTER und JORDAN (1978). Tab. 4.15 enthält diese Bewegungsbeträge, wie sie durch das Modell vorgegeben sind, sowie die aus den simulierten Daten ausgeglichenen Werte. Daraus lassen sich mittlere Streuungen von  $\pm 0,6$  bzw.  $\pm 0,5$  cm/Jahr für die Stationsbewegungen in Breite bzw. Länge angeben. Es wird deutlich, daß unter den getroffenen Modellannahmen plattentektonische Bewegungen nach fünfjährigem Meßintervall signifikant nachgewiesen werden können. Das belegen auch Tab. 4.16 und 4.17, in denen für zwei Stationen die auftretenden Distanzänderungen dargestellt sind. Hier wird auch offensichtlich, wie sich bei wachsenden Stationsabständen Plattenbewegungen in Änderungen der Basislinien  $d$  nur mit entsprechender Projektion widerspiegeln.

Die Daten der MERIT-Kampagne wurden genutzt, um die Modellgenauigkeit an realen Daten zu testen. Auch hier erfolgte eine Bestimmung von  $\dot{P}$  und  $\dot{\Lambda}$  für jede Station. Die Ergebnisse enthält Tab. 4.18, einmal mit der Gesamtdatenmenge und einmal mit drei unabhängigen Teildatenmengen. Bei letzterem wurde jeweils nur jeder dritte 5-Tage-Bogen in der zeitlichen Aufeinanderfolge der Bögen ausgewählt. Daß bei diesen Teillösungen die größeren Unsicherheiten bei Lasergeräten 2. Generation (Stationen 7833, 1181) offensichtlich werden, war zu erwarten. Die starken Streuungen beispielsweise aber bei Station 7086 lassen den Schluß zu, daß die Daten dieser Station inhomogen sind und systematische Effekte enthalten (vgl. auch Abschn. 4.2.2.4.).

**Tab. 4.15:** Stationsbewegungen nach dem Modell AMO-2 und abgeleitet aus simulierten Daten (Simulationen: Bahnanpassung 4,0 cm; veränderte Modellkomponenten: M1, M2, M3, M8; vgl. Tab. 2.12)

Station	Modell AMO-2		Simulationen		Differenz	
	$\dot{\varphi}$ [cm/Jahr]	$\dot{\lambda}$ [cm/Jahr]	$\dot{\varphi}$ [cm/Jahr]	$\dot{\lambda}$ [cm/Jahr]	$\Delta\dot{\varphi}$ [cm/Jahr]	$\Delta\dot{\lambda}$ [cm/Jahr]
1300	+2,0	+2,3	+1,9	+1,8	+0,1	+0,5
4000	-0,8	+2,4	-0,7	+1,4	-0,1	+1,0
9000	-0,8	+2,6	-0,9	+1,9	+0,1	+0,7
1873	+1,3	+2,5	+1,2	+2,4	+0,1	+0,1
1181	+1,6	+1,9	+0,7	+1,7	+0,9	+0,2
7120	+3,7	-6,8	+4,7	-7,3	-1,0	+0,5
7907	+1,0	-0,7	+1,8	-1,5	-0,8	+0,8
7063	+0,2	-1,7	+1,1	-1,4	-0,9	-0,3
7090	+6,1	+4,3	+6,4	+3,8	-0,3	-0,5
3000	+0,3	-1,0	0,0	-1,0	+0,3	0,0
1892	+4,7	+3,9	+3,8	+2,7	+0,9	+1,2
7837	-1,2	+2,6	-0,9	+2,2	-0,3	+0,4
7121	+3,8	-7,4	+4,2	-7,7	-0,4	+0,3
Streuung					$\pm 0,6$	$\pm 0,5$

**Tab. 4.16:** Änderungen von Basislinien  $d_i$  und sphärischen Distanzen  $s_i$  nach dem Modell AMO-2 und abgeleitet aus simulierten Daten für die Station 7120 (Bahnanpassung und veränderte Modellkomponenten analog Tab. 4.15)

Station 7120 nach	$s$ [km]	Modell AMO-2		Simulationen		$\dot{d}$ [cm/Jahr]	$\dot{s}$ [cm/Jahr]
		$\dot{d}$ [cm/Jahr]	$\dot{s}$ [cm/Jahr]	$\dot{d}$ [cm/Jahr]	$\dot{s}$ [cm/Jahr]		
1300	18080	-1,6	-10,4	-1,6	-10,8	-0,0	+0,4
1892	12941	-7,1	-13,5	-6,8	-12,9	-0,3	-0,6
1873	12734	-3,5	-6,4	-3,9	-7,3	+0,4	+0,9
1181	11855	-2,5	-4,2	-2,5	-4,2	0,0	0,0
7090	10944	-6,6	-10,2	-6,5	-10,0	-0,1	-0,2
4000	10266	-6,5	-9,4	-6,4	-9,2	-0,1	-0,2
7907	10115	+4,6	+6,5	+4,5	+6,4	+0,1	+0,1
9000	8813	-7,2	-9,4	-7,4	-9,7	+0,2	+0,3
3000	8298	+3,5	+4,4	+3,9	+4,8	-0,4	-0,4
7837	8166	-8,0	-9,9	-8,5	-10,6	+0,5	+0,7
7063	7699	+1,4	+1,7	+1,4	+1,7	0,0	0,0
7121	4176	0,0	0,0	+0,4	+0,4	-0,4	-0,4
Streuung						$\pm 0,3$	$\pm 0,4$

Tab. 4.17: Änderungen von Basislinien  $d_i$  und sphärischen Distanzen  $s_i$  nach dem Modell AMO-2 und abgeleitet aus simulierten Daten für die Station 1181. (Bahnanpassung und veränderte Modellkomponenten analog Tab. 4.15)

Station 1181 nach	$s$ [km]	Modell AMO-2		Simulationen		$\Delta \dot{d}$ [cm/Jahr]	$\Delta \dot{s}$ [cm/Jahr]
		$\dot{d}$ [cm/Jahr]	$\dot{s}$ [cm/Jahr]	$\dot{d}$ [cm/Jahr]	$\dot{s}$ [cm/Jahr]		
7121	15818	-0,7	-2,3	-0,6	-1,8	-0,1	-0,5
7090	13310	-1,6	-3,2	-1,8	-3,6	+0,2	+0,4
7120	11855	-2,5	-4,2	-2,5	-4,2	0,0	0,0
7907	11073	+1,3	+2,0	+0,9	+1,4	+0,4	+0,6
4000	9307	-0,1	-0,2	-0,3	-0,4	+0,2	+0,2
7837	8447	-0,1	-0,1	+0,2	+0,2	-0,3	-0,3
3000	8194	+1,6	+2,0	+1,7	+2,2	-0,1	0,0
1300	7930	-0,6	-0,8	-1,2	-1,5	+0,6	+0,7
1892	7239	-2,6	-3,0	-2,4	-2,9	-0,2	-0,1
7063	6698	+1,8	+2,0	+1,3	+1,5	+0,5	+0,5
9000	5779	-0,1	-0,1	+0,2	+0,2	-0,3	-0,3
1873	1778	0,0	0,0	-0,2	-0,2	+0,2	+0,2
Streuung						$\pm 0,3$	$\pm 0,4$

Tab. 4.18: Horizontale Stationsbewegungen für die MERIT-Kampagne  
 A:  $N_{INT} = 1 \text{ mod } 3$ ; B:  $N_{INT} = 2 \text{ mod } 3$ ; C:  $N_{INT} = 0 \text{ mod } 3$   
 ( $N_{INT}$ : Fortlaufende Nummer der 5-Tage-Intervalle)

Station	alle Daten		$\dot{\varphi}$ [cm/Jahr]			$\dot{\lambda}$ [cm/Jahr]		
	$\dot{\varphi}$ [cm/Jahr]	$\dot{\lambda}$ [cm/Jahr]	Teildaten			Teildaten		
			A	B	C	A	B	C
7840	-2	2	-2	2	-4	5	4	-1
7833	-10	-16	-13	-7	18	-26	-4	2
7834	8	-12	9	8	6	-14	-9	-16
1181	-6	4	-17	4	-5	8	17	-8
7839	2	-13	3	1	2	-10	-15	-14
7939	-9	-3	-9	-9	-6	-3	-5	2
7090	-4	-4	1	-6	-9	-4	-11	-3
7838	-2	-5	7	-7	-11	-6	-1	-9
7210	3	-10	2	6	1	-10	-10	-8
7121	7	-3	6	6	9	1	-11	0
7109	1	-3	1	2	2	-4	-3	-1
7110	2	3	1	3	3	2	6	1
7122	-6	5	-7	-6	-1	6	7	-4
7112	2	8	7	-1	-4	8	10	4
7086	-2	17	-4	14	-9	15	-10	25
7105	9	3	12	5	8	1	8	0
7907	-3	13	-5	-2	-5	13	14	12
Streuung	$\pm 6$	$\pm 9$						

Eine Abschätzung der äußeren Genauigkeit ist möglich, wenn man wegen der Kürze des Zeitintervalls von den tatsächlich vorhandenen tektonischen Bewegungen absieht und die erhaltenen Werte ausschließlich als durch das Modell produzierte zufällige Abweichungen von Null ansieht. Dann lassen sich für  $\dot{\varphi}$  und  $\dot{\lambda}$  entsprechende Streuungsmaße ermitteln. Sie betragen in diesem Fall  $\pm 6$  cm/Jahr für  $\dot{\varphi}$  und  $\pm 9$  cm/Jahr für  $\dot{\lambda}$ . Setzt man statt der tatsächlich zugrundeliegenden 400 Tage ein 5-Jahre-Intervall an, so würden sich diese Werte halbieren. Allein schon wegen Vernachlässigung tatsächlich vorhandener Bewegungen stellen diese Fehlermaße eine pessimistische Genauigkeitsschätzung dar. Da andererseits die von KOLENKIEWICZ u. a. (1985) erwähnten "systematischen Variationen in den Daten" (vgl. 4.2.2.1.) bei den Simulationen nicht berücksichtigt werden konnten, sind die in Tab. 4.15 dargestellten Fehlermaße möglicherweise etwas zu optimistisch, so daß die tatsächlich erreichbaren Genauigkeiten zwischen den aus simulierten und den aus realen Daten abgeschätzten Werten liegen dürften.

Entsprechend der im vorausgegangenen Abschnitt 4.4.1. diskutierten Konzeption wurde weiterhin der Versuch unternommen, Plattenrotationsparameter parallel zu den Stationskoordinaten auszugleichen. Aufgrund der gewonnenen Erkenntnisse sollte hierbei die Lage des jeweiligen Rotationspols ( $\Phi, \Lambda$ ) aus geophysikalischen Daten vorgegeben und nur die Rotationsgeschwindigkeit  $\omega$  bestimmt werden. Die Ergebnisse mit simulierten Daten enthält Tab. 4.19, die Differenzen zwischen Soll- und Istwert geben Aufschluß über die erhaltene Genauigkeit. Dabei ist zu bemerken, daß ein Wert  $\Delta\omega = 0,04^\circ/\text{Mill. Jahre}$  einem Betrag von 0,4 cm/Jahr entspricht, wenn sich die Station in einem sphärischen Abstand von  $90^\circ$  vom Rotationspol befindet. Die Ergebnisse mit den MERIT-Daten (Tab. 4.20) sollten wie auch Tab. 4.18 nur zur Genauigkeitsbewertung verwandt werden. Auch hier sind die Streuungen größer als in Tab. 4.19, selbst wenn man die unterschiedlichen Zeitintervalle in Rechnung stellt. Die auftretenden größeren Differenzen zum AMO-2-Modell überraschen nicht, wenn man den Zeitumfang der Daten von nur 400 Tagen berücksichtigt und bedenkt, daß DREWES (1986) auch bei einem 3-Jahres-Intervall noch zu Abweichungen in der gleichen Größenordnung gelangte.

Im Abschnitt 4.3.2. war eine Variante zur Basislinienbestimmung beschrieben worden, mit der die Daten der Stationen 7109 und 7110, beiderseits der SAN-ANDREAS-Spalte gelegen, bearbeitet wurden. Die erzielte Genauigkeit ( $\pm 14$  mm für eine Basislinienbestimmung) erlaubt die Ermittlung der zeitlichen Änderung der Basislinie (Abb. 4.6). Der zu - 4,8 cm/Jahr ermittelte Änderungsbetrag ist in Tab. 4.21 den Ergebnissen anderer Autoren gegenübergestellt. Dabei ist insbesondere das jeweils zur Verfügung stehende Zeitintervall zu beachten.

Tab. 4.19: Rotationsgeschwindigkeit  $\omega$  der tektonischen Platten relativ zur Eurasischen Platte aus dem Modell AMO-2 und abgeleitet aus simulierten Daten. (Bahnanpassung 4,1 cm, veränderte Modellkomponenten analog Tab. 4.15)

Platte	aus Modell AMO-2			Simulationen	$\Delta\omega$ [ $^\circ/\text{Mill. Jahre}$ ]
	$\Phi$ [ $^\circ$ ]	$\Lambda$ [ $^\circ$ ]	$\omega$ [ $^\circ/\text{Mill. Jahre}$ ]	$\omega$ [ $^\circ/\text{Mill. Jahre}$ ]	
Pazifische	-61	101	+0,98	+0,97	+0,01
Nordamerikanische	-66	-48	+0,23	+0,19	+0,04
Indo-Australische	20	39	+0,70	+0,69	+0,01
Afrikanische	25	-21	+0,10	+0,14	-0,04
Südamerikanische	-82	76	+0,29	+0,28	+0,01

Tab. 4.20: Rotationsgeschwindigkeit  $\omega$  der tektonischen Platten relativ zur Eurasischen Platte und zur Pazifischen Platte aus den Daten der MERIT-Kampagne.

Platte	Eurasische Platte fixiert			Pazifische Platte fixiert		
	$\omega$ [ $^{\circ}$ /Mill.Jahre]		$\Delta\omega$ [ $^{\circ}$ /Mill.Jahre]	$\omega$ [ $^{\circ}$ /Mill.Jahre]		$\Delta\omega$ [ $^{\circ}$ /Mill.Jahre]
	AMO-2	MERIT		AMO-2	MERIT	
Pazifische	+0,98	+1,21	-0,23	-	-	-
Nordamerikanische	+0,23	-0,01	+0,24	+0,85	+0,80	+0,05
Indo-Australische	+0,70	+0,29	+0,41	+1,25	+0,70	+0,55
Südamerikanische	+0,29	-1,18	+1,47	+0,71	+2,57	-1,86
Eurasische	-	-	-	-0,98	-1,21	+0,23

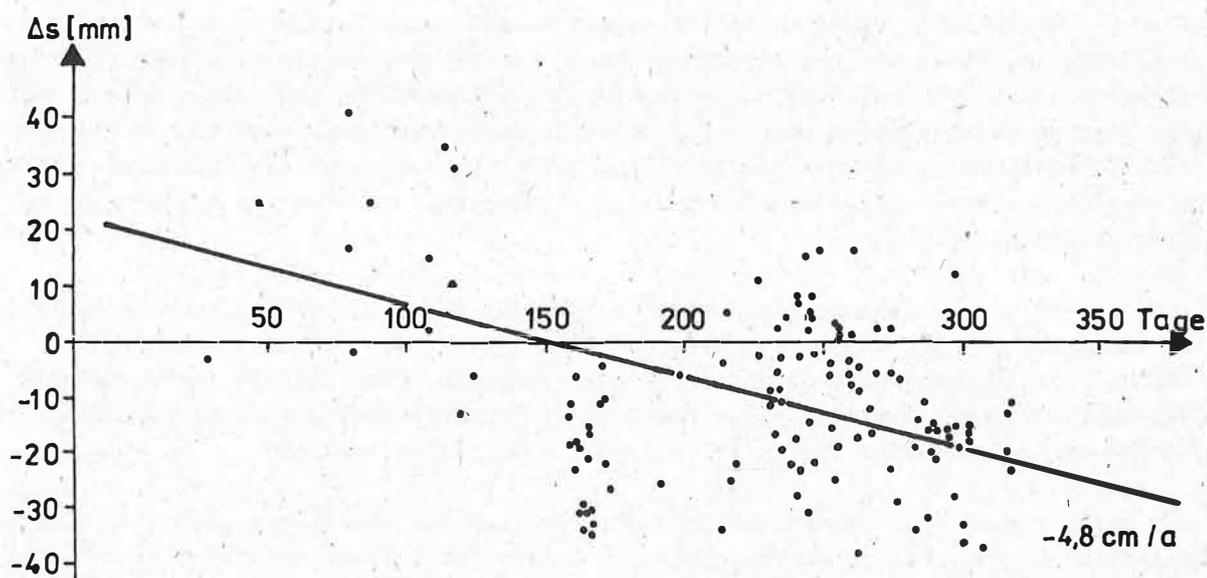


Abb. 4.6: Streckenänderungen  $\Delta s$  zwischen den Stationen 7109 und 7110. Jedem Punkt entspricht die Lösung aus jeweils einem simultan gemessenen Satellitendurchgang (Epoche: 10. Dezember 1983).

Tab. 4.21: Streckenänderungen über die SAN-ANDREAS-Spalte anhand verschiedener Untersuchungen, ab 2. Zeile Laserentfernungsmessungen zu Satelliten

$\dot{s}$ [cm/Jahr]	Daten	Autor
-5,7	Geophysikalische Daten (10 Mill. Jahre)	MINSTER und JORDAN (1978), AMO-2
-9,0	Satellit BE-C (1972-1976)	SMITH u. a. (1979)
-7,2	Satellit BE-C (1972-1979)	KOLENKIEWICZ u. a. (1984)
-5,6	Satellit LAGEOS (1976-1981)	KOLENKIEWICZ u. a. (1984)
-6,4	Satellit LAGEOS (1981-1984)	TAPLEY u. a. (1985)
-4,8	Satellit LAGEOS (1984)	diese Untersuchung, siehe auch DIETRICH und GENDT (1985)

Insgesamt kann festgestellt werden, daß die Auswertung von Laserentfernungsmessungen zum Satelliten LAGEOS ein effektives Mittel für den Nachweis globaltektonischer Bewegungen darstellt, wobei bei wachsendem Zeitraum der Meßdaten Aussagen mit steigender Signifikanz zu erwarten sind. Unter Einbeziehung der nach der MERIT-Kampagne gewonnenen Daten sollten bald weitere, besser gesicherte Ergebnisse möglich sein.

## 5. Koordinatenbestimmung aus Dopplermessungen

### 5.1. Aspekte der Nutzung des Dopplerverfahrens

In den vergangenen zehn Jahren war das Dopplerverfahren am Zentralinstitut für Physik der Erde Gegenstand einer Reihe von Forschungsarbeiten, die ab 1981 auch durch Messungen mit einem eigenen Empfänger vom Typ JMR-4A ergänzt werden konnten. Bei diesen Forschungen wurden verschiedene Aspekte, die sich aus der Anwendung des Dopplerverfahrens ergeben, näher untersucht.

So waren bereits in den Jahren 1978/79 in Kooperation mit dem Kosmisch-Geodätischen Observatorium Penc (Ungarische Volksrepublik) Dopplermessungen in Potsdam und Dresden durchgeführt und im Einzelpunktbestimmungsverfahren ausgewertet worden (FEJES und DIETRICH 1980). Die Leistungsfähigkeit des eigenen Empfängers JMR-4A mit seinem eingebauten Mikroprozessor für Zwecke der operativen Punktbestimmung wurde daraufhin gründlich untersucht und die Ergebnisse unter dem Gesichtspunkt spezifischer Anwendungsmöglichkeiten, beispielsweise zur Positionsbestimmung auf See in ruhender Situation (DIETRICH und LEHMANN 1982) oder bei Forschungsarbeiten in Polargebieten (DIETRICH 1983a), den entsprechenden Nutzerkreisen zugänglich gemacht. Die erreichbare Genauigkeit für die Einzelpunktbestimmung, bei der die Stationsposition an die durch die BROADCAST EPHEMERIS gegebenen Satellitenpositionen angeschlossen wird, liegt bei etwa  $\pm 2...3$  m nach fünf-tägiger Meßdauer.

Von wesentlicher Bedeutung, insbesondere auch für die Aufgaben des staatlichen Vermessungswesens, ist das Dopplerverfahren bei der Anlage bzw. Kontrolle regionaler Netze. Die auf diesem Gebiet durchgeführten Forschungen einschließlich umfangreicher Programmentwicklungen bildeten einen Schwerpunkt der durchgeführten Arbeiten. Sie werden daher im nachfolgenden Abschnitt 5.2. ausführlicher dargestellt.

Der sich seit einigen Jahren vollziehende Übergang auf die Nutzung neuer Satellitensysteme führte dazu, die Forschungen auf dem Gebiet des Dopplerverfahrens nunmehr unter spezifischen Gesichtspunkten weiterzuführen. Als Vertreter des Prinzips der Phasendifferenzmessung im Mikrowellenbereich konnte das Dopplerverfahren für methodische und gerätetechnische Untersuchungen genutzt werden, für die es entsprechende Analogien bei der Nutzung neuer Satellitensysteme gibt.

So wurden in einem gemeinsamen Experiment mit dem Kosmisch-Geodätischen Observatorium in Penc (UVR) im Oktober 1984 spezielle Messungen mit insgesamt vier Empfängern (je zwei in der DDR und der UVR) durchgeführt, deren Auswertung unter Nutzung von Beobachtungsdifferenzen (vgl. Abschnitt 2.3.2.5., dort Variante b) erfolgte. Die dazu notwendigen Programmentwicklungen, unter anderem in POTSDAM-5 und SOLVE, erweitern die Möglichkeiten der Programme, so daß entsprechende Untersuchungen auf der Basis von Dopplermessungen, aber auch mit simulierten Daten nunmehr durchgeführt werden können. Obwohl bei dem Experiment zur Genauigkeitssteigerung die Quarzoszillatoren der Geräte durch extern angeschlossene Atomfrequenznormale ersetzt und durch elektronische Zusatzmessungen für jeden Durchgang die geräteinterne Signallaufzeit gemessen wurde (vgl. Abschnitt 2.3.2.4.), konnte kein entscheidender Genauigkeitserfolg im Vergleich zu einer Standard-Dopplerauswertung erzielt werden (vgl. BORZA u. a. 1987). Offensichtlich ist das auf einige wesentliche Komponenten des Fehlerhaushaltes (z. B. nichterfaßte Restfehler der Refraktion, Fehler in den Satellitenpositionen trotz Bahnverbesserung) zurückzuführen, die auch durch dieses spezielle Experiment nicht entsprechend eliminiert werden konnten.

Mit größerem praktischen Erfolg konnte das Konzept der Auswertung von Beobachtungsdifferenzen für die Problematik der Gerätekalibrierung umgesetzt werden (siehe Abschnitt 2.3.2.4.). Auf diesem Gebiet gesammelte Erfahrungen sind bei der Nutzung neuer Satellitensysteme sicherlich nützlich. Unter dem Aspekt gewisser Analogien bei neuen Satellitensystemen dürften auch die im nachfolgenden Abschnitt 5.2. dargestellten Untersuchungen zur Ausgleichung von Refraktions- und gerätetechnischen Parametern bei der Auswertung von Dopplermessungen zusätzlich interessant sein.

## 5.2. Die Anwendung von short-arc-Verfahren zur regionalen Netzbestimmung

### 5.2.1. Die Meßkampagnen WEDOC-1 und WEDOC-2 und Standard-Analyseergebnisse

Die Bestimmung regionaler Netze unter Nutzung des Dopplerverfahrens wird seit mehreren Jahren weltweit praktiziert. Bei derartigen Projekten werden für die Dauer von ein bis zwei Wochen parallel durch mehrere Empfänger entsprechende Messungen durchgeführt und durch die Anwendung von short-arc-Verfahren ausgewertet. Die Ausdehnung von so bestimmten Netzen reicht von einigen Dutzend Kilometern (vgl. SCHENKE 1984) bis zu kontinentalen Ausmaßen (siehe z. B. JONES 1984, BOUCHER u. a. 1981).

Im Rahmen der Dopplermesskampagnen WEDOC-1 und WEDOC-2 (WEDOC - West-East European Doppler Observation Campaign) erfolgten vom 17. 5. bis 27. 5. 1980 bzw. vom 6. 9. bis

Tab. 5.1: Nähere Angaben zu den Stationen der Dopplermesskampagne WEDOC-2 einschließlich der in Potsdam erhaltenen Ergebnisse der Koordinatenbestimmung bei der Standard-Auswertung. ( $N_D$ : Anzahl der ausgewerteten Durchgänge;  $N_M$ : Anzahl der Meßwerte;  $m_o$ : mittlere Bahnanpassung)

Station	Empfängertyp	$N_D$	$N_M$	$m_o$ [cm]	Koordinaten		
					X [m]	Y [m]	Z [m]
BLZ Blazajewko	JMR-4A	95	1469	8,2	3 744 066,29	1 152 657,04	5 016 558,41
BOR Borowiec	DOG-2	129	1802	7,8	3 738 367,15	1 148 159,25	5 021 817,81
BRS Brüssels	TRANET-2	81	1255	9,0	4 027 870,75	307 013,08	4 919 513,92
CGL Cagliari	MX-1502	66	737	12,6	4 893 398,23	772 650,78	4 004 166,89
DIO Dionysos	MX-1502	117	1806	7,6	4 595 225,19	2 039 457,70	3 912 614,47
EFF Effelsberg	MX-1502	137	2140	7,5	4 029 175,30	490 745,76	4 904 008,99
GRS Grasse	JMR-1A	114	1503	11,9	4 588 039,02	556 430,67	4 381 665,02
GRZ Graz	CMA-722B	142	2290	6,3	4 194 430,76	1 162 686,70	4 647 245,82
GRY Grybov	JMR-4A	118	1732	8,1	3 866 021,12	1 480 016,35	4 836 498,79
HMC Herstmonceux	MX-1502	133	2052	7,4	4 033 657,91	23 568,16	4 924 151,53
HON Honefoss	CMA-751	201	3097	6,4	3 132 542,51	566 391,46	5 508 613,16
HVR Hvar	MX-1502	130	1922	7,0	4 468 039,08	1 319 142,81	4 342 090,52
JOZ Jozefoslaw	JMR-4A	137	1908	9,5	3 664 943,22	1 409 122,72	5 009 582,14
KTW Kootwijk	CMA-761	107	1634	5,4	3 899 222,36	396 753,13	5 015 072,66
MAT Matera	MX-1502	120	1793	6,9	4 641 967,70	1 393 037,40	4 133 270,60
MER Merate	MX-1502	91	1240	8,9	4 401 787,22	730 943,34	4 542 762,56
MET Metsähövi	JMR-4A	100	1412	13,6	2 892 587,10	1 311 786,86	5 512 615,29
PNC Penc	JMR-1A	140	2178	6,4	4 052 455,65	1 417 626,64	4 701 412,42
PDM Potsdam	JMR-1A	97	1205	9,8	3 800 702,29	882 040,09	5 028 789,53
RIG Riga	CMA-722B	115	987	8,3	3 183 912,54	1 421 450,29	5 322 808,54
SFN San Fernando	TRANET-2	52	604	8,5	5 105 461,02	- 555 142,60	3 769 894,82
SIM Simeiz	MX-1502	103	1525	8,4	3 783 882,99	2 551 464,65	4 441 269,90
SOP Sopron	CMA-751	84	1332	6,2	4 123 988,33	1 226 071,48	4 693 248,37
TRS Trieste	MX-1502	55	889	6,9	4 336 753,76	1 071 249,36	4 537 904,77
WTZ Wettzell	CMA-722B	90	1439	6,1	4 075 539,74	931 806,09	4 801 608,54
ZMW Zimmerwald	MX-1502	148	2265	6,6	4 331 295,67	567 532,73	4 633 135,49

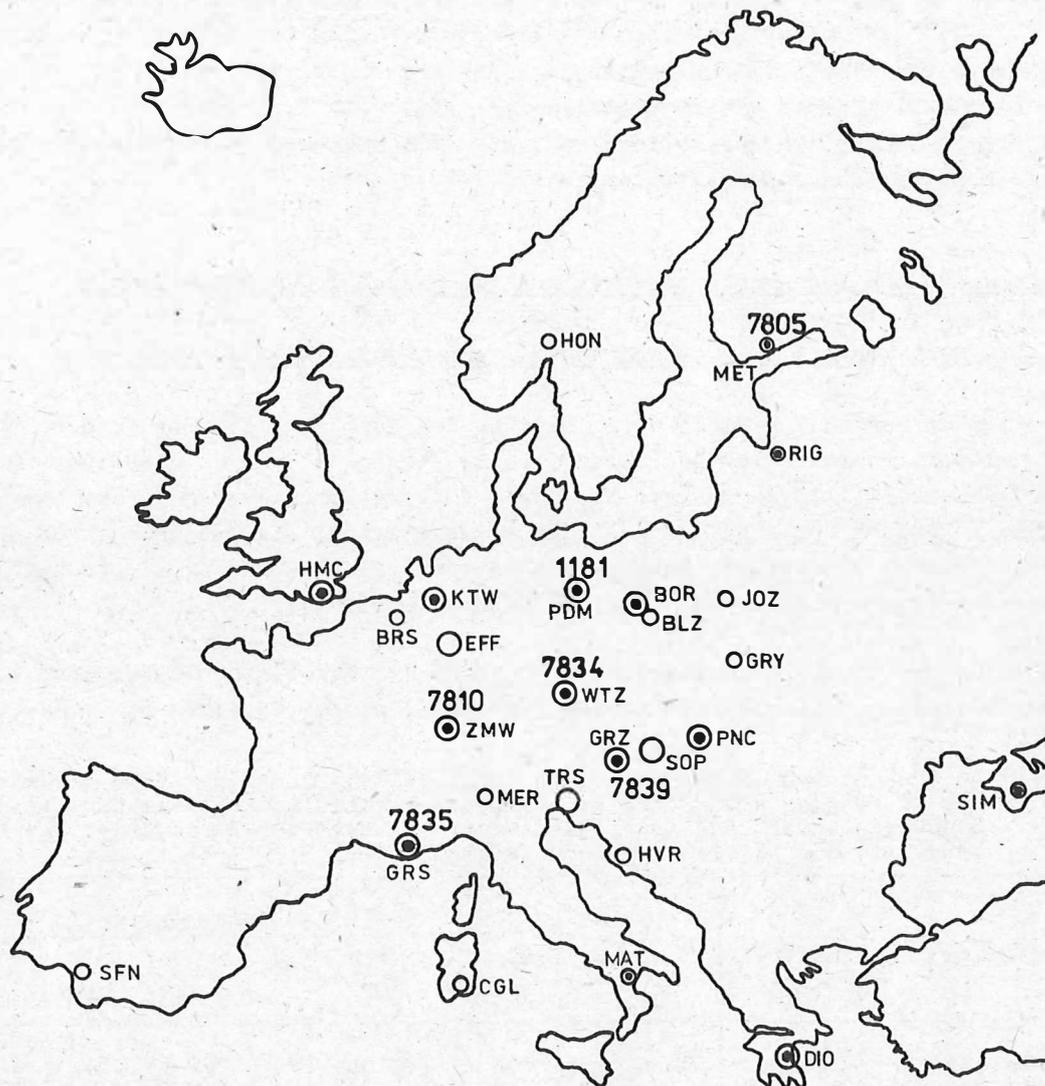


Abb. 5.1: Verteilung der Stationen, die an den Dopplermeßkampagnen WEDOC-1 und WEDOC-2 teilgenommen haben

○: Teilnahme an WEDOC-1 und WEDOC-2  
 ○: Teilnahme nur an WEDOC-2

•: Lasergerät

Stationen mit bekannter Relation Lasergerät-Dopplerempfänger sind zusätzlich durch die Stationsnummer aus der MERIT-Kampagne gekennzeichnet.

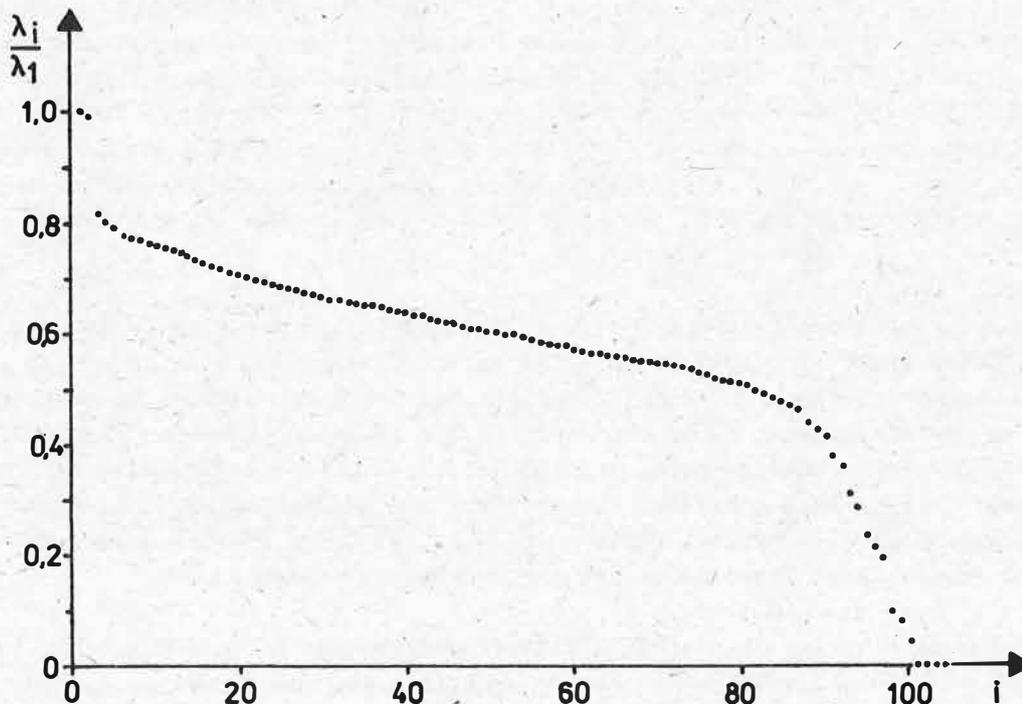
16. 9. 1983 auf 14 bzw. 26 Stationen, zu denen auch Potsdam gehörte, entsprechende Messungen. Ihre Verteilung in Europa geht aus Abb. 5.1 hervor, nähere Angaben zu den Stationen enthält Tab. 5.1. In dieser Tabelle sind auch die Ergebnisse der Koordinatenbestimmung, wie sie bei der Standard-Auswertung der Daten von WEDOC-2 erzielt wurden, dargestellt. Die Standard-Ergebnisse von WEDOC-1 sind bereits publiziert (DIETRICH 1984a). Die für die Standard-Auswertung von WEDOC-2 wesentlichen Kriterien der Datenauswahl und Parameterfestlegungen werden in Tab. 5.2 zusammengefaßt.

Wie aus Tab. 5.2 hervorgeht, wurden die Koordinaten und Uhrstände aller Stationen als Unbekannte in die Ausgleichung eingeführt. Das hat natürlich zur Folge, daß die Normalgleichungsmatrix einen Datumsdefekt aufweist. In Anbetracht der Tatsache, daß die

**Tab. 5.2:** Datenauswahl, wesentliche Modellkomponenten und Parameter bei der Standard-Variante der Dopplerauswertung

Minimaler Höhenwinkel der Meßwerte:	$h_M = 15^\circ$
Minimalzahl der Stationen pro Bahnbogen:	3
Minimalzahl von Meßwerten pro Durchgang:	6
Troposphärenkorrektur:	Gl. (2.77) von SAASTAMOINEN
Erdschwerefeldmodell:	GEM-L2 (bis Grad und Ordnung 10)
Parameter pro Station:	4 ( $R, \varphi, \lambda, \tau$ )
Parameter pro Bahnbogen:	6 (KEPLERSche Elemente)
Parameter pro Durchgang:	1 ( $\Delta f$ )
Regularisierungsparameter:	$\alpha = 10^{-5}$

Koordinaten des Rotationspols als bekannt eingeführt wurden, würde bei global verteilten Meßdaten und hinreichend langen Bahnbögen ein Datumsdefekt  $d = 2$  zu erwarten sein (vgl. Abschnitt 3.2.1.), da Länge und Uhrstand einer Station fixiert werden müßten. Bei der Einschränkung der Stationsverteilung auf eine Region und der kurzen Bahnbogenlänge von etwa  $1/5$  des Umlaufes tritt jedoch eine sehr starke Konditionsschwäche auch hinsichtlich der anderen Datumparameter (Translation und Rotation des Netzes) ein. Daher bietet sich hier eine Behandlung des Normalgleichungssystems, wie sie in Abschnitt 3.2.3. geschildert wurde, an. Die sich nach erfolgter Regularisierung ergebenden Werte der Spektralmatrix  $\Lambda$  (Gl. (3.26)) sind in Abb. 5.2 dargestellt. Hier zeigt sich, daß zusätzlich zu den beiden durch obige Überlegungen offensichtlichen kleinen Eigenwerten (Größenordnung durch die Regularisierung  $10^{-5}$ ) zwei weitere Eigenwerte sehr klein (Größenordnung  $10^{-3}$ ) und drei weitere unterhalb von  $10^{-1}$  liegen. Dieses Beispiel belegt,



**Abb. 5.2:** Werte der Spektralmatrix  $\Lambda$  der Normalgleichungsmatrix bei der Standard-Auswertung relativ zum größten Eigenwert

wie die Spektralmatrix einer Eigenwertzerlegung bei der Auswertung von Meßdaten zur vertieften Analyse der Normalgleichungsmatrix herangezogen werden kann.

Die Daten der Meßkampagnen WEDOC-1 und WEDOC-2 wurden auch durch das Kosmisch-Geodätische Observatorium in Penc (UVR) mit dem dort entwickelten Programm SADOSA (MIHALY 1983) sowie durch das Institut für Weltraumforschung in Graz (Österreich) mit dem Programm GEODOP ausgewertet. Charakteristika dieser Programme und ihrer Standards bei der Auswertung der WEDOC-Daten sind bei PESEC u. a. (1985) zusammengestellt. Als wesentliche Unterschiede zur in Potsdam erfolgten Auswertung sind die Darstellung der Satellitenbahn (POTSDAM-5: numerische Integration; SADOSA: TSCHEBYSCHEV-Polynome; GEODOP: Ansatz (2.33) nach KOUBA), die Formel für die Refraktionskorrektur (POTSDAM-5: Gl. (2.77) nach SAASTAMOINEN; SADOSA und GEODOP: Gl. (2.76) nach BLACK) sowie die Ausgleichung selbst zu nennen. In SOLVE erfolgt die Behebung des Rangdefektes und der Konditionsschwäche des Normalgleichungssystems über die Regularisierung nach Gl. (3.39). Bei SADOSA und GEODOP werden a-priori-Informationen über die gesuchten Parameter einbezogen, und einige Parameter (z. B. Frequenzdifferenz  $\Delta f$  in Gl. (3.19)) werden bereits bei vorgeschalteten Auswertungen bestimmt und bei der Bahn- und Koordinatenberechnung nicht mehr mit ausgeglichen.

Die Genauigkeit der Koordinaten läßt sich durch eine HELMERT-Transformation nach den Gleichungen (2.12), (2.90) und (2.91) gut bewerten. In Tab. 5.3 sind die Werte für die Standard-Ergebnisse der drei obengenannten Institutionen für die Kampagne WEDOC-2 dargestellt. Man erkennt, daß die mittleren Restklaffungen nach der Transformation etwa  $\pm 50 \dots 60$  cm betragen. Besonders fällt auf, daß Stationen, die am Rand des durch die Meßkampagne erfaßten Gebietes liegen (z. B. SFN, SIM), die größten Restklaffungen aufweisen.

Die Differenzen zwischen den Transformationsparametern belegen die bereits bei der Diskussion von Abb. 5.2 angesprochenen Instabilitäten bei der Festlegung der Datumsparameter für derartige short-arc-Auswertungen. Besonders bemerkenswert ist die Tatsache, daß das auch den Maßstab betrifft, obwohl die Dopplermessungen ja mit Hilfe der Wellenlänge in Streckendifferenzen umgewandelt und so im Modell verwendet werden. Wie aber die Untersuchungen zeigen, besteht eine sehr geringe Sensitivität der Bahnanpassung auf Verschiebungen der radialen Stationskomponenten, die bekanntlich ihrerseits bei der Ausgleichung der Stationskoordinaten im sphärischen System den Maßstab des Netzes bestimmen.

Die Möglichkeit einer unabhängigen Bewertung der Ergebnisse der Dopplermesskampagnen WEDOC-1 und WEDOC-2 ergab sich nun dadurch, daß an einer Reihe von Stationen auch Laserentfernungsmessungen erfolgten und damit für diese Stationen Koordinaten im Genauigkeitsbereich weniger Zentimeter vorhanden sind. Leider lagen nur für vier (WEDOC-1) bzw. sechs (WEDOC-2) Stationen entsprechende Angaben der Relation der instrumentellen Referenzpunkte Laser-Doppler analog zu Tab. 2.9 vor (STATION SUMMARY SHEETS der MERIT-Kampagne sowie STATION DESCRIPTIONS bei PESEC u. a. (1985)). Diese Stationen sind in Abb. 5.1 durch Angabe ihrer Nummern aus der MERIT-Kampagne hervorgehoben.

Die Dopplerlösungen wurden über eine HELMERT-Transformation mit der MERIT-Standardlösung des ZIPE verglichen, wobei diese Lösung praktisch als fehlerfrei anzusehen ist, da ihre Genauigkeit um etwa eine Größenordnung über der des Dopplerverfahrens liegt. Die Ergebnisse sind in Tab. 5.4 zusammengestellt. Es läßt sich einschätzen, daß mit dem Dopplerverfahren Genauigkeiten von  $\pm 0,3$  m für die Koordinatenbestimmung erreichbar sind.

Tab. 5.3: Parameter der HELMERT-Transformation zwischen den Koordinatensätzen der Programme POTSDAM-5 (Tab. 5.1), SADOSA und GEODOP (PESEC u. a. 1985) sowie Restklaffungen für die beteiligten Stationen.

$m_0$  : mittlerer Gewichtseinheitsfehler

$v_H, v_B, v_L$ : Höhen-, Breiten- und Längskomponente der Restklaffung

$m_p$  : Gesamtbetrag des Restklaffungsvektors

	POTSDAM-5 - SADOSA				POTSDAM-5 - GEODOP				SADOSA - GEODOP			
$m_0$ [cm]	$\pm 56,9$				$\pm 48,9$				$\pm 61,2$			
$\Delta X$ [cm]	$- 108 \pm 95$				$- 325 \pm 82$				$- 214 \pm 103$			
$\Delta Y$ [cm]	$- 308 \pm 113$				$+ 343 \pm 97$				$+ 651 \pm 122$			
$\Delta Z$ [cm]	$- 549 \pm 94$				$+ 659 \pm 81$				$+1212 \pm 102$			
$\mu$ [ $10^{-6}$ ]	$0,66 \pm 0,12$				$0,32 \pm 0,11$				$- 0,35 \pm 0,13$			
$\alpha$ [ $" \cdot 10^{-3}$ ]	$3 \pm 33$				$- 48 \pm 28$				$- 52 \pm 35$			
$\beta$ [ $" \cdot 10^{-3}$ ]	$1 \pm 35$				$- 13 \pm 30$				$- 14 \pm 38$			
$\gamma$ [ $" \cdot 10^{-3}$ ]	$72 \pm 31$				$+163 \pm 26$				$+235 \pm 33$			
Station	$v_H$ [cm]	$v_B$ [cm]	$v_L$ [cm]	$m_p$ [cm]	$v_H$ [cm]	$v_B$ [cm]	$v_L$ [cm]	$m_p$ [cm]	$v_H$ [cm]	$v_B$ [cm]	$v_L$ [cm]	$m_p$ [cm]
BLZ	- 1	11	36	37	-	-	-	-	-	-	-	-
BOR	-59	38	69	98	14	-18	- 2	22	72	-56	-72	116
BRS	5	34	-11	36	11	59	-11	61	6	24	- 1	25
CGL	-48	36	-107	123	7	-23	9	26	54	-59	115	14
DIO	-40	-16	-120	127	-26	-22	7	35	14	- 6	126	127
EFF	63	67	0	92	82	35	-45	100	20	-33	-46	60
GRS	82	-134	76	174	4	-10	-59	60	-77	123	-136	199
GRZ	-45	-55	-51	87	-36	14	- 4	39	9	-41	46	62
GRY	9	-23	-72	76	-10	12	-36	39	-19	34	34	52
HMC	66	36	-38	84	28	42	- 1	51	-38	5	36	52
HON	18	56	11	59	- 6	57	-34	67	-24	0	-46	52
HVR	31	8	- 5	33	- 9	49	- 7	50	-40	41	- 3	58
JOZ	-16	2	28	32	-58	-99	-107	156	-42	-101	-136	175
KTW	-34	21	1	39	5	20	-33	39	38	- 2	-35	52
MAT	-33	32	7	47	-47	-13	3	49	-14	-45	- 5	47
MER	46	-17	-66	82	101	-61	-26	121	55	-44	39	81
MET	0	-38	-89	97	-46	-21	56	75	-46	16	-36	61
PNC	47	1	-27	54	21	- 4	18	28	-26	- 5	43	50
PDM	23	15	65	70	50	-25	7	57	28	-41	-60	78
RIG	- 6	-27	24	37	-17	0	-17	24	-11	26	-44	52
SFN	-42	-176	207	275	-74	51	186	207	-31	226	-21	229
SIM	-15	17	-35	42	56	-77	108	144	70	-93	141	183
SOP	-10	-11	- 6	16	- 1	-19	0	19	9	- 8	4	13
TRS	64	20	18	69	38	9	9	40	-26	-11	-10	30
WTZ	-18	- 1	-40	44	0	19	-27	33	18	20	13	29
ZMW	-87	22	-16	91	-86	20	-49	101	1	- 2	-34	34
Mittel	$\pm 43$	$\pm 52$	$\pm 66$	94	$\pm 44$	$\pm 39$	$\pm 55$	81	$\pm 38$	$\pm 65$	$\pm 67$	101

**Tab. 5.4:** Ergebnisse der HELMERT-Transformation zwischen der Laser-Standardlösung des ZIPE und verschiedenen Dopplerlösungen der Kampagnen WEDOC-1 und WEDOC-2 für identische Stationen

$m_o$  : mittlerer Gewichtseinheitsfehler  
 $\mu$  : Maßstabsdifferenz  
 $m_H, m_B, m_L$  : mittlere Restklaffung in Höhe, Breite und Länge

**WEDOC-1:**

SADOSA : Lösung des SGO Penc/UVR (MIHALY 1982)  
 GEODOP : Lösung des Instituts für Kosmosforschung Graz/Österreich (RINNER und PESEC 1982)  
 POTSDAM-5: Lösung des ZIPE (DIETRICH 1984a)

**WEDOC-2:**

SADOSA : Lösung des SGO Penc/UVR  
 GEODOP : Lösung des Instituts für Kosmosforschung Graz/Österreich beide veröffentlicht in (PESEC u. a. 1985)  
 POTSDAM-5: Lösung des ZIPE (Standardvariante, Tab. 5.1)

Kampagne	Koordinatensätze	$m_o$ [cm]	$\mu$ [ $10^{-6}$ ]	$m_H$ [cm]	$m_B$ [cm]	$m_L$ [cm]
WEDOC-1 (4 Stationen: GRZ, PDM, WTZ, ZMW)	LASER - SADOSA	$\pm 27$	$3,41 \pm 0,42$	$\pm 13$	$\pm 12$	$\pm 25$
	LASER - GEODOP	$\pm 37$	$1,74 \pm 0,56$	$\pm 17$	$\pm 13$	$\pm 36$
	LASER - POTSDAM-5	$\pm 22$	$-1,51 \pm 0,33$	$\pm 13$	$\pm 18$	$\pm 10$
WEDOC-2 (6 Stationen: GRS, GRZ, MET, PDM, WTZ, ZMW)	LASER - SADOSA	$\pm 64$	$-0,78 \pm 0,37$	$\pm 36$	$\pm 60$	$\pm 52$
	LASER - GEODOP	$\pm 40$	$-0,54 \pm 0,23$	$\pm 41$	$\pm 24$	$\pm 27$
	LASER - POTSDAM-5	$\pm 29$	$-0,36 \pm 0,17$	$\pm 25$	$\pm 12$	$\pm 28$
	LASER - POTSDAM-5: $\Delta X = 5,15$ m; $\Delta Y = 0,92$ m; $\Delta Z = -1,68$ m; $\alpha = -0,025''$ ; $\beta = 0,198''$ ; $\gamma = -0,891''$					

Insbesondere bei größerer Netzausdehnung (WEDOC-2) zeigt sich die Überlegenheit eines dynamischen Bahnmodells (POTSDAM-5) im Vergleich zu einer Bahndarstellung durch TSCHÉ-BYSCHÉV-Polynome (SADOSA) recht deutlich.

Die Verknüpfung des regionalen Netzes aus Dopplermessungen mit der Globallösung nach dem Laserverfahren über eine HELMERT-Transformation ist aber nicht nur für die Genauigkeitsbewertung von Bedeutung. Vielmehr besteht hier auch die Möglichkeit, das Dopplernetz durch die Bestimmung der Transformationsparameter auf eine geozentrische, maßstabssichere Lösung beziehen zu können. Auf diese Weise transformiert, bilden die Stationskoordinaten von WEDOC-2 ein Netz, für das der Maßstab auf Bruchteile von  $10^{-6}$  und ein geozentrischer Bezug auf wenige Dezimeter genau gesichert sind.

### 5.2.2. Analyse von Teildatenmengen

Um zu einer detaillierten Einschätzung des Dopplerverfahrens zu gelangen, sollen in diesem und dem nachfolgenden Abschnitt noch einmal verschiedene Varianten der Analyse der Daten von WEDOC-2 diskutiert werden. Zur Bewertung der erhaltenen Ergebnisse sind die mittlere Bahnanpassung  $m_o$ , das sich aus der Ausgleichung ergebende Fehlermaß für

eine Ost-West orientierte Strecke (JOZ - PDM) und eine Nord-Süd orientierte Strecke (BOR - SOP) sowie Ergebnisse von HELMERT-Transformationen in den Tabellen enthalten. Bei den HELMERT-Transformationen wurden Vergleiche mit der Standard-Lösung (siehe Tab. 5.1 und 5.2), mit den sechs durch das Laserverfahren bestimmten Stationen (siehe Tab. 5.4) durchgeführt, für die neben den Werten für die mittleren Restklaffungen noch detailliert die entsprechenden Angaben für die Höhen-, Breiten- und Längskomponente sowie der Maßstabsfaktor angegeben sind. Zusätzlich sind für einen Vergleich mit den Lösungen von SADOSA und GEODOP die Werte für die mittleren Restklaffungen wiedergegeben.

In Tab. 5.5 sind die Ergebnisse mit variierten Datenmengen zusammengestellt. Der Standardvariante mit einer Verwendung aller Meßwerte über 15° Höhe folgen zwei Varianten mit anderen Mindesthöhenwinkeln. Man erkennt, daß bei einem Mindesthöhenwinkel von 8° etwa 25% mehr Daten ausgewertet werden können als im Standardfall, während sich bei einem Mindesthöhenwinkel von 20° die nutzbare Datenmenge im Vergleich zum Standard um etwa 25% reduziert. Datenumfang und geometrische Verhältnisse beeinflussen gemeinsam mit dem Wert von  $m_0$  die Fehlermaße für die Strecken. Allgemein kann festgestellt werden, daß Ost-West orientierte Strecken um etwa 30% größere Fehlermaße erhalten als Nord-Süd orientierte und daß die Fehlermaße erwartungsgemäß bei wachsender Datenmenge kleiner werden. Wie in Abschnitt 2.4.1.2. detailliert diskutiert wurde, können jedoch bei niedrigen Höhenwinkeln durch Effekte der troposphärischen Refraktion größere Modellfehler auftreten. Das macht ein Vergleich mit den als fehlerfrei anzusehenden Laser-Koordinaten über die HELMERT-Transformation deutlich. Hier zeigt die Lösung mit einem Mindesthöhenwinkel von 8° einen klaren Genauigkeitsabfall zur Standardlösung, während die Variante mit einem Mindesthöhenwinkel von 20° gegenüber dem Standard kaum abfällt. Im Vergleich zu den Lösungen von SADOSA und GEODOP zeigt letztere Variante sogar den kleinsten Wert für die mittleren Restklaffungen. Wie bereits bei den Genauigkeitsmaßen für die Strecken wird auch bei den mittleren Restklaffungen der HELMERT-Transformation mit der Laser-Lösung deutlich, daß die Breitenkomponenten der Stationskoordinaten genauer bestimmt sind als die Längskomponenten.

In den Zeilen 4 bis 7 wird die Konvergenz der Lösung dargestellt. Im Vergleich zur Laser-Lösung zeigt sich, daß nach 150 Bahnbögen bereits eine Genauigkeit erreicht ist, die durch die nächsten 100 Bögen nicht mehr verbessert wird. Daraus kann die Schlußfolgerung gezogen werden, daß systematisch wirkende Modellfehler die Genauigkeitsleistung des Verfahrens auf das Niveau von etwa drei Dezimetern begrenzen, so daß eine über 150 Durchgänge hinausgehende Datenakkumulation kaum noch genauigkeitssteigernd wirkt.

In den Zeilen 8 bis 12 sind die Ergebnisse für die fünf verwendeten Satelliten angegeben. Bei der mittleren Bahnanpassung zeigen sich nur geringe Unterschiede. Größere Differenzen treten bei den mittleren Restklaffungen der HELMERT-Transformationen auf. Interessant ist die Tatsache, daß der Satellit 48 als einziger des NOVA-Typs (vgl. Abschnitt 2.3.2.2.) bei der HELMERT-Transformation mit der Laser-Lösung den größten Wert aufweist. Andererseits besitzt Satellit 19 beim Vergleich mit den anderen drei Koordinatenlösungen die größten mittleren Restklaffungen. Im übrigen können die fünf Lösungen für die einzelnen Satelliten die in Zeile 4 dargestellten Ergebnisse in dem Sinne ergänzen, daß hier fünf unabhängige entsprechende Auswertungen mit je etwa 50 Bahnbögen vorliegen.

In den Zeilen 13 und 14 sind die erhaltenen Daten in Nachtmessungen und Tagmessungen unterteilt. Wie in Abschnitt 2.4.2. erwähnt, ist während der Nacht eine geringere ionosphärische Refraktion zu erwarten als am Tage. Beim vorliegenden Datenmaterial

**Tab. 5.5:** Ergebnisse bei der Auswertung von WEDOC-2 mit Teildatenmengen  
 Ausgleichung:  $m_o$ : mittlere Bahnanpassung;  $m_{OW}$ ,  $m_{NS}$ : mittlerer Fehler einer Ost-West (JOZ-PDM) und einer Nord-Süd (BOR-SOP) orientierten Strecke;  $N_B$ ,  $N_D$ ,  $N_M$ ,  $N_U$ : Anzahl der Bahnbögen, Durchgänge, Meßwerte und Unbekannten  
 HELMERT-Transformation:  $m_o$ : mittlerer Gewichtseinheitsfehler;  $m_H$ ,  $m_B$ ,  $m_L$ : mittlere Restklaffungen in Höhe, Breite und Länge;  $\mu$ : Maßstabsdifferenz; S, G: Lösung von SADOSA bzw. GEODOP  
 Zeile 15: Stationen GRS, GRZ, MET, PDM, WTZ, ZMW  
 Zeile 16: Stationen GRS, GRZ, MET, PDM, WTZ, ZMW, CGL, DIO, HMC, HON, SFN, SIM  
 Zeile 17: Stationen GRS, GRZ, MET, PDM, WTZ, ZMW, BOR, HON, KTW, MER, PNC, RIG

Nr.	Veränderung zum Standard	Ausgleichung							HELMERT-Transformation											
		$m_o$ [cm]	$m_{OW}$ [cm]	$m_{NS}$ [cm]	$N_B$	$N_D$	$N_M$	$N_U$	mit Standard					mit Laser					S	G
									$m_o$ [cm]	$m_H$ [cm]	$m_B$ [cm]	$m_L$ [cm]	$\mu$ [10 <sup>-6</sup> ]	$m_o$ [cm]	$m_H$ [cm]	$m_B$ [cm]	$m_L$ [cm]	$\mu$ [10 <sup>-6</sup> ]		
1	Standard	8,4	12,5	9,4	250	2902	42216	4506	0,0	0,0	0,0	0,0	0,00	29,3	24,9	12,0	28,4	-0,35	57,0	48,8
2	$h_M = 8^\circ$	8,9	10,9	8,7	249	3030	54979	4628	17,1	16,8	9,8	20,5	0,02	42,0	36,3	13,0	41,8	-0,34	65,8	58,7
3	$h_M = 20^\circ$	8,4	15,3	10,8	250	2430	31072	4034	17,3	17,9	15,1	16,5	-0,23	31,3	28,1	19,7	24,8	-0,55	52,5	47,3
4	erste 50 Bögen	8,1	25,4	20,5	50	637	9628	991	33,0	26,8	18,5	43,8	-0,44	53,1	20,2	17,2	66,8	0,04	66,2	48,5
5	erste 100 Bögen	8,4	20,6	18,1	100	1172	16984	1876	22,3	23,3	19,7	20,6	-0,31	34,8	19,5	19,8	38,1	-0,06	62,6	50,8
6	erste 150 Bögen	8,6	17,1	13,5	150	1776	25577	2780	14,6	15,3	15,1	10,9	-0,20	28,5	22,9	14,7	27,3	-0,20	58,7	51,9
7	erste 200 Bögen	8,5	15,5	11,2	200	2302	33423	3606	9,4	9,6	10,4	6,5	-0,12	30,6	25,6	13,0	29,9	-0,22	57,2	50,1
8	Satellit 13	8,6	33,8	23,6	46	559	7658	939	27,6	24,7	32,4	20,4	-0,41	43,2	23,2	40,3	35,4	-0,65	63,4	56,4
9	Satellit 14	8,5	27,1	23,3	52	584	8758	1000	27,8	22,2	23,2	32,9	0,01	42,6	20,5	17,3	51,0	-0,22	60,2	53,4
10	Satellit 19	7,8	29,0	23,6	50	558	8172	962	57,9	45,1	47,5	69,7	0,30	42,7	24,1	41,2	32,6	-0,08	96,7	86,3
11	Satellit 20	8,3	24,7	23,4	48	664	7142	1056	24,3	20,0	24,7	24,7	0,12	46,0	29,3	45,7	30,5	-0,12	54,3	45,7
12	Satellit 48	8,0	28,7	16,9	54	637	10486	1065	31,8	22,1	29,5	37,4	1,13	53,8	36,1	49,3	29,9	0,46	73,5	66,5
13	nur Nachtmessungen	8,0	16,2	13,0	126	1454	21306	2314	18,3	14,6	15,6	21,5	0,23	35,6	26,4	22,5	33,4	-0,16	55,7	49,3
14	nur Tagmessungen	8,7	19,2	13,6	124	1448	20910	2296	20,2	14,1	18,5	24,0	0,06	36,1	25,6	25,4	32,9	-0,38	64,8	57,1
15	nur 6 Stationen	8,0	-	-	250	691	10114	2295	10,4	6,3	5,5	11,3	0,04	28,5	22,9	11,8	28,7	-0,39	71,3	37,9
16	nur 12 Stationen	8,6	-	-	250	1363	19935	2967	9,3	4,0	10,3	9,3	0,07	30,3	24,6	14,6	29,5	-0,45	67,1	39,2
17	nur 12 Stationen	8,1	-	12,1	250	1474	21052	3078	5,9	3,2	7,0	4,8	0,02	30,2	26,0	12,7	28,9	-0,37	51,9	36,6

drückt sich das allerdings nur im Wert für die mittlere Bahnanpassung aus. Der Unterschied der erhaltenen Genauigkeit im Vergleich mit der Laser-Lösung läßt für WEDOC-2 den Schluß zu, daß offensichtlich systematische, auf Restfehler der ionosphärischen Refraktion zurückzuführende Einflüsse bei Nachtmessungen nicht geringer waren als bei Tagmessungen.

In den Zeilen 15 bis 17 ist schließlich die Anzahl der einbezogenen Stationen variiert worden. Dabei sind in Zeile 15 nur die sechs Stationen genutzt worden, deren Koordinaten auch aus Lasermessungen bekannt sind, in Zeile 16 sind zu diesen sechs weitere sechs hinzugekommen, die an der äußeren Grenze des überdeckten Gebietes, in Zeile 17 sechs andere, die im Zentrum des überdeckten Gebietes liegen. Im Vergleich mit den Koordinaten der Laser-Lösung zeigt sich, daß die Bearbeitung der sechs Stationen allein bereits die optimale Genauigkeit liefert, die Einbeziehung weiterer Stationen führt für diese sechs Stationen zu keiner Genauigkeitssteigerung.

Abschließend kann anhand von Tab. 5.5 auch die Relation zwischen inneren Genauigkeitsmaßen (hier repräsentiert durch die Fehlermaße  $m_{OW}$  und  $m_{NS}$ ) und äußerer Genauigkeit (HELMERT-Transformation mit der Laser-Lösung - Werte  $m_B$  und  $m_L$ ) eingeschätzt werden. Danach ergibt sich für die short-arc-Auswertung von Dopplermessungen, daß die äußere Genauigkeit etwa um den Faktor 2 größer ist als die durch die Ausgleichung berechneten Fehlermaße.

### 5.2.3. Untersuchungen mit variierten Parameteransätzen

Bei der Auswertung von Dopplermessungen kann man neben der Auswahl der Meßdaten auch die Ansätze für die auszugleichenden Parameter in verschiedenster Weise variieren und so zu vertieften Aussagen gelangen. Einige Beispiele dafür, bei denen teilweise zusätzlich noch der Mindesthöhenwinkel der verwendeten Meßwerte verändert wurde, sind in Tab. 5.6 zusammengestellt, wobei der Aufbau der Tabelle dem von Tab. 5.5 entspricht.

Wie im vorangegangenen Abschnitt diskutiert wurde, besteht eine Möglichkeit zur Ausschaltung von Modellfehlern wegen troposphärischer Refraktion darin, den Mindesthöhenwinkel für die verwendeten Daten heraufzusetzen. Eine zweite Möglichkeit besteht in der zusätzlichen Ausgleichung eines Maßstabsfaktors für die troposphärische Refraktionskorrektur  $k$  nach Gl. (3.18). So ist in den Zeilen 1 bis 6 dieser Faktor für die drei Varianten mit den verschiedenen Mindesthöhenwinkeln einmal als ein Parameter für jede Station, zum anderen als für jeden Durchgang freier Parameter zusätzlich ausgeglichen worden. Es zeigt sich, daß bei der stationsweisen Bestimmung von  $k$  (sie führte zu Änderungen des Betrages der Refraktionskorrektur bis maximal 4%) die mittlere Bahnanpassung und die Genauigkeitsmaße für die Strecken im Vergleich zu Tab. 5.5, Zeile 1 bis 3, kaum verändert sind. Die HELMERT-Transformation mit der Standard-Lösung zeigt, daß dominierend die radialen Komponenten der Stationskoordinaten beeinflußt sind. Der Vergleich mit der Laser-Lösung weist sowohl bei einem Mindesthöhenwinkel von  $15^\circ$  als auch von  $8^\circ$  eine gegenüber Tab. 5.5 verbesserte Genauigkeit aus, während sie beim Mindesthöhenwinkel von  $20^\circ$  verschlechtert ist. Die Bestimmung von  $k$  für jeden Durchgang liefert nur beim Mindesthöhenwinkel von  $8^\circ$  im Vergleich mit der Laser-Lösung kleinere Fehlermaße als die stationsweise Bestimmung von  $k$ . Besonders hinzuweisen ist bei der Bestimmung von  $k$  für jeden Durchgang auf das Wachsen des Fehlermaßes für die Ost-West orientierte Strecke - eine Auswirkung der wachsenden Instabilität des Normalgleichungssystems. Denn es werden im Vergleich zum Standard mehrere Tausend Unbekannte mehr bestimmt!

Tab. 5.6: Ergebnisse bei der Auswertung von WEDOC-2 mit variierten Parameteransätzen (verwendete Symbolik entspr. Tab. 5.5)

Nr.	Veränderung zum Standard	Ausgleichung							HELMERT-Transformation											
		$m_o$ [cm]	$m_{OW}$ [cm]	$m_{NS}$ [cm]	$N_B$	$N_D$	$N_M$	$N_U$	mit Standard					mit Laser					S	G
									$m_o$ [cm]	$m_H$ [cm]	$m_B$ [cm]	$m_L$ [cm]	$\mathcal{M}$ [10 <sup>-6</sup> ]	$m_o$ [cm]	$m_H$ [cm]	$m_B$ [cm]	$m_L$ [cm]	$\mathcal{M}$ [10 <sup>-6</sup> ]		
1	Refraktionsparam. k pro Station	8,4	12,6	9,5	250	2902	42216	4532	19,5	31,7	2,8	5,0	0,04	27,9	19,0	13,1	29,9	-0,37	57,4	49,0
2	k pro Durchgang	7,7	22,5	9,7	250	2902	42216	7408	23,9	27,3	12,5	25,7	0,18	29,7	22,8	17,7	28,0	-0,56	53,7	48,2
3	$h_M=8^\circ$ , k pro Station	8,8	10,9	8,8	249	3030	54979	4732	17,4	23,0	8,8	14,8	0,09	32,9	17,1	10,4	39,8	-0,18	59,5	49,5
4	$h_M=8^\circ$ , k pro Durchgang	8,0	15,2	9,1	249	3030	54979	7658	22,2	25,9	13,0	22,5	0,16	25,0	14,6	15,6	26,3	0,01	56,6	46,2
5	$h_M=20^\circ$ , k pro Station	8,4	15,5	10,9	250	2430	31072	4138	28,2	42,3	12,7	15,0	-0,17	35,4	33,8	22,0	25,9	-0,52	57,0	48,5
6	$h_M=20^\circ$ , k pro Durchgang	7,7	33,5	11,0	250	2430	31072	6464	40,3	38,5	24,6	48,6	-0,29	45,7	25,2	25,1	50,5	-0,78	66,3	56,7
7	$h_M=8^\circ$ , k pro Station BLACKs Formel	8,8	10,9	8,7	249	3030	54979	4732	17,1	22,1	9,3	14,9	0,09	33,4	17,0	11,2	40,4	-0,17	59,3	49,6
8	$h_M=8^\circ$ , k pro Durchg. BLACKs Formel	8,0	15,1	9,0	249	3030	54979	7658	20,9	24,4	12,2	21,3	0,15	25,3	14,1	16,4	26,9	0,03	56,0	46,4
9	$\Delta f$ pro Station	8,4	12,6	9,5	250	2902	42216	4532	23,8	39,0	2,8	4,4	0,02	27,4	17,9	13,6	29,5	-0,34	58,6	49,5
10	$\Delta f$ pro Durchgang	7,6	26,3	9,7	250	2902	42216	7408	30,3	35,7	14,9	31,8	0,13	33,5	20,6	18,3	36,1	-0,49	55,4	50,1
11	k pro Durchgang, $\Delta f$ pro Station	7,7	22,6	9,8	250	2902	42216	7434	32,8	47,4	8,8	24,6	0,14	31,6	27,0	18,6	27,5	-0,57	61,2	50,0
12	$\tau$ nicht bestimmt	9,5	14,0	10,3	250	2902	42216	4480	14,2	6,5	18,4	13,1	0,09	37,3	23,2	22,6	38,7	-0,13	55,5	51,3
13	$\tau$ pro Durchgang	7,5	13,1	65,7	250	2902	42216	7382	170	34,4	259	104	-0,80	160	45,7	196	81,7	2,56	180	184
14	5 BE ( $\omega, \Omega, i, M, n$ )	8,6	12,5	9,5	250	2902	42216	4256	8,7	8,6	6,2	9,7	-0,01	30,2	25,5	13,0	29,3	-0,38	58,1	48,5
15	4 BE ( $\Omega, i, M, n$ )	9,2	13,2	10,1	250	2902	42216	4006	11,8	13,0	10,9	9,8	0,07	31,3	26,5	14,6	29,6	-0,37	58,8	48,8
16	3 BE ( $\Omega, M, n$ )	9,7	13,7	10,6	250	2902	42216	3756	16,7	14,5	20,0	12,4	0,04	34,0	29,1	14,9	32,5	-0,45	59,0	52,3
17	3 BE ( $\Omega, i, M$ )	13,0	18,0	14,3	250	2902	42216	3756	28,5	27,3	25,7	28,5	0,06	32,2	29,1	19,7	25,9	-0,60	61,2	52,4
18	2 BE ( $M, n$ )	11,5	15,9	12,6	250	2902	42216	3506	20,2	13,8	16,4	25,6	0,02	37,4	24,0	13,0	42,7	-0,43	58,3	49,1
19	2 BE ( $\Omega, M$ )	13,9	19,2	15,2	250	2902	42216	3506	27,3	29,7	20,2	27,2	-0,07	32,9	30,0	10,5	31,2	-0,36	62,6	57,6
20	1 BE ( $M$ )	20,5	27,5	22,3	250	2902	42216	3256	45,7	37,8	21,2	61,9	-0,10	64,5	47,0	9,0	73,1	-0,28	70,0	63,0

Die Verwendung der Refraktionsformel von BLACK anstelle des SAASTAMOINEN-Modells führt, wie die Zeilen 7 und 8 im Vergleich zu den Zeilen 3 und 4 belegen, nur zu geringfügigen Differenzen, wobei das Modell von BLACK im Vergleich mit der Laser-Lösung etwas größere Abweichungen aufweist als das SAASTAMOINEN-Modell.

Wird pro Station zusätzlich der Parameter  $\Delta f$  nach Gl. (3.20) bestimmt (Zeile 9), so wird im Vergleich zur Standard-Variante, wie die HELMERT-Transformation zeigt, in herausragendem Maße ebenfalls die radiale Komponente der Stationspositionen verändert. Der Vergleich mit der Laser-Lösung weist eine höhere Genauigkeit als die Standard-Variante aus. Eine Bestimmung von  $\Delta f$  für jeden Durchgang (Zeile 10) führt zwar zu einer besseren mittleren Bahnanpassung, die Genauigkeit der Koordinaten ist im Vergleich zur Laser-Lösung jedoch schlechter. Die Instabilität auch dieser Lösung zeigt sich im relativ großen Fehlermaß für die Ost-West orientierte Strecke. In Zeile 11 erfolgt eine Kombination der in Zeile 2 und 9 zusätzlich bestimmten Parameter. Jede der beiden Varianten hatte für sich zu einer besseren Übereinstimmung mit der Laser-Lösung als die Standard-Variante geführt. Zeile 11 läßt erkennen, daß die Kombination beider Varianten zu keiner Verbesserung führt, ein Beleg dafür, daß zu viele auszugleichende Parameter, insbesondere wenn ihre Bestimmung relativ unsicher ist, die Genauigkeit der letztlich interessierenden Größen nicht immer positiv beeinflussen.

Wird keine Uhrstandskorrektur  $\tau$  bestimmt (Zeile 12), so erhöht sich dadurch der Wert für die mittlere Bahnanpassung um mehr als einen Zentimeter. Da jedoch im Datenmaterial 124 Nord-Süd und 126 Süd-Nord verlaufende Bahnbögen enthalten sind, heben sich die Einflüsse der unterschiedlichen empfangnerinternen Signallaufzeiten bei der Koordinatenbestimmung weitgehend heraus, wie die Ergebnisse der HELMERT-Transformationen zeigen. Eine durchgangsweise bestimmte Uhrstandskorrektur  $\tau$  führt zu einer Instabilität der Koordinatenbestimmung insbesondere in der Breitenkomponente, die ja nahezu mit der Längskomponente der verwendeten Satellitenbahnen identisch ist. Die gegenüber dem Standard auf  $\pm 7,5$  cm verbesserte Bahnanpassung bestätigt andererseits, daß offensichtlich die Größe  $\tau$  für jede Station keine Konstante ist, wie auch durch die Untersuchungen im Abschnitt 2.3.2.4. belegt wurde. Stationen mit bei dieser Variante überdurchschnittlich verbesserter Bahnanpassung sind daher solche, bei denen besonders große Streuungen der geräteinternen Signallaufzeit auftreten. Zu diesen Stationen mit einer Verbesserung der Bahnanpassung um mehr als 1 cm im Vergleich zum Standard gehören BOR, GRS, HON, PDM und SIM, wobei ein Blick auf Tab. 5.1 zeigt, daß hier nahezu alle Empfängertypen vertreten sind.

In den Zeilen 14 bis 20 sind schließlich Ergebnisse zusammengestellt, bei denen weniger als sechs KEPLERSche Bahnelemente bestimmt wurden. Erwartungsgemäß zeigt sich ein wachsender Genauigkeitsabfall bei einer entsprechenden Reduktion der Anzahl der Bahnelemente. Insbesondere der Vergleich mit den Laser-Ergebnissen zeigt jedoch, daß bis hin zu nur zwei Bahnelementen der Genauigkeitsabfall im Vergleich zur Standard-Variante nicht größer als etwa 20% ist. Diese Ergebnisse spiegeln noch einmal den bereits in Abschnitt 5.2.1. im Zusammenhang mit der Festlegung des Datums diskutierten Sachverhalt wider, daß bei short-arc-Verfahren die Bahnbestimmung auf ein schlecht konditioniertes Normalgleichungssystem führt und zwischen den Bahnelementen starke Korrelationen auftreten. Bereits WOLF (1970) hat auf diese Problematik hingewiesen.

Insgesamt kann aus den in Tab. 5.6 dargestellten Ergebnissen die Schlußfolgerung gezogen werden, daß gegenüber der in Tab. 5.2 als Standard deklarierten Auswertevariante noch eine Genauigkeitssteigerung möglich ist. Das betrifft vor allem die Nutzung von Daten ab einem Mindesthöhenwinkel von  $8^\circ$  bei gleichzeitiger Bestimmung eines Maßstabsfak-

tors der troposphärischen Refraktionskorrektur für jeden Durchgang. Eine leichte Genauigkeitssteigerung ergibt sich auch, wenn  $\Delta f$  für jede Station zusätzlich bestimmt wird. Die Untersuchungen zeigen weiter, daß die hier noch einmal angesprochenen Varianten insbesondere die radiale Komponente der Stationskoordinaten beeinflussen.

## 6. Die Koordinatenbestimmung der Satellitengeodäsie im Konzept breiterer Problemstellungen

### 6.1. Das globale terrestrische Bezugssystem als eine Grundlage für Forschungen zur planetaren Dynamik, für die Aufgaben der Geodäsie und Navigation

Bereits jetzt sind in Auswertung von Laserentfernungsmessungen zum Satelliten LAGEOS globale, auf das Geozentrum bezogene Koordinatensätze mit einer Genauigkeit im Bereich weniger Zentimeter ( $\approx 10^{-8}$ ) praktisch bestimmt worden. Daraus leitet sich die Aufgabe ab, für alle Zielstellungen und Nutzer ständig einen aktuellen, den Ansprüchen genügenden Koordinatensatz zur Verfügung zu stellen. Zweifellos wäre es sehr zweckmäßig, sich auf den einheitlichen Gebrauch eines entsprechenden Datensatzes zu einigen, wie es in der internationalen Diskussion (vgl. Abschnitt 2.1.1.) auch angestrebt wird.

Die Schaffung eines derartigen einheitlichen Koordinatensatzes schließt eine Reihe praktischer Fragen ein. So wird es günstig sein, die Anzahl der das globale System realisierenden Stationen auf ein überschaubares Maß zu begrenzen. Die Anzahl der in der MERIT-Kampagne beteiligten Stationen (etwa 30) könnte bereits die Größenordnung angeben, STANGE (1981) nennt eine Zahl von 40 bis 50. Eine Ergänzung der an der MERIT-Kampagne beteiligten durch weitere Stationen sollte vor allem unter dem Gesichtspunkt einer Verbesserung der globalen Verteilung erfolgen. Neu hinzugekommene Stationen sollten erst dann in den Katalog der Stationskoordinaten einbezogen werden, wenn ihre Koordinaten durch eine hinreichend lange Meßperiode stabil bestimmt sind. Hier schließt sich auch die Frage an, wann man, beispielsweise aufgrund der Auswertung hinzugekommener Meßdaten, eine Veränderung aller Stationskoordinaten im Sinne einer Genauigkeitssteigerung vornehmen bzw. wie lange man zweckmäßigerweise mit festen Werten arbeiten sollte.

Ein besonderer Aspekt ergibt sich durch die auftretenden Deformationen des Bezugssystems. Tektonisch bedingte Bewegungen, die langfristig eine Änderung der inneren Geometrie des globalen Netzes bewirken, müssen in parametrisierter Form Bestandteil des Kataloges der Stationskoordinaten sein. Bei zeitlich konstanten Deformationen könnten den auf eine Epoche bezogenen Stationskoordinaten entsprechende Werte der Bewegungsgeschwindigkeiten hinzugefügt werden, so daß die Handhabung eines derartigen Kataloges in ähnlicher Weise erfolgen kann wie die Arbeit mit den Fixsternkatalogen. Die Verträglichkeit der tatsächlichen Deformationen mit einem linearen Ansatz müßte ebenso am Datenmaterial geprüft werden wie die Übereinstimmung mit plattenkinematischen Modellen. Die Behebung des auftretenden Rangdefektes bei der Einbeziehung von Deformationen müßte auf sinnvolle Weise, z. B. durch den bestmöglichen Bezug auf die "hot spots" oder aber durch die Minimierung der Quadratsumme der Bewegungsbeträge (vgl. Abschnitt 2.1.3.1.) erfolgen.

Die durch die permanente Analyse der Daten eines derartigen globalen Stationsnetzes erhaltenen Angaben über auftretende Deformationen sind andererseits von grundlegender geowissenschaftlicher, aber - beispielsweise als zusätzliche Information bei der Bewertung des seismischen Risikos - auch von eminenter praktischer Bedeutung. Die erreichten

hohen Genauigkeiten der Satellitengeodäsie bilden aber nicht nur die Voraussetzung zur Analyse globaler oder regionaler, tektonisch bedingter Bewegungsvorgänge und der damit möglichen Präzisierung komplexer geophysikalischer Modelle. Inzwischen ist auch die Analyse periodischer, durch die Gezeitenwirkung hervorgerufener Deformationen der festen Erde in den Blickpunkt der satellitengeodätischen Forschung gerückt (vgl. GENDT und DIETRICH 1985, CHRISTODOULIDIS u. a. 1985a). Damit wird es in zunehmendem Maße auch möglich, mit Verfahren der Satellitengeodäsie theoretisch abgeleitete Erdmodelle (z. B. WAHR 1981) zu überprüfen. Daß bei der Präzisierung derartiger Modellvorstellungen oder -parameter die Satellitengeodäsie nur eine Komponente im Komplex geodätisch-geophysikalischer Meßverfahren und Analysemethoden darstellt, sollte dabei natürlich gesehen werden. Aus diesem Grund ist es zweckmäßig, daß die das globale terrestrische Bezugssystem bildenden Stationen den Charakter geodynamischer Observatorien mit möglichst vielseitiger Meßtechnik tragen (vgl. STANGE 1981, MONTAG 1981), wie das auch bei der Station Potsdam der Fall ist (KAUTZLEBEN 1982b).

Eine besondere Bedeutung erlangt das globale terrestrische Bezugssystem im Zusammenhang mit der Schaffung neuer Dienste zur Bestimmung von Erdrotationsparametern auf der Grundlage kosmisch-geodätischer Verfahren (siehe z. B. MONTAG 1986). Die Polkoordinaten werden in diesem Bezugssystem dargestellt, und Widersprüche bzw. Restfehler in den Stationskoordinaten werden sich bei der Bestimmung der Polkoordinaten als zusätzlicher Beitrag zu deren Fehlerhaushalt bemerkbar machen. Hier kann eine über das Minimum hinausgehende Stationszahl dafür sorgen, den Einfluß zufälliger Fehler der Stationskoordinaten auf die Polkoordinaten durch einen gewissen Mittelungseffekt zu verringern.

Während die Bestimmung periodischer Anteile der Polbewegung durch das Problem der Deformation des terrestrischen Bezugssystems kaum beeinflusst wird, sind Aussagen zum säkularen Anteil der Polbewegung direkt mit diesen Deformationen und ihrer Berücksichtigung im Modell verknüpft (vgl. SOLER 1977). Andererseits ist die Analyse säkularer Polbewegungen, beispielsweise als Folge der pleistozänen Vereisung und der damit verbundenen Massenumverteilungen sowohl in der Hydrosphäre als auch im Erdmantel, von großem Interesse. Denn hier besteht die Möglichkeit, Modellvorstellungen zu überprüfen, die einerseits Eismächtigkeiten, Vereisungsdauern und Meeresspiegelschwankungen, andererseits die im oberen Erdmantel ablaufenden isostatischen Ausgleichsvorgänge einschließlich der Bestimmung von Viskositätsparametern betreffen (siehe z. B. DICKMAN 1979, NAKIBOGLU und LAMBECK 1980). Die Werte der säkularen Polbewegung hängen vom gewählten Modell der tektonischen Bewegungen ab. Die entsprechenden Effekte liegen in der Größenordnung von  $1'' \cdot 10^{-3}$  pro Jahr, wie sich sowohl für den im 4. Abschnitt für die Simulationsuntersuchungen verwendeten Koordinatensatz als auch bei der Nutzung realer Daten (TAPLEY u. a. 1985) zeigte.

Eine besondere Bedeutung kommt der Satellitengeodäsie bei der Bestimmung globaler Modelle des Erdschwerefeldes zu. Generell können Schwerfeldparameter als zusätzliche Größen beispielsweise bei einer dynamischen Auswertung von Laserentfernungsmessungen zum Satelliten LAGEOS bestimmt werden. Besser geeignet für die Bestimmung von Schwerfeldparametern sind jedoch die Bahnanalyse niedrigfliegender Satelliten, die Auswertung von Messungen zwischen Satelliten (engl. satellite-to-satellite tracking), Gradiometermessungen und die Satellitenaltimetrie. Bei der Lösung dieser Problemstellungen ist es für die Qualität der Ergebnisse von Wert, auf Stationskoordinaten höchster Genauigkeit, die a priori bekannt sind, zurückgreifen zu können.

Stationskoordinaten in einem globalen, auf das Geozentrum bezogenen Koordinatensystem können bei Vorhandensein identischer Stationen dazu dienen, für regionale Netze, die mit Verfahren der Satellitengeodäsie oder durch klassische Verfahren bestimmt werden, die entsprechenden Datumparameter zu bestimmen. Damit ist es möglich, alle regionalen Netze auf ein einheitliches System zu beziehen. Die Vorteile dieser Vereinheitlichung auch bei praktischen Aufgaben sind offensichtlich.

Ein spezieller Aspekt dieses Sachverhaltes, nämlich die Nutzung der globalen Koordinaten zur Schaffung eines einheitlichen Höhensystems, soll näher diskutiert werden. Bisher wurde durch Pegelmessungen die Bezugsgrundlage für die Höhensysteme geschaffen, und die durch den Begriff Meerestopographie bekannte Abweichung derartiger Pegelnullpunkte vom Geoid, deren Unsicherheit in der Größenordnung von bis zu einem Meter liegt, führt zu entsprechenden Widersprüchen, die bei kontinentalen Nivellements mit Pegelanschlüssen an verschiedenen Küsten auftreten. Durch den Effekt der Meerestopographie sind auch die Höhensysteme verschiedener Kontinente nicht auf den gleichen Nullpunkt bezogen. COLOMBO (1980) hat nun vorgeschlagen, die aus der Analyse von Laserentfernungsmessungen ableitbaren ellipsoidischen Höhen in Kombination mit gravimetrisch bestimmten Geoidhöhen dazu zu nutzen, die Meerestopographie an den Pegelstationen zu bestimmen und damit eine einheitliche Bezugsgrundlage für die Höhensysteme zu schaffen. Ähnliche Gedanken, allerdings bei der Nutzung von Altimetermessungen, hat auch IHDE (1980) bereits formuliert. HAJELA (1983) hat für den Vorschlag von COLOMBO entsprechende Abschätzungen der erreichbaren Genauigkeit vorgenommen. Er erhält für die Genauigkeit der Differenz zweier Geoidhöhen auf verschiedenen Kontinenten einen Wert im Bereich von etwa einem halben Meter. Seine damalige Abschätzung der Unsicherheit der ellipsoidischen Höhen ( $\pm 10$  cm Streuung, 30 cm Unsicherheit beim Bezug auf das Geozentrum) kann durch die Angaben in Abschnitt 4 positiv korrigiert werden. Danach liegt die Streuung bekanntlich im Bereich weniger Zentimeter, wobei die radiale Komponente der Stationskoordinaten etwa die gleiche Genauigkeit aufweist wie die horizontalen Komponenten, und der Bezug auf das Geozentrum ist in X- und Y-Richtung auf 1...2 cm, in Z-Richtung auf etwa 2 dm unsicher. Der Einfluß der in der Z-Komponente vorhandenen größeren Unsicherheit vermindert sich bei der Betrachtung von Stationen, die annähernd auf der gleichen Breite liegen, da sich dann der Effekt bei entsprechenden Differenzbildungen weitgehend heraushebt.

Da sich bei der gravimetrischen Bestimmung von Geoidhöhendifferenzen der Einfluß von Fehlern im Schwerefeldmodell bei Annäherung beider Punkte in immer größerem Maße verringert, dürften im großregionalen Bereich bereits Genauigkeiten von wenigen Dezimetern möglich sein (vgl. z. B. SJÖBERG und STOCKI 1985). Damit wird es beispielsweise bereits eine lohnende Aufgabe, durch die Nutzung von Laserentfernungsmessungen der Stationen Riga, Potsdam und Simeiz und die Berechnung von entsprechenden Geoidhöhendifferenzen aus gravimetrischen Daten die Differenzen der Meerestopographie an den Pegelnullpunkten von Ostsee und Schwarzem Meer zu bestimmen. Das würde dazu führen, den Einfluß der durch die Meerestopographie an den Pegeln hervorgerufenen systematischen Effekte bei der Auswertung von kontinentalen Nivellements zu verringern. Auch die Ableitung vertikaler Krustenbewegungen aus Wiederholungsnivellements könnte dadurch verbessert werden.

Bei der wiederholten Bestimmung geozentrischer Koordinaten mit Verfahren der Satellitengeodäsie lassen sich eventuelle vertikale Krustenbewegungen, die sich als Änderungen des Abstandes der Station vom Geozentrum bemerkbar machen, bestimmen. In diesen Werten sind keine Einflüsse eines zeitlich veränderten Schwerefeldes enthalten, wenn man von den hier vernachlässigbaren Effekten auf die dynamische Satellitenbahnberechnung

nung wegen des geringfügig veränderten Kraftmodells absieht. Im Gegensatz dazu spiegeln sich in den Meßgrößen terrestrischer Verfahren (geometrisches Nivellement, absolute und relative Schwerebestimmung) bei Wiederholungsmessungen neben den zeitlichen Änderungen dieses Abstandes vom Geozentrum auch Änderungen im Schwerefeld der Erde wider. Es konnte gezeigt werden, daß beispielsweise Geoidänderungen auch in Europa, im Gebiet von Fennoskandien, die Größenordnung von 1 mm/Jahr erreichen (z. B. DIETRICH 1979). Durch die Einbeziehung der Satellitengeodäsie ist es nun möglich, den in den zeitlichen Änderungen der Meßgrößen terrestrischer Verfahren enthaltenen Anteil der Abstandsänderung Geozentrum-Station von dem durch eine Änderung des Schwerefeldes hervorgerufenen Anteil zu trennen. Damit ergibt sich die Möglichkeit, Charakter und geophysikalische Ursachen vertikaler Krustenbewegungen und von Schwereänderungen differenzierter zu beschreiben.

Die Leistungsfähigkeit von Satellitensystemen für die Zwecke der Navigation und operativen Punktbestimmung ist in den letzten Jahren ganz erheblich gewachsen. Die Geodäsie befindet sich hinsichtlich des Einsatzes dieser Systeme in einer Doppelrolle. Einerseits ist sie ein Nutzer dieser Systeme, wobei unter Verzicht auf eine operative Auswertung der Daten insbesondere durch relative Verfahren geodätisch relevante Genauigkeitsbereiche erschlossen werden. Andererseits bilden die Methoden der Satellitengeodäsie und ihre Ergebnisse wesentliche Grundlagen für den Einsatz dieser Systeme. Denn die Aufgabe, Satellitenpositionen vorauszuberechnen, die mit möglichst hoher Genauigkeit in einem wohldefinierten terrestrischen Bezugssystem bereitzustellen sind, schließt eine Reihe wesentlicher geodätischer Aspekte ein. So sollten die Koordinaten der Bahnverfolgungsstationen, deren Daten für die Vorausberechnung der Satellitenbahn genutzt werden, bereits in diesem terrestrischen Bezugssystem vorliegen. Die notwendige Bahnberechnung einschließlich der Vorausberechnung verlangt ein Bahnmodell höchster Genauigkeit, die Kenntnis und Vorausberechnung verschiedener geodynamischer bzw. geokinematischer Effekte (z. B. Gezeitendeformationen, Rotationsverhalten der Erde) sind unerläßliche Voraussetzung. Auf diese Weise wird deutlich, wie die Beiträge der Satellitengeodäsie zur geowissenschaftlichen Grundlagenforschung und zur Untersuchung globaler Phänomene gleichzeitig eine entscheidende Grundlage für die Leistungsfähigkeit von Satellitensystemen zur operativen Punktbestimmung bilden, wie sie jetzt auch für geodätische Zielstellungen zunehmend genutzt werden.

## 6.2. Die Nutzung der Satellitengeodäsie bei der Anlage und Kontrolle von Festpunktfeldern

Insbesondere durch die Anwendung der Mikrowellenverfahren der Satellitengeodäsie besteht die Möglichkeit, mobile, wetterunabhängige und weitgehend automatisch arbeitende Meßkomplexe sehr effektiv zur Punktbestimmung im regionalen Bereich einzusetzen. Nach MAREK (1976) können die so gewonnenen Ergebnisse auf folgende Weise zur Kontrolle, Verbesserung bzw. Neuanlage geodätischer Netze genutzt werden:

- als Kontroll- bzw. Ergänzungselemente
- als Elemente einer gemeinsamen Ausgleichung der Koordinaten des Satellitennetzes und des klassischen Netzes
- als übergeordneter Rahmen, in den nachgeordnete Netze eingepaßt werden.

Wählt man die letztgenannte Variante und greift so auf das bewährte geodätische Prinzip der Arbeit vom Großen ins Kleine zurück, so kann man regional bestimmte Satellitennetze entsprechend der im Abschnitt 5.2.1. beschriebenen Vorgehensweise an Ursprung und Maßstab des globalen Koordinatensystems anschließen; das so transformierte regionale

Satellitennetz könnte seinerseits den Rahmen für den Anschluß des klassischen Netzes bilden. Zweifellos ist ein Anschlußzwang nicht gerechtfertigt, wenn die Genauigkeiten der zu verknüpfenden Netze in der gleichen Größenordnung liegen. In diesem Fall stellt eine gemeinsame Ausgleichung die bessere Lösung dar. STANGE (1981) hat beschrieben, wie eine derartige Ausgleichung vorzunehmen ist, bei der als zusätzliche Unbekannte auch die Transformationsparameter zwischen beiden Systemen zu bestimmen sind. Zweckmäßigerweise werden dabei die rechtwinkligen Koordinaten der Satellitengeodäsie entsprechend Gl. (2.3) in ellipsoidische Koordinaten transformiert. Die vielfach angestrebte dreidimensionale Netzausgleichung wird möglich, wenn man zusätzlich zu den ellipsoidischen Lagekoordinaten der astronomisch-geodätischen Netze noch ellipsoidische Höhen aus der Summe von orthometrischen und Geoidhöhen (bzw. Normal- und Quasigeoidhöhen) einführt.

Will man eine zweidimensionale Netzausgleichung vornehmen, so muß man die Höhenkomponente, die im Satellitennetz mitbestimmt ist, eliminieren. Nach WOLF (1985) kann man dafür zwei Wege wählen: Werden bei einer Ausgleichung des Satellitennetzes in ellipsoidischen Koordinaten der Normalgleichungsanteil der Höhen unberücksichtigt gelassen und nur die Lagekoordinaten  $B$  und  $L$  mit dem terrestrischen Netz in einer gemeinsamen Ausgleichung behandelt, so wird das als geometrische Elimination der Höhen bezeichnet. Das Gegenteil dazu ist eine algebraische Elimination der Höhen, die durch eine Teilreduktion des Normalgleichungssystems der Satellitengeodäsie entsprechend der Gleichungen (3.64) bis (3.68) erfolgt. Es ist offensichtlich, daß die algebraische Elimination das strenge Verfahren darstellt und die geometrische Elimination, wie WOLF selbst bereits herausstellt, nur dann mit der algebraischen identisch ist, wenn Lage- und Höhenbestimmung im Satellitennetz nicht miteinander korreliert sind.

Genauso, wie statt der dreidimensionalen Behandlung für die separate Bestimmung von Lagenetzen eine Reduktion auf zwei Dimensionen möglich ist, kann auch das Höhenproblem für sich betrachtet werden. Bereits im vorangegangenen Abschnitt war dieser Aspekt vor allem bezüglich globaler Fragestellungen diskutiert worden. Auch bei der Festpunktbestimmung im regionalen Bereich kann man die Tatsache, daß entsprechend Gl. (2.5) die ellipsoidische Höhe die Summe aus Geoidhöhe und orthometrischer bzw. aus Quasigeoid- und Normalhöhe darstellt, auf verschiedene Weise nutzen.

Kennt man zusätzlich zur mittels Satellitengeodäsie bestimmten ellipsoidischen Höhe die orthometrische Höhe, so ist die Geoidhöhe bestimmbar. In Anlehnung an den Begriff des astronomischen Nivellements zur Geoidbestimmung prägte KOUBA (1976) für entsprechende Anwendungen des Dopplerverfahrens den Begriff "Doppler-Nivellement". Unter Anwendung dieses Prinzips sind beispielsweise in den Alpen von 1980 bis 1985 unter der Projektbezeichnung ALGEDOP (Alpine Geoid Doppler Project) rund 100 Punkte für eine Geoidbestimmung angelegt worden (WIGET u. a. 1986). Wurden hier Genauigkeiten im Bereich mehrerer Dezimeter erreicht, so ermöglicht die Nutzung neuer Satellitensysteme schon jetzt eine regionale Geoidbestimmung im Genauigkeitsbereich deutlich unterhalb eines Dezimeters, wie die Auswertung entsprechender Messungen nach GPS-Satelliten zeigt (z. B. ENGELIS u. a. 1984, SCHWINTZER u. a. 1985).

Ist andererseits ein Geoid mit entsprechender Genauigkeit bekannt, so ist eine wichtige Voraussetzung dafür gegeben, an ellipsoidische Höhen der Satellitengeodäsie ohne Schwierigkeiten mit klassischen Verfahren der Höhenbestimmung wie dem geometrischen Nivellement anzuschließen. Hier wird deutlich, daß die effektive Nutzung satelli-

tengeodätischer Verfahren im regionalen Bereich an die Bestimmung des Geoides neue, hohe Ansprüche stellt.

Der Allgemeinfall der Problemstellung liegt vor, wenn man alle drei Größen, nämlich ellipsoidische, orthometrische und Geoidhöhen, für eine Reihe von Punkten kennt und sie in einer gemeinsamen Bearbeitung verknüpft. Eine dafür geeignete Vorgehensweise ist durch das Konzept der integrierten Geodäsie gegeben (vgl. HEIN 1986). Von Vorteil dürfte sich hier auswirken, daß die jeweiligen Varianz-Kovarianz-Matrizen der ellipsoidischen, orthometrischen und Geoidhöhen, bedingt durch die Verfahren zu ihrer Bestimmung, unterschiedliche Struktur besitzen. Besonders zu beachten sind in diesem Zusammenhang auch die systematischen Restfehler der Auswertemodelle. Bezüglich der mit Mikrowellenverfahren der Satellitengeodäsie bestimmten ellipsoidischen Höhen ist anzumerken, daß hierzu in erster Linie die veränderliche Lage des Antennenphasenzentrums in Abhängigkeit vom Höhenwinkel, verbunden mit entsprechenden Kalibrierungsunsicherheiten, sowie die Auswirkungen nichterfaßter Refraktionseffekte und anderer Bias-Parameter des Modells auf die Punkthöhen zu zählen sind. Diese Effekte müssen daher gründlich untersucht werden.

Man darf davon ausgehen, daß mit Verfahren der Satellitengeodäsie zunehmend auch die rezenten Krustenbewegungen eines Territoriums, insbesondere die horizontalen Krustenbewegungen, effektiv bestimmt werden können. Die Lösung dieser Aufgabenstellung setzt gesicherte Bezugspunkte voraus - stabil vermarkte Festpunktfelder sind daher schon aus diesem Grund auch zukünftig unerlässlich. Darüber hinaus ist es durchaus denkbar, daß in tektonisch bzw. seismisch aktiven Gebieten oder auch an sensiblen Großbauten quasistationär Satellitenmessungen im Mikrowellenbereich durchgeführt werden. Die hier automatisch gewonnenen Meßdaten könnten unter Nutzung entsprechender Übertragungskanäle in einem Zentralrechner zusammenfließen und praktisch im Echtzeitbetrieb ausgewertet werden, so daß stets Informationen über eventuell ablaufende Deformationsvorgänge vorhanden sind. Daß man schon jetzt auf der Grundlage von Daten, die in wenigen Stunden gewonnen wurden, Genauigkeiten von  $\pm 4$  mm erreicht, zeigt die Auswertung von Messungen nach GPS-Satelliten mit dem MACROMETER im etwa 12 km x 12 km großen Kontrollnetz des Teilchenbeschleunigers der westeuropäischen Kernforschungsorganisation CERN in der Schweiz (GURTNER 1986).

Die wachsende Bedeutung der Satellitengeodäsie für die Aufgaben des staatlichen Vermessungswesens in der DDR ist eine deutlich erkannte Tatsache (MAREK 1976, STANGE 1981 und 1982, MERKEL 1981 und 1984, GÖHLER 1983). Hierbei ist es in zunehmendem Maße notwendig, Erkenntnisse aus der Grundlagenforschung schnell praxiswirksam umzusetzen. Die gute Kooperation aller Beteiligten bei der Nutzbarmachung der Dopplertechnologie für die Belange des staatlichen Vermessungswesens ist ein Beispiel dafür. Ganz allgemein setzt eine effektive und umfassende Nutzung der Satellitengeodäsie im staatlichen Vermessungswesen voraus, daß ihre gegenwärtigen und potentiellen Möglichkeiten klar bewertet werden. Das beginnt bei der Meßtechnik, setzt sich über die Grundlagen der Modellbildung fort und führt bis zu praktischen Fragen jeweils geeigneter Auswertestrategien. Unter Einbeziehung dieses Kenntnisstandes können dann neue Konzepte und Technologien zur Bestimmung und Laufendhaltung von Festpunktfeldern entwickelt werden.

## 7. Zusammenfassung und Schlußfolgerungen

In der vorliegenden Arbeit wird versucht, die Problematik der Nutzung künstlicher Erdsatelliten für die Zwecke der geodätischen Koordinatenbestimmung auf möglichst umfassende Weise zu behandeln. Als entscheidendes Fundament der Koordinatenbestimmung muß die Frage der zugrundeliegenden Bezugssysteme angesehen werden; die Bedeutung eines terrestrischen und eines inertialen Bezugssystems wird eingehend erläutert. Gesondert wird die Darstellung von Bewegungsvorgängen betrachtet. Beim terrestrischen Bezugssystem ist die Einbeziehung von Punktbewegungen in das Modell beim gegenwärtig erreichten Genauigkeitsstand unerläßlich. Die Beschreibung der Dynamik künstlicher Erdsatelliten in einem inertialen Bezugssystem ist eine fundamentale Voraussetzung der Satellitengeodäsie überhaupt.

Ein gründliches Verständnis der angewendeten Meßverfahren ist wesentlich für die möglichst optimale Modellbildung. Das betrifft vor allem die bei der Meßwertgewinnung auftretenden Effekte, die systematischen Charakter tragen können. Sowohl die Laserentfernungsmessung als Beispiel für ein Impulslaufzeit-Meßverfahren im optischen Bereich als auch das Dopplerverfahren als Vertreter der Phasendifferenzmessung mit Mikrowellen werden in dieser Hinsicht eingehend analysiert.

Die Effekte der Refraktion in Troposphäre und Ionosphäre stellen einen beträchtlichen Anteil im Fehlerhaushalt der Satellitengeodäsie dar. Ein tieferes Eindringen in diese Problematik kann dazu dienen, den Einfluß von Refraktionseffekten auf das Ergebnis abzuschätzen, möglichst optimale Modelle einschließlich zusätzlicher Modellparameter zu wählen, aber auch meßtechnische Lösungen zu bewerten, die ein Herabsetzen oder Eliminieren von Refraktionseinflüssen gestatten. Weiterhin zählt zur Datenreduktion der Bezug auf entsprechende wohldefinierte Punkte an der Erdoberfläche, aber auch beim Satelliten. Diese Reduktion auf Bezugspunkte bildet eine Voraussetzung dafür, die durch hohen Aufwand gewonnenen Meßdaten ohne Genauigkeits- und Informationsverlust zur Berechnung letztlich interessierender Punktkoordinaten zu nutzen.

Die Formulierung eines der Koordinatenbestimmung zugrundeliegenden Modells trägt sehr komplexen Charakter, und die Auswahl zwischen verschiedenen Möglichkeiten ist gerade in der Satellitengeodäsie sehr groß. Deshalb sind Fragen der Modelloptimierung und Modellbewertung hier von besonderer Bedeutung. Gesichtspunkte bei der Wahl optimaler Modellparameter und Methoden zur Abschätzung der Wirkung von Modellfehlern werden diskutiert.

Eine Grundlage der Parameterbestimmung im Rahmen der Ausgleichung bildet die Formulierung der notwendigen Verbesserungsgleichungen. Die numerische Stabilität der Lösung, auftretende Rangdefekte des Normalgleichungssystems und Wege zu ihrer Behandlung bei der Ausgleichung sind wesentliche Teilaspekte der Datenanalyse. Besondere Bedeutung vor allem hinsichtlich der Bestimmung realistischer Genauigkeitsmaße besitzt das in der Ausgleichung verwendete stochastische Modell, wie u. a. durch Untersuchungen mit simulierten Daten gezeigt wird. Wegen der in der Satellitengeodäsie häufig notwendigen Bestimmung einer großen Anzahl von Parametern sind optimale Verfahren zur Auflösung großer Normalgleichungssysteme zu wählen. Bei der Konzipierung eines EDV-Programmes zur Analyse von Daten wurden nicht nur die durch theoretische Vorarbeiten und Modellbetrachtungen gewonnenen Erkenntnisse berücksichtigt; auch die Fragen einer flexiblen und effektiven Nutzung für verschiedene Zielstellungen waren zu beachten. Dieses

EDV-Programm bildet die Grundlage für verschiedenste numerische Untersuchungen mit simuliertem und realem Datenmaterial.

Untersuchungen mit den Laserentfernungsmessungen zum Satelliten LAGEOS aus der internationalen MERIT-Kampagne belegen, daß die Genauigkeit der inneren Geometrie eines globalen Koordinatensatzes etwa  $\pm 3$  cm beträgt. Die Lage des Koordinatenursprungs (Geozentrum) ist in der X- und Y-Komponente auf etwa 2 cm, in der Z-Komponente auf etwa 2 dm genau abzuleiten. Die Maßstabsstabilität globaler Koordinatenlösungen in Bezug auf die Lichtgeschwindigkeit liegt im Bereich weniger Einheiten von  $10^{-8}$ . Die Genauigkeit der Bestimmung der inneren Geometrie kann bei regionalen Netzen im Vergleich zur Globallösung durch spezielle Auswertung noch um etwa 40% gesteigert werden.

In Anbetracht der erreichten Genauigkeiten ist für die Auswertung von Laserentfernungsmessungen aus einem längeren Zeitraum die Untersuchung globaler Deformationsvorgänge möglich. Das Konzept der Koordinatenbestimmung kann daher auf Zeitglieder erweitert werden, auch die Bestimmung von plattenkinematischen Parametern ist möglich. Rechnungen mit simulierten und realen Daten belegen die Anwendbarkeit dieser Vorgehensweise. An einem praktischen Beispiel wird gezeigt, wie durch eine spezielle Auswertevariante bei genügend genauen und dichten Daten bereits nach einem Jahr im regionalen Bereich Bewegungsbeträge ermittelt werden können.

Die Bearbeitung der Dopplerdaten aus der Kampagne WEDOC-2 zeigt, daß hier bei zehn Tagen Meßdauer für eine Region von der Größe Europas Genauigkeiten im Bereich von etwa  $\pm 3$  dm erreicht werden können. Stärker als beim Laserverfahren beeinflussen Restfehler der Refraktion sowie gerätespezifische Parameter die Genauigkeit der Ergebnisse. Von Vorteil ist bei derartigen short-arc-Auswertungen die Nutzung einer dynamischen Modellierung der Satellitenbahn im Vergleich zu Polynomdarstellungen. Sind Dopplerpunkte mit Laserstationen einer Globallösung identisch, so ist es durch eine HELMERT-Transformation möglich, regionale, durch Dopplermessungen bestimmte Netze auf das Geozentrum zu beziehen und ihren Maßstab zu skalieren.

Die globale Koordinatenbestimmung unter Nutzung von Laserentfernungsmessungen zu künstlichen Erdsatelliten stellt die gegenwärtig genaueste Methode zur Realisierung eines geozentrischen terrestrischen Bezugssystems dar. Dieses Bezugssystem ist eine wesentliche Grundlage für die Arbeit der neuen Dienste für die Bestimmung von Erdrotationsparametern, aber auch für den effektiven Einsatz von Satellitensystemen für Zwecke der Navigation und Ortung. Zur Lösung einer Reihe von geodätisch wesentlichen Fragen (Schaffung von Festpunktfeldern, einheitliches vertikales Datum) trägt es ebenfalls bei. Bei der Punktverdichtung im regionalen Bereich können Mikrowellenverfahren der Satellitengeodäsie effektiv eingesetzt werden. Wegen der auch künftig gegebenen Notwendigkeit, Satellitenverfahren mit klassischen Verfahren zur Höhenbestimmung zu kombinieren, ist die genaue Kenntnis des regionalen Geoidverlaufes von aktueller Bedeutung.

Die enormen Fortschritte, die bei der Koordinatenbestimmung unter Nutzung künstlicher Erdsatelliten im Verlauf der letzten Jahre und Jahrzehnte erzielt wurden, sind das Ergebnis der ständigen Weiterentwicklung und des komplexen Zusammenwirkens verschiedenster Fachdisziplinen. Hier sind Gebiete der Meßtechnik, beispielsweise die Laserphysik und die Mikrowellenverfahren, die ständig steigende Automatisierung der Datenerfassung und wachsende Leistungsfähigkeit der Rechentechnik ebenso zu nennen wie

grundlegende geowissenschaftliche Erkenntnisse über Struktur, Kinematik, Dynamik und Schwerefeld der Erde. Es ist eine Tatsache, daß derartiger Erkenntniszuwachs über die Erde nur durch eine internationale Forschungskoooperation effektiv erzielt werden kann. Die Beteiligung an diesen Forschungen sichert gegenwärtig den Anschluß an den jeweiligen internationalen Erkenntnisfortschritt bzw. ermöglicht seine Mitbestimmung.

Es ist daher von wesentlicher Bedeutung, mit der Station Potsdam einen Punkt des globalen terrestrischen Bezugssystems zu besitzen. Eine komplexe Meßtechnik (Laserentfernungsmessungen zu künstlichen Erdsatelliten, Dopplermessungen, absolute und relative Schweremessungen, gravimetrische Bestimmung der Festerdezeiten, astronomische Zeit- und Breitenbestimmungen, Atomfrequenznormal) sichert die Erfassung globaler und regionaler Phänomene und ermöglicht auf diese Weise eine Einordnung der Station in globale und regionale geodätisch-geodynamische Vorgänge und Zusammenhänge. Eine geophysikalisch orientierte Auswertung und Interpretation der verfügbaren Daten gibt die Möglichkeit, Modellvorstellungen weiterzuentwickeln oder mit konkreten Zahlen zu stützen.

Die Koordinatenbestimmung unter Nutzung künstlicher Erdsatelliten von den Grundlagen her zu analysieren, ihre möglichst breite disziplinäre Nutzung in der Geodäsie zu erschließen und ihre spezifischen Beiträge im Rahmen geophysikalischer Fragestellungen zu erkennen - das bildet auch eine wesentliche Voraussetzung dafür, die Leistungsfähigkeit satellitengeodätischer Verfahren für die Belange der geodätischen Praxis voll auszuschöpfen.

Literaturverzeichnis

- ABALAKIN, V.K.; AKSENOV, E.P.; GREBENIKOV, E.A.; RJABOV, JU.A.: Spravočnoje rukovodstvo po nebesnoj mehanike i astrodinamike  
Moskva: Nauka, 1971
- ABSHIRE, J.B.; GARDNER, CH.S.: Atmospheric refractivity corrections in satellite laser ranging  
IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. - New York GE-23(1985)4. - S. 414 - 425
- ANDERLE, R.J.; MALYEVAC, C.A.: Current plate motions based on Doppler satellite observations  
NSWC-Report 82-369. - Dahlgren/Virginia, Sept. 1982
- ANDERLE, R.J.; TANENBAUM, M.C.: Practical realization of a reference system for earth dynamics by satellite methods  
Proc. IAU-Colloq. No. 26 "On Reference Coordinate Systems for Earth Dynamics" Torun/VR Polen, Aug. 1974. - S. 341 - 380
- ARCHINAL, B.A.: A comparison of geodetic Doppler satellite receivers  
Dept. Geod. Sci. and Surv., Ohio State Univ. - Columbus (1982) Rep. 340
- ARNOLD, D.A.: Optical and infrared transfer function of the LAGEOS retroreflector array  
Smith. Inst. Astroph. Obs. - Cambridge/Mass. (1978) Rep. 09-015-002
- ARNOLD, K.: Methoden der Satellitengeodäsie  
Berlin: Akademie-Verlag, 1970
- ASTSCHEULOV, V.A.: Programma avtonomnogo opredelenija koordinat nasemnoj stanzii po optičeskim nabljudenijam iskusstvennyh sputnikov zemli  
Nabljudenija iskusstvennyh sputnikov zemli. - 20(1980). - S. 320 - 325, Sofia 1982
- AURASS, H.; GRÄSSL, S.; KURTHS, J.: Zur Schätzung von Leistungsspektren geophysikalischer Registrierungen unter besonderer Berücksichtigung der Maximum-Entropie-Methode  
Gerlands Beitr. Geophysik. - Leipzig 86(1977). - S. 121 - 136
- AURASS, H.; KURTHS, J.; ARLT, K.: Programm AUTOFT / Spektralschätzungen  
Programmbibl. Rechenzentrum der AdW. - Potsdam-Babelsberg (1981) Katalog-Nr. VSS903
- BALLANI, L.: Zur Parameterbestimmung im Programmsystem POTSDAM-5 mit Hilfe von Variationsgleichungen  
Vermessungstechnik. - Berlin 35(1987). - im Druck
- BANYAI, L.: Calibration of Doppler receivers  
Nabljudenija iskusstvennyh sputnikov zemli. - 23(1984). - S. 487 - 497, Praha 1984
- BARTHELMES, F.: A method for testing laser range measurements  
Nabljudenija iskusstvennyh sputnikov zemli. - 18(1978). - S. 621 - 641, Warszawa/Łodz 1979

- BJERHAMMAR, A.: On a relativistic geodesy  
Bull. geod. - Paris 59(1985)3. - S. 207 - 220
- BLACK, H.D.: The TRANSIT system, 1977: performance, plans and potential  
Royal Society Discussion "Satellite Doppler tracking and its geodetic applications"  
London/GB, Okt. 1978. Phil. Trans. R. Soc. - London A294(1980). - S. 217 - 236
- BLAIS, J.A.R.: Least-squares estimation methods  
Manusk. geod. - Berlin(West) 3(1978). - S. 23 - 53
- BOLŠAKOV, V.D.; DEUMLICH, F.; GOLUBEV, A.N.; VASILEV, V.P.: Elektronische Strecken-  
messung  
Berlin: VEB Verlag für Bauwesen, Moskau: Verlag Nedra, 1985
- BORZA, T.; FEJES, I.; MIHALY, SZ.; DIETRICH, R.; GENDT, G.; LEHMANN, K.: The Doppler  
Baseline Interferometry Experiment (DBLI)  
Acta Geod. geophys. et montanist. - Budapest (1987). - im Druck
- BOUCHER, C.; PAQUET, P.; WILSON, P.: Final report on the observations and computations  
carried out in the Second European Doppler Observation Campaign (EDOC-2)  
Dt. Géod. Kommiss., Veröff. Reihe B. - Frankfurt a. M. (1981) Heft 255
- BROUWER, F.J.J.: On the principles, assumptions and methods of geodetic very long  
baseline interferometry  
Netherl. Geod. Commiss., Publ. on Geodesy, New Series. - Delft 7(1985)4
- BRUNNER, F.K.; FREI, E.; CHAMBERLAIN, S.M.: Test measurements using the WM 101  
Österr. Zeitschr. f. Vermess.-wesen. - Wien 74(1986)3. - S. 141 - 154
- CHRISTODOULIDIS, D.C.; SMITH, D.E.; KLOSKO, S.M.; TORRENCE, M.H.; DUNN, P.J.: A GSFC  
alternative to the SLR MERIT constants  
Proc. "Int. Conf. on Earth rot. and terr. ref. frame" Columbus/USA, Juli/Aug. 1985. -  
Dept. Geod. Sci., Ohio State Univ. - Columbus (1985a) Teil II. - S. 674 - 699
- CHRISTODOULIDIS, D.C.; SMITH, D.E.; KOLENKIEWICZ, R.; KLOSKO, S.M.; TORRENCE, M.H.; DUNN,  
P.J.: Observing tectonic plate motions and deformations from satellite laser ranging  
J. geophys. Res. - Washington 90(1985b)B11. - S. 9249 - 9263
- CLYNCH, J.R.; RENFRO, B.A.: Evaluation of ionospheric residual range error model  
Paper 3. Int. Geod. Symp. on Doppler satellite positioning, Las Cruces/USA, Febr. 1982
- COLOMBO, O.L.: A world vertical network  
Dept. Geod. Sci., Ohio State Univ. - Columbus (1980) Rep. 296
- DEGNAN, J.J.: Satellite laser ranging: current status and future prospects  
IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. - New York GE-23(1985)4. -  
S. 398 - 413
- DICKMAN, S.R.: Continental drift and true polar wandering  
Geoph. J. R. astr. Soc. - London (1979)57. - S. 41 - 50

- DIETRICH, R.: Zur Bearbeitung von Eisbewegungsmessungen durch Kollokation  
Diss. Techn. Univ. Dresden, 1977. Geod. Geoph. Veröff., Reihe III. - Berlin (1978)  
Heft 40
- DIETRICH, R.: Isostatische Ausgleichsvorgänge, Niveauänderungen und die Ableitung von  
vertikalen Erdkrustenbewegungen in Europa  
Vermessungstechnik. - Berlin 27(1979)6. - S. 195 - 197
- DIETRICH, R.: Potentielle Möglichkeiten beim Einsatz des Dopplerverfahrens der Satellitengeodäsie in Polargebieten  
Geod. Geoph. Veröff., Reihe I. - Berlin (1983a) Heft 9. - S. 49 - 51
- DIETRICH, R.: Über Beziehungen zwischen terrestrischen Referenzsystemen am Beispiel der MERIT-Kurzkampagne  
Vortrag VI. Int. LOHRMANN-Kolloq. Geod. Astr., Dresden/DDR, Sept. 1983b. Wiss. Z. TU Dresden. - Dresden 33(1984)6. - S. 65 - 67
- DIETRICH, R.: The research work at the Central Institute for Physics of the Earth Potsdam, GDR, in the field of Doppler satellite geodesy  
Nabljudenija iskusstvennych sputnikov zemli. - 23(1984a). - S. 593 - 604, Praha 1984
- DIETRICH, R.: Dokumentation des Programms SOLVE, Bestandteil des Programmsystems POTSDAM-5  
Zentralinstitut für Physik der Erde, interner Bericht. - Potsdam (1984b)
- DIETRICH, R.: On the adjustment of crustal motion parameters in satellite geodetic networks  
Paper Int. Symp. of the Commiss. on Recent Crustal Movements, Budapest/Ungar. VR, Okt. 1985
- DIETRICH, R.; GENDT, G.: Bestimmung großer Sehnenlängen aus Laserentfernungsmessungen zum Satelliten LAGEOS  
Vermessungstechnik. - Berlin 30(1982a)6. - S. 198 - 200
- DIETRICH, R.; GENDT, G.: Determination of regional networks for geodynamical studies based on satellite laser ranging data  
Nabljudenija iskusstvennych sputnikov zemli. - 21(1982b) Teil 2. - S. 586 - 594, Moskva 1984
- DIETRICH, R.; GENDT, G.: An attempt to detect geometric tidal information using LAGEOS laser ranging data  
Paper 5. Int. Symp. "Geodesy and Physics of the Earth", Magdeburg/DDR, Sept. 1984. - Veröff. Zentralinst. Physik der Erde. - Potsdam (1985) 81, Teil 1. - S. 77 - 81
- DIETRICH, R.; GENDT, G.: Investigation of tectonic deformations using global satellite laser ranging data  
Paper Symp. "Physics and geodynamics of deformational processes in earthquake focal regions", Potsdam 1985. - Gerlands Beitr. Geophysik. - Leipzig 95(1986)3.- S. 243-257

- DIETRICH, R.; LEHMANN, K.: Zur Leistungsfähigkeit des Dopplergerätes JMR-4A bei der Positionsbestimmung in ruhender Situation  
Wiss. Beitr. Ingenieurhochsch. Seefahrt. - Warnemünde/Wustrow 9(1982)4. - S. 35 - 39
- DIETRICH, R.; LEHMANN, K.: Interferometric analysis of Doppler measurements for differential receiver calibration  
Nabljudenija iskusstvennyh sputnikov zemli. - 23(1984). - S.587 - 592, Praha 1984
- DIETRICH, R.; NEUBERT, R.; FEJES, I.: Doppler receiver pair differential delay determination  
Nabljudenija iskusstvennyh sputnikov zemli. - 21(1982) Teil 2. - S. 445 - 450, Moskva 1984
- DOW, J.M.; AGROTIS, L.G.: Earth rotation, station coordinate and orbit solutions from LAGEOS during the MERIT campaign  
Proc. "Int. Conf. on Earth rot. and terr. ref. frame" Columbus/USA, Juli/Aug. 1985. - Dept. Geod. Sci., Ohio State Univ. - Columbus (1985) Teil I. - S. 217 - 235
- DREWES, H.: A geodetic approach for the recovery of global kinematic plate parameters  
Bull. geod. - Paris 56(1982)1. - S. 70 - 79
- DREWES, H.: A trial of a geodetically derived global plate kinematic model from Doppler satellite observations  
Proc. Int. Symp. on Space Techniques for Geodynamics, Sopron/Ungar. VR, Juli 1984. - Sopron (1984) Teil 2. - S. 43 - 52
- DREWES, H.: Significance of kinematic plate parameters derived from LAGEOS laser ranging data  
Paper COSPAR XXVI. Plenary Meeting, Symposium 2 "Applikation of Space Techniques for Geodesy and Geodynamics" Toulouse/Frankreich, Juni/Juli 1986
- EGGER, D.: Systemanalyse der Laserentfernungsmessung  
Dt. Geod. Kommiss., Veröff. Reihe C. - München (1985) Heft 311
- EISSFELLER, B.: Orbit improvement using local gravity field information and least squares prediction  
Manusk. geod. - Heidelberg 10(1985)2. - S. 91 - 101
- EMLJANOV, N.V.: Problemy primenenija analitičeskoj teorii dviženija ISZ v zadačach geodinamiki i kosmičeskoj geodezii  
Nabljudenija iskusstvennyh sputnikov zemli. - 23(1984). - S. 399 - 411, Praha 1984
- ENGELIS, T.; RAPP, R.H.; TSCHERNING, C.C.: The precise computation of geoid undulation differences with comparison to results obtained from the Global Positioning System  
Geophys. Res. Letters. - Washington 11(1984)9. - S. 821 - 824
- FADDEJEV, D.K.; FADDEJEWA, W.N.: Numerische Methoden der linearen Algebra  
Berlin: VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1964

- FARINELLA, P.; MILANI, A.; NOBILI, A.M.; SACERDOTE, F.: Dynamics of an artificial satellite in an earth-fixed reference frame: effects of polar motion  
Proc. IAU-Colloq. No. 56 "Reference Systems for Earth Dynamics" Warszawa/VR Polen, Sept. 1980. - Dordrecht/Boston/London: Reidel Publ. Comp., 1981. - S. 271 - 274
- FEJES, I.: The "cross Doppler count" method for comparison of Doppler receivers  
Nabljudenija iskusstvennyh sputnikov zemli. - 21(1982) Teil 2. - S. 431 - 442, Moskva 1984
- FEJES, I.; DIETRICH, R.: Satelliten-Dopplermessungen in Potsdam und Dresden  
Vermessungstechnik. - Berlin 28(1980)3. - S. 96 - 98
- GAMBIS, D.: Preliminary results of the earth's rotation parameters determination from satellite laser tracking  
Paper Int. MERIT workshop, Grasse/Frankreich, Mai 1981
- GAPOSCHKIN, E.M.; KOŁACZEK, B. (Hrsg.): Reference Systems for Earth Dynamics  
Proc. IAU-Colloq. No. 56. - Dordrecht/Boston/London: Reidel Publ. Comp., 1981
- GENDT, G.: Problems in the numerical integration of satellite orbits with dm-accuracy  
Nabljudenija iskusstvennyh sputnikov zemli. - 18(1978). - S. 295 - 313, Warszawa/Łodz 1979
- GENDT, G.: Realisierung eines Inertialsystems für die numerische Integration von Satellitenbahnen  
Vermessungstechnik. - Berlin 28(1980)1. - S. 17 - 19
- GENDT, G.: Further improvements of the orbital program system POTSDAM-5 and their utilization in geodetic-geodynamic investigations  
Nabljudenija iskusstvennyh sputnikov zemli. - 23(1984). - S. 421 - 428, Praha 1984
- GENDT, G.: Bestimmung geodynamischer Parameter mit Hilfe satellitengeodätischer Verfahren  
Zentralinstitut für Physik der Erde, Dissertationsschrift B. - Potsdam 1987
- GENDT, G.; DIETRICH, R.: On homogeneous global satellite network determination for tectonic motion investigations  
Proc. Int. Symp. on Space Techniques for Geodynamics, Sopron/Ungar. VR, Juli 1984. - Sopron (1984) Teil 2. - S. 110 - 118
- GENDT, G.; DIETRICH, R.: Geometrical tidal effects from LAGEOS laser ranging data  
Proc. 10. Int. Symp. on Earth Tides, Madrid/Spanien, Sept. 1985, im Druck
- GOAD, C.C.: Precise relative position determination using Global Positioning System carrier phase measurements in a nondifference mode  
Proc. 1. Int. Symp. on Precise Positioning with the Global Positioning System, Rockville/USA, April 1985. - S. 347 - 356
- GOAD, C.C.; REMONDI, B.W.: Initial relative positioning results using the Global Positioning System  
Bull. geod. - Paris 58(1984)2. - S. 193 - 210

- GÖHLER, H.: Anforderungen an die Entwicklung und Nutzung des wissenschaftlich-technischen Fortschritts in Geodäsie, Photogrammetrie und Kartographie Vermessungstechnik. - Berlin 31(1983)4. - S. 109 - 112
- GRAFAREND, E.: Die Genauigkeit eines Punktes im mehrdimensionalen EUKLIDischen Raum Dt. Geod. Kommiss., Veröff. Reihe C. - München (1970) Heft 153
- GRAFAREND, E.: Statistische Modelle zur Prädiktion von Lotabweichungen Vermessungstechnik. - Berlin 19(1971)2. - S. 66 - 68
- GRAFAREND, E.: Genauigkeitsmaße geodätischer Netze Dt. Geod. Kommiss., Veröff. Reihe A. - München (1972) Heft 73
- GRAFAREND, E.; KLEUSBERG, A.; RICHTER, B.: Free Doppler network adjustment Paper 2. Int. Geod. Symp. on Doppler satellite positioning, Austin/USA, 1979
- GRUNWALDT, L.: Erzeugung kurzer Laserimpulse für Satellitenradar Zentralinstitut für Physik der Erde, Dissertationsschrift A. - Potsdam 1985
- GUIER, W.H.; WEIFFENBACH, G.C.: Theoretical analysis of Doppler radio signals from earth satellites Appl. Phys. Lab., The Johns Hopkins Univ. - Silver Spring (1958) Rep. BB-176
- GURTNER, W.: GPS-Testmessungen auf dem CERN-LEP-Kontrollnetz Vermess. Photogramm. Kulturtechn. - Winterthur 84(1986)6. - S. 219 - 224
- HAJELA, D.P.: Accuracy estimates of gravity potential differences between western Europe and United States through LAGEOS satellite laser ranging network Dept. Geod. Sci. and Surv., Ohio State Univ. - Columbus (1983) Rep. 345
- HAMAL, K.; PROCHAZKA, I.; GAIGNEBET, J.: Two wavelength picosecond ranging of ground target Nabljudenija iskusstvennych sputnikov zemli. - 23(1984a). - S. 29 - 35, Praha 1984
- HAMAL, K.; PROCHAZKA, I.; GAIGNEBET, J.: Mode locked train YAG laser calibration experiment Nabljudenija iskusstvennych sputnikov zemli. - 23(1984b). - S. 81 - 86, Praha 1984
- HARTMANN, G.K.; LEITINGER, R.: Range error due to ionospheric and tropospheric effects for signal frequencies above 100 MHz Bull. geod. - Paris 58(1984)2. - S. 109 - 136
- HEIN, G.W.: The rôle of GPS data in gravity field approximation or the role of the gravity field in GPS surveys Boll. Geod. Sci. Aff. - Firenze 45(1986)3. - S. 249 - 272
- HEITZ, S.: Grundlagen kinematischer und dynamischer Modelle der Geodäsie Mitt. Inst. Theor. Geod., Univ. Bonn. - Bonn (1981) Nr. 63

- HELMERT, F.R.: Die mathematischen und physikalischen Theorien der höheren Geodäsie  
Leipzig: B.G. Teubner Verlag, 1880
- HÖPCKE, W.: Fehlerlehre und Ausgleichsrechnung  
Berlin(West)/New York: De Gruyter Verlag, 1980
- HOPFIELD, H.S.: Two-quartic tropospheric refractivity profile for correcting satellite data  
J. geophys. Res. - Washington 74(1969): - S. 4487 - 4499
- HOPFIELD, H.S.: Tropospheric range error parameters: further studies  
Appl. Phys. Lab., The Johns Hopkins Univ. - Silver Spring (1972) Rep. CP-015
- HOPFIELD, H.S.: Tropospheric effects on signals at very low elevation angles  
Appl. Phys. Lab., The Johns Hopkins Univ. - Silver Spring (1976) Rep. TG-1291
- HOPFIELD, H.S.: Improvements in the tropospheric refraction correction for range measurements  
Royal Society Discussion "Satellite Doppler tracking and its geodetic applications"  
London/GB, Okt. 1978. Phil. Trans. R. Soc. - London A294(1980). - S. 341 - 352
- IHDE, J.: Genauigkeitsuntersuchungen zu dem gravimetrischen Verfahren der Bestimmung absoluter Höhenanomalien und Lotabweichungen aus terrestrischem Schwerematerial  
Paper 4. Int. Symp. "Geodesy and Physics of the Earth", Karl-Marx-Stadt/DDR, Mai 1980. - Veröff. Zentralinst. Physik der Erde. - Potsdam (1981) 63, Teil 2. - S. 331 - 339
- JACOBY, W.R.: Theories and hypotheses of global tectonics  
in: Landolt-Börnstein, Zahlenwerte und Funktionen aus Naturwissenschaften und Technik (Hrsg. K. FUCHS und H. SOFFEL). - Neue Serie, Gruppe V, Band 2, S. 298 - 369. - Berlin(West)/Heidelberg/New York/Tokyo: Springer-Verlag, 1985
- JAGLOM, A.M.: Einführung in die Theorie der stationären Zufallsfunktionen  
Berlin: Akademie-Verlag, 1959
- JMR-UPDATE: Antenna phase center stability as related to satellite-Doppler positioning precision  
JMR-Update. - Chatsworth/Cal. 2(1983). - S. 2
- JONES, A.C.: An investigation of the accuracy and repeatability of satellite Doppler relative positioning techniques  
Unisurv. - Kensington/Austr.(1984) Rep. MS 26
- KANIUTH, K.; MÜLLER, H.: Capabilities of the proposed POPSAT satellite system for monitoring polar motion and earth rotation  
Paper VI. Int. LOHRMANN-Kolloq. Geod. Astr., Dresden/DDR, Sept. 1983. Wiss. Z. TU Dresden. - Dresden 33(1984)6. - S. 88 - 90
- KAUTZLEBEN, H.: Kugelfunktionen  
Geomagnetismus und Aeronomie, Band I/Ergänzungsband. - Leipzig: B.G. Teubner Verlagsgesellschaft, 1965

- KAUTZLEBEN, H.: Moderne Möglichkeiten der Geodäsie zum Nachweis von Plattenbewegungen  
Z. f. geolog. Wiss. - Berlin 10(1982a)3. - S. 341 - 348
- KAUTZLEBEN, H.: Planetare Dynamik der Erde  
AdW der DDR. - Berlin (1982b) Sitz.ber. Math., Naturwiss., Technik 3N
- KELLER, W.; MEIER, S.: Kovarianzfunktionen der 1. und 2. Ableitungen des Schwerepotentials in der Ebene  
Veröff. Zentralinst. Physik der Erde. - Potsdam (1980) 60
- KEMPE, V.: Theorie stochastischer Systeme  
Berlin: Akademie-Verlag, Wiss. Taschenb. Bd. 136, 1974
- KOŁACZEK, B.; WEIFFENBACH, G.C. (Hrsg.): On reference coordinate systems for earth dynamics  
Proc. IAU-Colloq. No. 26. - Torun, 1975
- KOLČINSKIJ, I.G.; MIRONOV, N.T.; MOTRUNIČ, I.I.; SCHOPJAK, R.D.: Ob učete atmosfernoj refrakzii pri lazernych nabljudenijach ISZ  
Nabljudenija iskusstvennyh sputnikov zemli. - 21(1982) Teil 2. - S. 393 - 400, Moskva 1984
- KOLENKIEWICZ, R.; RYAN, J.; TORRENCE, M.H.: Geodetic measurements utilizing space techniques  
Proc. Int. Symp. on Space Techniques for Geodynamics, Sopron/Ungar. VR, Juli 1984. - Sopron (1984) Teil 2. - S. 2 - 16
- KOLENKIEWICZ, R.; RYAN, J.; TORRENCE, M.H.: A comparison between LAGEOS laser ranging and Very Long Baseline Interferometry determined baseline lengths  
J. geophys. Res. - Washington 90(1985)B11. - S. 9265 - 9274
- KOUBA, J.: Doppler levelling  
The canadian surveyor. - Ottawa 30(1976)1. - S. 21 - 32
- KOUBA, J.: Weighting of Doppler observations  
Collected Papers/Geodetic Survey. - Ottawa (1977). - S. 113 - 128
- KOUBA, J.: Improvements in canadian geodetic Doppler software  
Paper 2. Int. Geod. Symp. on Doppler satellite positioning, Austin/USA, Okt. 1979
- KOUBA, J.: An efficient short-arc orbit computation.  
Bull. geod. - Paris 57(1983)2. - S. 138 - 145
- KOUBA, J.; PETERSON, A.E.; BOAL, J.D.: Recent canadian experience in Doppler satellite surveying  
Paper XIV. Int. Congr. of Surveyors, Washington/USA, Sept. 1974
- KOVALEVSKY, J.; MUELLER, I.I.: Comments on conventional terrestrial and quasi-inertial reference systems  
Proc. IAU-Colloq. No. 56 "Reference Systems for Earth Dynamics" Warszawa/VR Polen, Sept. 1980. - Dordrecht/Boston/London: Reidel Publ. Comp., 1981. - S. 375 - 384

- KUNERT, F.: Pseudoinverse Matrizen und die Methode der Regularisierung  
Leipzig: BSB G.G. Teubner Verlagsgesellschaft, 1976
- LERCH, F.J.; KLOSKO, S.M.; PATEL, G.B.: A refined gravity model from LAGEOS (GEM-L2)  
NASA, G.S.F.C., Techn. Mem. 84986. - Greenbelt/Maryland, Febr. 1983
- LERCH, F.J.; KLOSKO, S.M.; WAGNER, C.A.; PATEL, G.B.: On the accuracy of recent goddard  
gravity models  
J. geophys. Res. - Washington 90(1985)B11. - S. 9312 - 9334
- LINDLOHR, W.; WELLS, D.: GPS design using undifferenced carrier beat phase observations  
Manusk. geod. - Heidelberg 10(1985)4. - S. 255 - 295
- MAREK, G.: Zur Reduktion von Laserentfernungsmessungen nach künstlichen Erdsatelliten  
Vermessungstechnik. - Berlin 23(1975)2. - S. 57 - 60
- MAREK, K.-H.: Zur Anlage geodätischer Festpunktfelder nach den Methoden der Satelliten-  
geodäsie  
Vermessungstechnik. - Berlin 24(1976)9. - S. 337 - 341
- MARTIN, T.V.; OH, I.H.; EDDY, W.F.; KOGUT, U.A.: GEODYN system description  
Wolf Research and Development Group. - Riverdale/Maryland, 1976
- MARTIN, C.F.; TORRENCE, M.H.; MISNER, C.W.: Relativistic effects on an earth-orbiting  
satellite in the barycenter coordinate system  
J. geophys. Res. - Washington 90(1985)B11. - S. 9403 - 9410
- McCASKILL, T.B.; BUISSON, J.A.: On-orbit frequency stability analysis of NAVSTAR GPS  
clocks and the importance of frequency stability to precise positioning  
Proc. 1. Int. Symp. on Precise Positioning with the Global Positioning System,  
Rockville/USA, April 1985. - S. 37 - 50
- MELBOURNE, W.; ANDERLE, R.; FEISSEL, M.; KING, R.; MCCARTHY, D.; SMITH, D.; TAPLEY, B.;  
VICENTE, R.: Project MERIT standards  
U.S. Nav. Obs., Circ. No. 167, Washington 1983
- MERKEL, J.: Zu einigen grundsätzlichen Anforderungen an die staatlichen geodätischen  
Netze in der DDR zur Sicherstellung der Aufgaben der Landesvermessung und des  
Ingenieurvermessungswesens im Zeitraum bis 1990  
Vermessungstechnik. - Berlin 29(1981)8. - S. 253 - 256
- MERKEL, J.: Einige Gedanken zu Richtungen des wissenschaftlich-technischen Fortschritts  
und ihren Auswirkungen auf die Prozesse der Vermessung und Kartierung  
Vermessungstechnik. - Berlin 32(1984)8. - S. 254 - 256
- MIHALY, SZ.: Accuracy of Doppler observational equations  
Nabljudenija iskusstvennykh sputnikov zemli. - 18(1978). - S. 395 - 410,  
Warszawa/Łódź 1979
- MIHALY, SZ.: Eine SADOSA-Auswertung der WEDOC-Messungen (ungar.)  
Geodinform. - Budapest 13(1982)1/2. - S. 3 - 14

- MIHALY, SZ.: SADOSA program system  
Hungarian Geodetic Survey, Institute of Geodesy and Cartography. - Budapest 1983
- MINSTER, J.B.; JORDAN, T.H.; MOLNAR, P.; HAINES, E.: Numerical modelling of instantaneous plate tectonics  
Geoph. J. R. astr. Soc. - London (1974)36. - S. 541 - 576
- MINSTER, J.B.; JORDAN, T.H.: Present-day plate motions  
J. geophys. Res. - Washington 83(1978)B11. - S. 5331 - 5353
- MOFFETT, J.B.: Program requirements for two minute integrated Doppler satellite navigation solution  
Appl. Phys. Lab., The Johns Hopkins Univ. - Silver Spring (1971) Techn. Mem. TG-819-1
- MONTAG, H.: Zur Untersuchung geodynamischer Parameter durch kosmisch-geodätische Methoden  
Vermessungstechnik. - Berlin 29 (1981)10. - S. 339 - 343
- MONTAG, H.: Zur Untersuchung des Erdrotationsvektors mit Hilfe von Laserentfernungsmessungen zu künstlichen Erdsatelliten  
Veröff. Zentralinst. Physik der Erde. - Potsdam (1984) 80
- MONTAG, H.: Zur Überwachung des Rotationsverhaltens der Erde und anderer geodynamischer Erscheinungen durch kosmisch-geodätische Methoden  
Vermessungstechnik. - Berlin 34(1986)8. - S. 260 - 263
- MONTAG, H.; DIETRICH, R.; PARM, T.; OLLIKAINEN, M.: The interstation distance Metsähovi - Potsdam based on satellite measurements  
Finnish Geod. Inst. - Helsinki (1984) Rep. 84:2
- MONTAG, H.; GENDT, G.; DIETRICH, R.; KURTH, K.: Investigation of polar motion and length of the day by means of SLR data of the MERIT campaign  
Proc. "Int. Conf. on Earth rot. and terr. ref. frame" Columbus/USA, Juli/Aug. 1985. - Dept. Geod. Sci., Ohio State Univ. - Columbus (1985) Teil I. - S. 71 - 87
- MONTAG, H.; GENDT, G.; DIETRICH, R.; KORTH, W.; KURTH, K.: Analyse der Satelliten-Laserentfernungsmessungen des MERIT-Projektes zur Bestimmung präziser Erdrotationsparameter  
Veröff. Zentralinst. Physik der Erde. - Potsdam (1986) 91
- MORITZ, H.: Least squares collocation  
Dt. Geod. Kommiss., Veröff. Reihe A. - München (1973) Heft 75
- MORITZ, H.: Advanced physical geodesy  
Karlsruhe: Herbert Wichmann Verlag, Tunbridge Wells Kent: Abacus Press, 1980
- MUELLER, I.I.: Reference coordinate systems for earth dynamics: a preview  
Proc. IAU-Colloq. No. 56 "Reference Systems for Earth Dynamics" Warszawa/VR Polen, Sept. 1980. - Dordrecht/Boston/London: Reidel Publ. Comp., 1981. - S. 1 - 22

- MUELLER, I.I.: Reference coordinate systems and frames: concepts and realization  
Bull. geod. - Paris 59(1985a)2. - S. 181 - 188
- MUELLER, I.I. (Hrsg.): Int. Conf. on Earth rot. and terr. ref. frame  
Proceedings. - Dept. Geod. Sci., Ohio State Univ. - Columbus 1985b
- NAAS, J.; SCHMID, H.L. (Hrsg.): Mathematisches Wörterbuch, Bd. 1  
Berlin: Akademie-Verlag, Leipzig: Teubner Verlagsgesellschaft, 1961
- NAKIBOGLU, S.M.; LAMBECK, K.: Deglaciation effects on the rotation of the earth  
Geoph. J. R. astr. Soc. - London (1980)62. - S. 49 - 58
- NEDOMA, J.: On the geodynamic model of the earth and the plate tectonic hypothesis  
Gerlands Beitr. Geophysik. - Leipzig 95(1986)1. - S. 36 - 62
- NEUBERT, R.: Theoretische und instrumentelle Untersuchungen zur Laserradar-Methode  
Zentralinstitut für Physik der Erde, Forschungs- und Entwicklungsbericht. -  
Potsdam 1984
- NEUBERT, R.; GRUNWALDT, L.: A simple calibration link for a laser radar  
Nabljudenija iskusstvennykh sputnikov zemli. - 23(1984). - S. 103 - 109, Praha 1984
- NIKOLSKAJA, T.K.: Metod kollokacii i ego primenenie k restscheniju sistem uslovných  
uravnenij v sputnikovoj geodezii  
Bull. Inst. Theor. Astron. - Leningrad 14(1976)4. - S. 229 - 233
- OBUCHOW, A.M.: Statistische Beschreibung stetiger Felder  
in: Sammelband zur statistischen Theorie der Turbulenz (Hrsg. H. GOERING). - S. 1 - 42  
Berlin: Akademie-Verlag, 1958
- PELLINEN, L.P.: Theoretische Geodäsie  
Berlin: VEB Verlag für Bauwesen, 1982
- PESEC, P.; RINNER, K.; MIHALY, SZ.; ALPAR, G.: West-East European Doppler observation  
campaign WEDOC-2 - final results  
Hungarian Geodetic Survey, Institute of Geodesy and Cartography. - Budapest 1985
- REHSE, H.; DIETRICH, R.: Untersuchungen zur Genauigkeit der Bahnmodellierung künstli-  
cher Erdsatelliten an Hand simulierter Meßwerte  
Vermessungstechnik. - Berlin 33(1985)6. - S. 192 - 194
- REIGBER, CH.; ILK, K.H.: Vergleich von Resonanzparameterbestimmungen mittels Ausglei-  
chung und Kollokation  
Zeitschr. f. Vermess.-wesen. - Stuttgart 101(1976)2. - S. 59 - 67
- REIGBER, CH.; MÜLLER, H.; RIZOS, CH.; BOSCH, W.; BALMINO, G.; MOYNOT, B.: An improved  
GRIM 3 earth gravity model (GRIM 3B)  
Paper XVIII. IUGG Gen. assembly, IAG Symp. C, Hamburg/BRD, Aug. 1983

- REIGBER, CH.; MÜLLER, H.; SCHWINTZER, P.; MASSMANN, F.H.; PAVLIS, E.C.: MERIT-LAGEOS laser ranging data analysis at SFB 78/DGFI  
Proc. "Int. Conf. on Earth rot. and terr. ref. frame" Columbus/USA, Juli/Aug. 1985. - Dept. Geod. Sci., Ohio State Univ. - Columbus (1985) Teil I. - S. 88 - 103
- REIGBER, CH.; SCHWINTZER, P.; MASSMANN, F.H.; MÜLLER, H.: Distance variations between laser ranging stations derived from LAGEOS tracking data  
Paper COSPAR XXVI. Plenary Meeting, Symp. 2 "Applications of Space Techniques for Geodesy and Geodynamics" Toulouse/Frankreich, Juni/Juli 1986
- REINHART, E.; WILSON, P.; LELGEMANN, D.; HAUCK, H.; SOLTAU, G.: Das mobile Satelliten-lasermesssystem MTLRS-1 - Systembeschreibung, Einsatzplanung und erste Erfahrungen  
Allg. Verm.-Nachr. - Karlsruhe 92(1985)11/12. - S. 487 - 503
- REISSMANN, G.: Die Ausgleichsrechnung  
Berlin: VEB Verlag für Bauwesen, 1968
- REMONDI, B.: Modelling the GPS carrier phase for geodetic applications  
Proc. 1. Int. Symp. on Precise Positioning with the Global Positioning System, Rockville/USA, April 1985. - S. 325 - 336
- RINNER, K.; PESEC, P.: West-East European Doppler Campaign  
Manusk. geod. - Sindelfingen 7(1982)2. - S. 117 - 132
- RUMMEL, R.; SCHWARZ, K.-P.; GERSTL, M.: Least squares collocation and regularization  
Bull. geod. - Paris 53(1979). - S. 343 - 361
- SAASTAMOINEN, J.: Contributions to the theory of atmospheric refraction  
Bull. geod. - Paris 105(1972). - S. 279 - 298, 106(1972). - S. 383 - 397, 107(1973). - S. 13 - 34
- SCHENKE, H.W.: Untersuchungen zur Genauigkeit von Doppler-Satellitenbeobachtungen im Testnetz Westharz  
Wiss. Arb. d. Fachr. Verm.-Wesen, Univ. Hannover. - Hannover (1984) Nr. 129
- SCHLÜTER, W.; LOHMAR, F.J.: Kalibrierungsmessungen von Dopplerempfangsanlagen  
Veröff. d. Bayer. Komm. f. d. Int. Erdmessung, Astr.-Geod. Arb. - München (1981) Heft 41. - S. 80 - 90
- SCHOEPS, D.: Über die Genauigkeit eines durch Richtungs- und Streckenmessungen zu künstlichen Erdsatelliten bestimmten geodätischen Vektors  
Veröff. Zentralinst. Physik der Erde. - Potsdam (1976) 40. - S. 5 - 27
- SCHWARZ, K.-P.: Geodetic improperly posed problems and their regularization  
Boll. Geod. Sci. Aff. - Firenze 38(1979)3. - S. 389 - 416
- SCHWINTZER, P.; REIGBER, CH.; STRAUSS, R.: Macrometerbeobachtungen im deutschen Hauptdreiecksnetz (Macrometer-Netz "Hessen")  
Dt. Geod. Kommiss., Veröff. Reihe B. - München (1985) Heft 273

- SIMS, M.L.: Phase center variation in the geodetic TI 4100 GPS receiver system's conical spiral antenna  
Proc. 1. Int. Symp. on Precise Positioning with the Global Positioning System, Rockville/USA, April 1985. - S. 227 - 244
- SJÖBERG, L.E.; STOCKI, S.M.: The accuracy of geoid undulations determined by modification of STOKES' formula using GEM9 potential coefficients  
Boll. Geod. Sci. Aff. - Firenze 44(1985)3. - S. 253 - 271
- SMITH, D.E.: MERIT results derived at GSFC  
Paper Int. MERIT workshop, Grasse/Frankreich, Mai 1981
- SMITH, D.E.: LAGEOS technical bulletin  
CSTG-Bulletin. - Columbus (1982)4. - S. 94 - 99
- SMITH, D.E.; KOLENKIEWICZ, R.; DUNN, P.J.; TORRENCE, M.H.: The measurement of fault motion by satellite laser ranging  
Tectonophysics. - Amsterdam 52(1979). - S. 59 - 67
- SMITH, D.E.; CHRISTODOULIDIS, D.C.; TORRENCE, M.H.; KLOSKO, S.M.; DUNN, P.J.: Polar motion and length of day determination from satellite laser ranging  
Proc. "Int. Conf. on Earth rot. and terr. ref. frame" Columbus/USA, Juli/Aug. 1985. - Dept. Geod. Sci., Ohio State Univ. - Columbus (1985a) Teil I. - S. 142 - 171
- SMITH, D.E.; CHRISTODOULIDIS, D.C.; KOLENKIEWICZ, R.; DUNN, P.J.; KLOSKO, S.M.; TORRENCE, M.H.: A global geodetic reference frame from LAGEOS ranging (SL5.1AP)  
J. geophys. Res. - Washington 90(1985b)B11. - S. 9221 - 9233
- SOLER, T.: Global plate tectonics and the secular motion of the pole  
Dept. Geod. Sci., Ohio State Univ. - Columbus (1977) Rep. 252
- SOMMERFELD, A.: Mechanik  
Leipzig: Akademische Verlagsgesellschaft Geest&Portig K.-G., 1968
- STANGE, L.: Berechnung von mittleren Bahnelementen künstlicher Erdsatelliten  
Arb. Geod. Inst. - Potsdam (1968) 23. - S. 9 - 74
- STANGE, L.: Konsequenzen der geodätischen Nutzung von Laserbeobachtungen künstlicher Erdsatelliten  
Veröff. Zentralinst. Physik der Erde. - Potsdam (1974) 29. - S. 85 - 93
- STANGE, L.: Möglichkeiten der Satellitengeodäsie für die Anlage moderner Grundlagennetze  
Vermessungstechnik. - Berlin 29(1981)7. - S. 220 - 222
- STANGE, L.: Basisinterferometrie mit künstlichen Satelliten - eine Revolution in der Geodäsie ?  
Vermessungstechnik. - Berlin 30(1982)12. - S. 397 - 399

- STANGE, L.; MONTAG, H.: On the determination of coordinates and their temporal variations using the orbital method  
Veröff. Zentralinst. Physik der Erde. - Potsdam (1974) 30, Teil 2. - S. 435 - 439
- STECHEER, R.: Entwicklungsstand der Zeit- und Frequenzmeßtechnik und sein Einfluß auf die Leistungsfähigkeit moderner geodätischer Meßverfahren  
Zentralinstitut für Physik der Erde, Dissertationsschrift B. - Potsdam 1984
- STEPHANI, H.; KLUGE, G.: Grundlagen der theoretischen Mechanik  
Berlin: VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1980
- TAPLEY, B.D.; SCHUTZ, B.E.; EANES, R.J.: Preliminary tracking station solutions based upon LAGEOS ranging observations  
University of Texas. - Austin/USA, Okt. 1980
- TAPLEY, B.D.; SCHUTZ, B.E.; EANES, R.J.: Station coordinates, baselines, and earth rotation from LAGEOS laser ranging: 1976-1984  
J. geophys. Res. - Washington 90(1985)B11. - S. 9235 - 9248
- TAUBENHEIM, J.: Statistische Auswertung geophysikalischer und meteorologischer Daten  
Leipzig: Akademische Verlagsgesellschaft Geest&Portig K.-G., 1969
- TICHONOV, A.N.; BOLŠAKOV, V.D.; BYVŠEV, V.A.; ILINSKIJ, A.S.; NEIMAN, JU.M.:  
O variacionnom metode regularizacii pri uravnavanii svobodnyh geodezičeskich setej  
Geod. i Aerofotosemka. - Moskva 22(1978)3. - S. 3 - 10
- TSCHERNING, C.C.; GOAD, C.C.: Correlation between time dependent variations of Doppler-determined height and sunspot numbers  
J. geophys. Res. - Washington 90(1985)B6. - S. 4589 - 4596
- VEIS, G.: Ideal reference frames, concepts and interrelationships  
Proc. IAU-Colloq. No. 56 "Reference Systems for Earth Dynamics" Warszawa/VR Polen, Sept. 1980. - Dordrecht/Boston/London: Reidel Publ. Comp., 1981. - S. 37 - 41
- WAHR, J.M.: Body tides on an elliptical rotating, elastic, and oceanless earth  
Geoph. J. R. astr. Soc. - London (1981)64. - S. 677 - 703
- WARE, R.H.; ROCKEN, CH.; SNIDER, J.B.: Experimental verification of improved GPS-measured baseline repeatability using water-vapor radiometer corrections  
IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. - New York GE-23(1985)4. - S. 467 - 473
- WELLS, D.E.: Doppler satellite control  
Dep. of Surveying Engineering, Univ. of New Brunswick. - Fredericton 1974
- WIGET, A.; KAHLE, H.-G.; GEIGER, A.: ALGEDOP: Ein Beitrag zur satellitengestützten Geoidbestimmung in der Schweiz  
Vermess. Photogramm. Kulturtechn. - Winterthur 84(1986)5. - S. 177 - 181

- WILSON, J.T.: Evidence from islands on the spreading of ocean floors  
Nature. - London 197(1963)4867. - S. 536 - 538
- WOLF, H.: Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate  
Bonn/München/Hannover: Ferdinand Dümmlers Verlag, 1968
- WOLF, H.: "Short-arc"-Methode und räumliche Bahnglättung in der Satellittriangulation  
Zeitschr. f. Vermess.-wesen. - Stuttgart 95(1970)2. - S. 37 - 41
- WOLF, H.: Rechenmodelle der geometrischen Satellitengeodäsie  
Mitt. Inst. Theor. Geod., Univ. Bonn. - Bonn (1973) Nr. 23
- WOLF, H.: Latente Parameter  
Zeitschr. f. Vermess.-wesen. - Stuttgart 106(1981)10. - S. 517 - 523
- WOLF, H.: Das Lage- und Höhenproblem in großen geodätischen Netzen bei Einbeziehung  
von Satellitendopplermessungen  
Zeitschr. f. Vermess.-wesen. - Stuttgart 110(1985)5. - S. 179 - 186
- WOODEN, W.H.: NAVSTAR Global Positioning System: 1985  
Proc. 1. Int. Symp. on Precise Positioning with the Global Positioning System,  
Rockville/USA, April 1985. - S. 23 - 32
- YATSKIV, Y.S.; TARADIJ, V.K.; MIRONOV, N.T.; TSEKIS, M.L.; NURUTDINOV, K.K.: On the  
use of the Kiev geodynamics program complex for analyzing the MERIT laser ranging  
data  
Proc. "Int. Conf. on Earth rot. and terr. ref. frame" Columbus/USA, Juli/Aug. 1985. -  
Dept. Geod. Sci., Ohio State Univ. - Columbus (1985) Teil I. - S. 138 - 141
- YIONOULIS, S.M.: Algorithm to compute tropospheric refraction effects on range  
measurements  
J. geophys. Res. - Washington 75(1970)B11. - S. 7636 - 7637

