

# 2D-Modellierungen des Topographie-Effektes im MT-, AMT, ETS- und VLF-Frequenzbereich mit Hilfe eines Finite-Elemente Programmes

K. Wollny, München

## 1. Einleitung

Mit den Verfahren der Elektromagnetik (EM) wie MT, AMT und VLF wird das Verhalten der jeweiligen Meßgrößen aufgrund der Verteilung der Leitfähigkeit im Untergrund bestimmt. Die Topographie des Meßgebietes und ihr Einfluß auf die Meßgrößen wird oft nicht beachtet. Stellt diese Vernachlässigung eine Verfälschung der Datensätze dar, die Meßergebnisse unbrauchbar werden läßt, wenn keine entsprechende Reduktion durchgeführt wird? Wie äußert sich der Einfluß der Geländeform auf die Messungen, in welchen Meßgrößen tritt dieser auf und in welcher Größenordnung? Die Klärung dieser Fragen und die systematische Erfassung der durch die Topographie verursachten Effekte (= "Topographie-Effekte" bzw. "TP-Effekte") in den EM-Meßgrößen ist das Ziel. Zur 2D-Modellierung von Topographien wurde das Finite-Elemente (FE) Programm von WANNAMAKER et al. (1986) verwendet.

## 2. 2D-Modellierung mittels Finite-Elemente-Methode (FEM)

Als Standardmodell der FEM-Modellierungen wurde eine Rampe verwendet (vgl. Abb.1). Für die Modellrechnung wurde folgendes Koordinatensystem benutzt: Streichen der Topographie in x-Richtung (unendlich ausgedehnt), Topographieverlauf in der y-z-Ebene. Die Modellrechnung in der verwendeten Form liefert Ergebnisse für Knoten, die die Grenze Luft-Untergrund bilden. Diskretisierungsprobleme sind durch die Grenzen des Programms bedingt.

Durch die Variation der Rampengeometrie und der jeweils verwendeten Frequenz wird Information bei unterschiedlichsten Voraussetzungen gewonnen. Die Rampengeometrie wird durch die Veränderung des Neigungswinkels der Rampe und der Hanghöhe variiert. Winkel zwischen 0 und 90° sowie Höhen von 10 bis 1000 m werden betrachtet. Die Frequenz überstreicht den Bereich von 1 mHz (MT) bis 20 kHz (VLF). Der Untergrundwiderstand ist in den Berechnungen konstant 200Ω. Bei Hanghöhen, die groß sind gegen die Skintiefe, treten numerische Probleme auf.

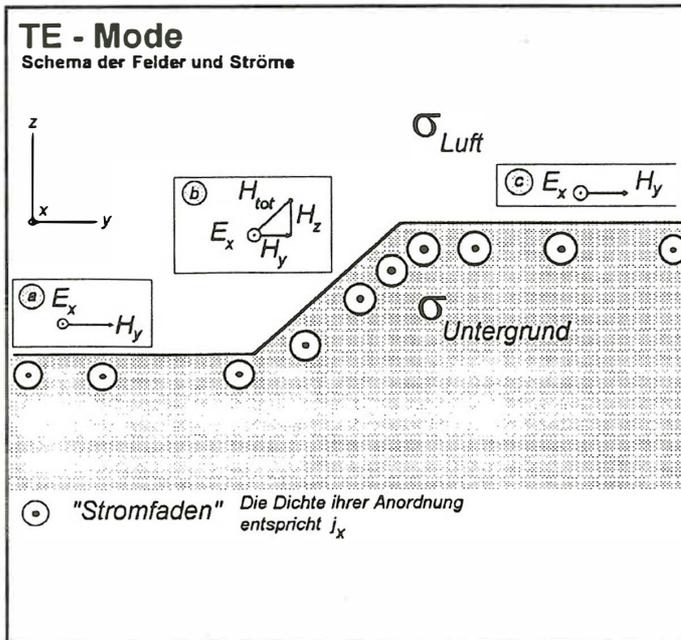
Schwingt die E-Feldkomponente des EM-Wechselfeldes parallel zur x-Achse des verwendeten Koordinatensystems (d.h. parallel zum Streichen der Topographie), dann wird dies nachfolgend als die TE-Mode des induzierten Stromsystems bezeichnet. Die H-Komponente steht dabei senkrecht zum Streichen der Topographie. Vertauscht man die Begriffe "E-" und "H-Komponente" in obiger Definition, erhält man die Vereinbarung für die TM-Mode.

Werden nachfolgend EM-Größen als "normierte Größen" angegeben, so entspricht dies der Vereinbarung des FEM-Programms und bezieht sich auf den Referenzwert der Größe am linken Modellrand.

## 3. Die Ergebnisse in den EM-Meßgrößen

Die meisten EM-Größen besitzen an Knickpunkten der Topographie extremale Werte. Die EM-Vertikalkomponenten der Felder zeigen dagegen ausgeprägte Maxima auf der Hangfläche. Das Extremalverhalten an den Hangkanten ist als Phänomen aus der Physik bekannt.

Insgesamt können 33 EM-Größen untersucht werden. Dabei handelt es sich um Feldgrößen (in Real- und Imaginärteil- bzw. Betrag- und Phase-Darstellung), den scheinbaren spezifischen Widerstand  $\rho$ ,



**Abb. 1** Untergundmodell der Ströme und Felder im Falle der TE-Mode (gewonnen aus der Analyse von 2D-Modellrechnungsdaten)

und die Phase  $\Phi$ . Nur wenige davon sind in der Praxis von Interesse. Damit sei die Beschränkung in der weiteren Arbeit auf die Vertikalkomponente des magnetischen Feldes  $H_z$  (Real- und Imaginärteil),  $\rho_s$  und  $\Phi$  begründet. Um eine Vorstellung von den Untergrundstrom- und -feldsystemen für die TE- bzw. TM-Mode (Abb.1 bzw. Abb.2) zu entwickeln, ist jedoch die Analyse aller zur Verfügung stehenden Größen notwendig.

In Abb.3 werden ausgesuchte Größen in ihrem Verhalten über der Rampentopographie dargestellt. Dabei fällt auf, daß z.B. in  $\rho_s$  und Phase beider Moden für die untere und obere Hangkante entgegengesetzte Extremwerte existieren (z.B.  $\rho_s$  der TE-Mode: Untere Hangkante Minimum, obere Hangkante Maximum).

Die Ursache läßt sich unter Zuhilfenahme der Abb. 1 und 2 wie folgt erklären:

#### TE-Mode:

Fließt der im Untergrund durch ein EM-Wechselfeld induzierte Strom parallel zum Hangstreichen, steht ihm im Bereich der unteren Hangkante mehr Volumen zur Verfügung als im Fernfeld, weil ihm rechts der "Rampenanbau" offensteht. Die Stromdichte  $j_x$  und damit korrelierte Größen wie  $E_x$  und  $H_y$  sind dort am geringsten. Wegen der geringeren Stromdichte und einer folglich geringeren Selbstinduktion, eilt dort die Phase  $\Phi$ , relativ zum Fernfeld, voraus, d.h.  $\Phi > 45^\circ$  (Abb.3.1.d).  $\rho_s$  wird wegen minimalem  $j_x$  ebenfalls minimal.

Im Bereich der oberen Hangkante steht dem Strom gleichsam weniger Volumen zur Verfügung als im Fernfeld. Daraus folgt eine Verdichtung der Stromfäden und somit von  $j_x$ . Die Phase zeigt somit aufgrund erhöhter Selbstinduktion ein Minimum ( $\Phi < 45^\circ$ ).  $\rho_s$  wird wegen maximalem  $j_x$  maximal.

Der Begriff Fernfeld wird in diesem Zusammenhang als Entfernung gebraucht, die 10 bis 12 mal der charakteristischen Rampendimension (Hanghöhe, -breite) oder Skintiefe entspricht. Näheres ist den Faustregeln für die Anwendung des FEM-Programmes zu entnehmen.

#### TM-Mode:

Im Fernfeld eines 2D-Hanges schwingen die Vektoren der induzierten Stromdichte  $j_y$  und  $E_y$ , sowie  $H_x$  in der Horizontalen. Im Bereich der 2D-Topographie schwingen " $j_y$ " und " $E_y$ " wegen der Neigung des induzierten Stromsystems, in der y-z-Ebene. Diese stellt sich ein, weil die Stromfäden versuchen der Topographie zu folgen und "hangaufwärts laufen". Korrekter spricht man also von Tangentialkomponenten " $j_{tan}$ " und " $E_{tan}$ ". Aus diesem Grund wird  $\rho_s$  von  $E_{tan}$  bestimmt. Man erhält also eine elektrische Vertikalkomponente.  $H_x$  schwingt hingegen im 2D-Hang weiterhin horizontal. Es entsteht keine zusätzliche magnetische Vertikalkomponente.

Durch "Kompression" der Stromfäden im Bereich der unteren Hangkante kommt es zu einer Erhö-

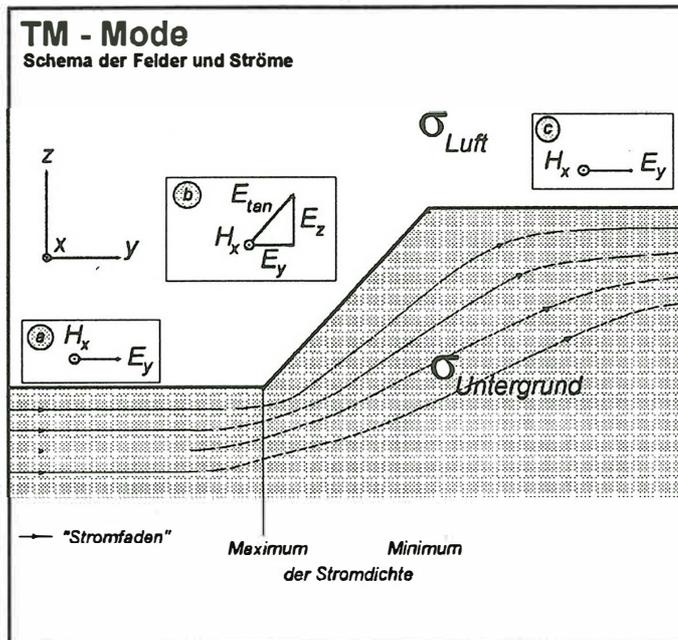


Abb. 2 Untergrundmodell der Strom- und Feldverteilung im Falle der TM-Mode (gewonnen aus 2D-Modellrechnungsdaten).

durch die erniedrigte Stromdichte an der oberen Hangkante die Selbstinduktion geringer als im Fernfeld, also  $\Phi > 45^\circ$ .

#### 4. Die Dynamik des Topographie-Effektes

Entscheidend für die Praxis ist die Einschätzung der Größenordnung der jeweils in den Meßgrößen auftretenden TP-Effekte, um eine Vorstellung von der Verfälschung der Datensätze zu gewinnen. Deswegen wurde die Rampengeometrie systematisch verändert und auch die Frequenz des EM-Wechselfeldes über acht Zehnerpotenzen variiert. Die Ergebnisse dieser Untersuchung sind sehr umfangreich und können hier nicht erschöpfend besprochen werden. Im folgenden werden nur einige markante Ergebnisse wiedergegeben und kurz erläutert.

Da die TP-Effekte in fast allen Größen als Maximum-Minimum-Paar (bzw. reziprok) an den Hangkanten auftreten, muß auch die gegenseitige Beeinflussung dieser gegenläufigen Extremwerte bei veränderlicher Hanggeometrie untersucht werden. Je größer das Verhältnis Skintiefe zu Hangdimension (z.B. Hanghöhe) wird, desto isolierter sollten die Effekte an den Hangkanten auftreten. D.h. eine direkte Beeinflussung der Effekte an den Hangkanten nimmt ab, bis sie sich gegenseitig nicht mehr additiv überlagern.

hung der Stromdichte und von  $E_{tan}$ , folglich auch zu einem Maximum in  $\rho_s$ . Da der Strom sich beim Eindringen in den Rampenbereich nur langsam dem Topographieverlauf anpaßt, resultiert ein globales Minimum der Stromdichte,  $E_{tan}$  und  $\rho_s$  an der oberen Hangkante.

Das abrupte Einsetzen der  $E_z$ -Komponente an der unteren Hangkante und das ebenso abrupte Ende an der oberen, wird durch einen Grenzflächen-Stromfaden erklärt, der exakt der Geländeoberfläche folgt.

Mit der lateralen Variation der Stromdichte  $j_{tan}$  aufgrund der Geländetopographie ist auch eine laterale Variation der Selbstinduktion im stromdurchflossenen Untergrund korreliert. Durch die höhere Stromdichte an der unteren Hangkante ist die Selbstinduktion relativ zum Fernfeld größer, d.h.  $\Phi < 45^\circ$ . Reziprok dazu ist

Abb. 3

2D-Darstellung wichtiger EM-Meßgrößen als Ergebnisse einer FEM-Modellrechnung (Rampe mit Neigungswinkel 45°, Hanghöhe 100 m,  $\rho = 200 \Omega$  bei der Frequenz 20 kHz)

- a) Realteil  $H_{z,n}$ , TE-Mode
- b) Imaginärteil  $H_{z,n}$ , TE-Mode
- c)  $\rho_s$ , TE-Mode
- d)  $\Phi$ , TE-Mode
- e)  $\rho_s$  aus  $E_{tan,n}$ , TM-Mode
- f)  $\Phi$  aus  $E_{tan,n}$ , TM-Mode
- g) Topographieverlauf

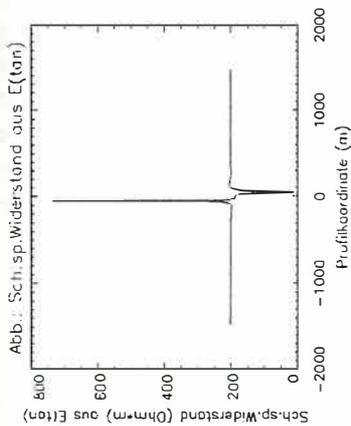


Abb. a)

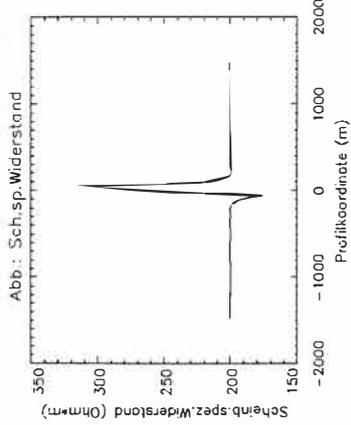


Abb. b)

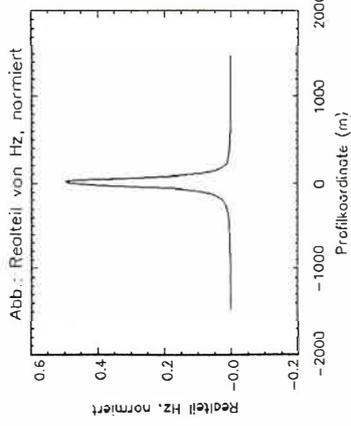


Abb. c)

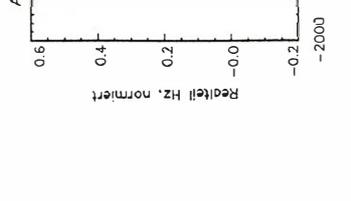


Abb. d)

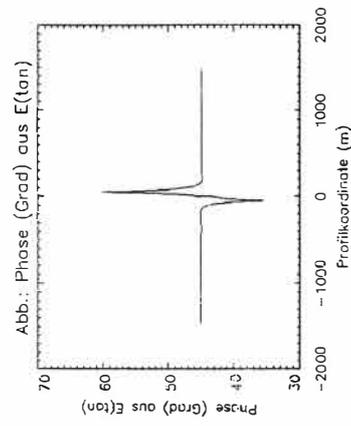


Abb. e)

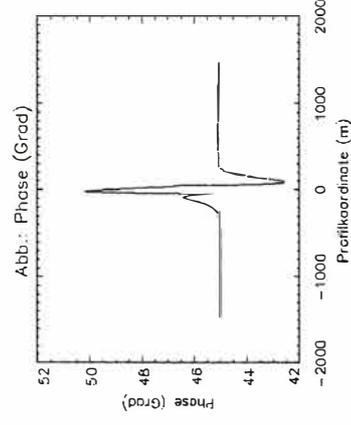


Abb. f)

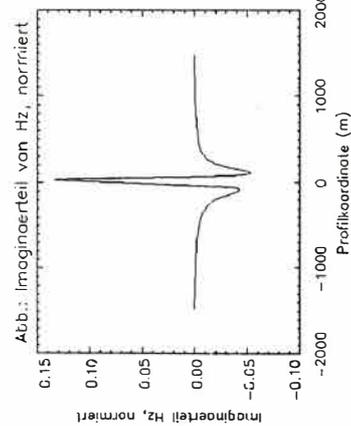


Abb. g)

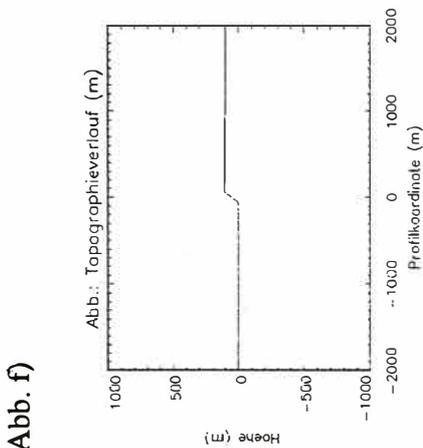


Abb. a)

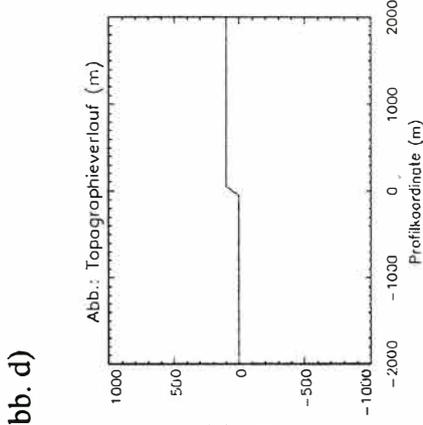


Abb. b)

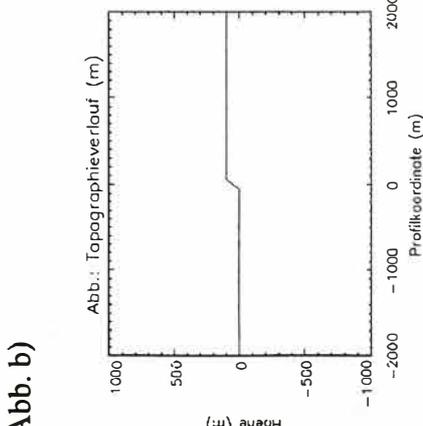


Abb. c)

Abb. g)

Abb. g)

Abb. g)

a) Variation des Neigungswinkels bei konstanter Höhe und konstanter Frequenz

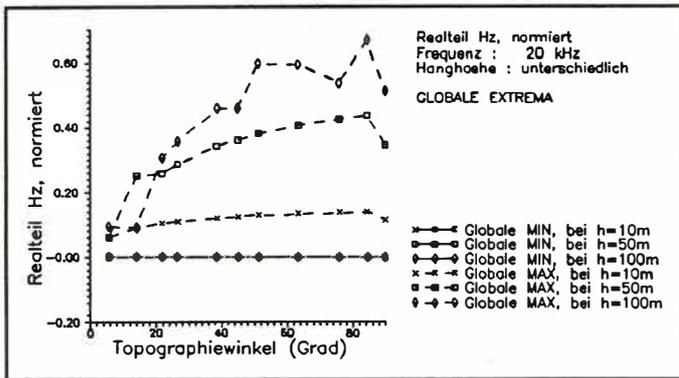


Abb. 4 Realtail  $H_z$ , als Funktion des Topographiewinkels.

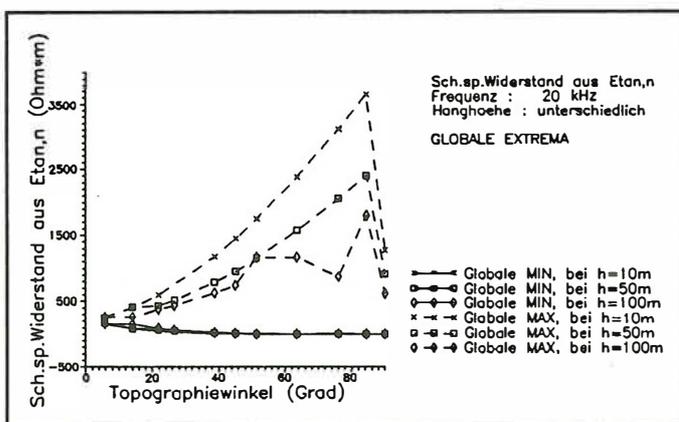


Abb. 5 Scheinbarer spez. Widerstand  $\rho_s$ , als Funktion der Hanghöhe (TM-Mode).

b) Variation der Hanghöhe bei konstantem Neigungswinkel und konstanter Frequenz

Durch den großen rechentechnischen Aufwand der Modellerstellung konnte für die Höhenabhängigkeiten (vgl. d)) nur ein Satz von jeweils drei Punkten zur Erstellung einer Kurve verwendet werden. Trotzdem lassen sich auf dieser Grundlage qualitative bzw. tendentielle Aussagen über den Einfluss der Hanghöhe auf den Topographie-Effekt treffen.

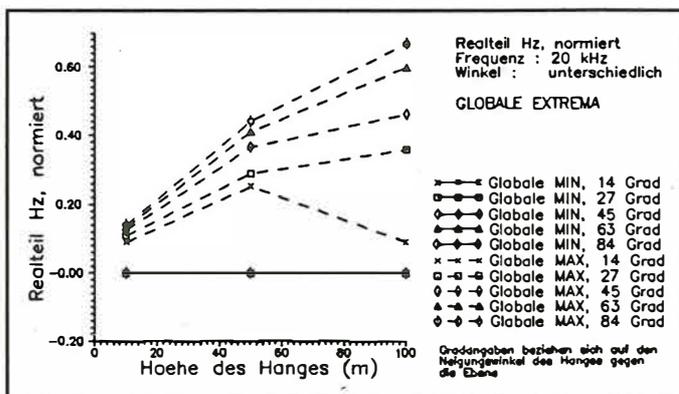


Abb. 6 Realtail  $H_z$ , als Funktion der Hanghöhe.

TE-Mode

Bei größer werdendem TP-Winkel nimmt die Stromdichte  $j_x$  an den Hangkanten immer größere Extrema an. Deren Betrag wird um so größer, je höher der jeweilige Hang ist. Aufgrund der  $j_x$ -Verteilung und der damit korrelierten räumlichen Variation der Selbstinduktion erklärt sich das Verhalten der übrigen Größen. In  $Re(H_z)$  bzw.  $Im(H_z)$  fällt die Verschiebung des Maximums in Richtung oberer Hanghälfte auf (bei wachsenden Neigungswinkeln).

TM-Mode

Es entsteht eine magnetische Vertikal-komponente  $E_z$ . Für jede Hanghöhe existiert ein Winkel, bei dem der Zuwachs der Vertikalkomponente  $Re(E_z)$  maximal ist. Für die anderen EM-Größen gilt: In der Hangmitte zwischen den Extremwerten an den Hangkanten nähern sich die Werte mit zunehmender Hanghöhe und fallenden Winkeln denen des homogenen Halbraumes an.

TE-Mode

Es existiert für jeden Topographiewinkel eine Hanghöhe, bei der die Auswirkungen auf die Feldgrößen maximal werden.

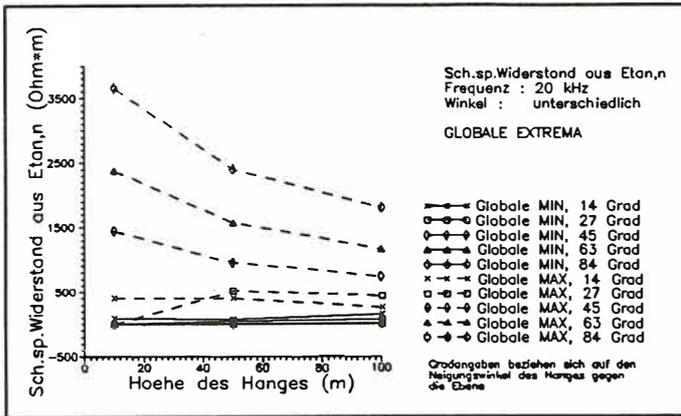


Abb. 7  $\rho_s$  als Funktion der Hanghöhe (TM-Mode).

c) Variation der Frequenz bei konstanter Höhe und dem Winkel 21.8°

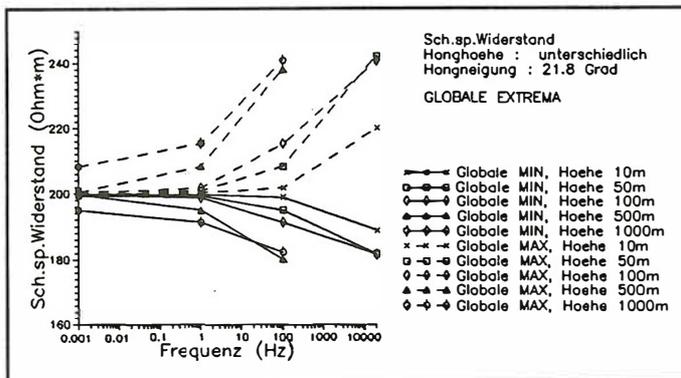


Abb. 8  $\rho_s$  als Funktion der Frequenz (TE-Mode).

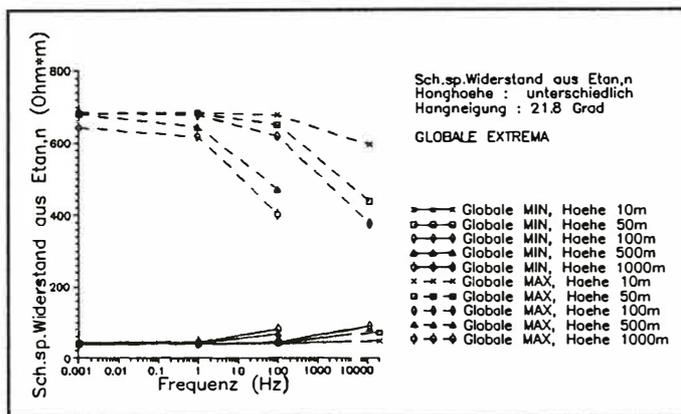


Abb. 9  $\rho_s$  als Funktion der Frequenz (TM-Mode).

vernachlässigbar klein, für  $\rho_s$  muß die Abweichung auf alle Fälle berücksichtigt werden. Die Abweichung liegt bei mehr als 100% des homogenen Halbraumes.

### TM-Mode

Eine Zuordnung maximaler Rechengrößen zu einer bestimmten Hanghöhe, wie in der TE-Mode, ist nicht generell möglich.

### TE-Mode

Mit zunehmender Frequenz wachsen die Topographie-Effekte in allen Größen. In den für die Meßpraxis relevanten Größen ist die Verfälschung für  $\rho_s$ ,  $\text{Re}(H_z)$  und  $\text{Im}(H_z)$  groß und für die Phase  $\Phi$  gering ( $< 5^\circ$ ).

### TM-Mode

Für kleiner werdende Frequenzen, also auf dem Weg zum Gleichstromfall, ist in den meßtechnisch wichtigen Größen ein asymptotisches Verhalten zu erkennen.  $\rho_s$  konvergiert gegen den Widerstand, der sich im Gleichstromfall einstellen würde, und zwar um so schneller, je kleiner die Hanghöhe ist.  $\Phi$  strebt für diesen Fall gegen  $45^\circ$ , da für kleinere Frequenzen die laterale Variation der Selbstinduktion im Bereich der Hangkanten immer geringer wird. Für das VLF-Band sind die Abweichungen der Phase in der Praxis

d) Variation der Hanghöhe bei Frequenzvariation und Neigungswinkel 21.8°

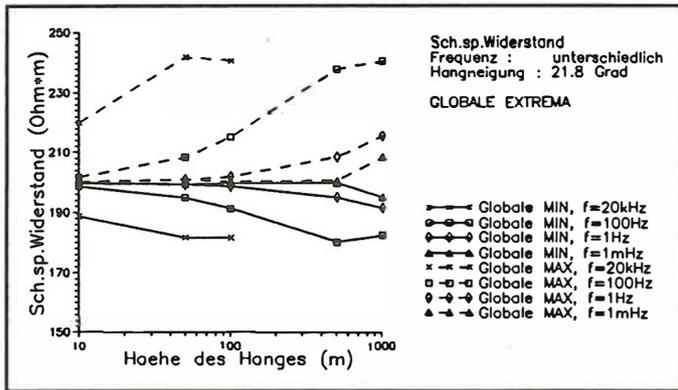


Abb. 10  $\rho_s$  als Funktion der Hanghöhe (TE-Mode).

TE-Mode

$Re(Hz)$ ,  $Im(Hz)$ ,  $\rho_s$  zeigen vom VLF- bis hinab zum AMT-Bereich nicht zu vernachlässigende TP-Effekte. In der Phase ist der TP-Effekt vernachlässigbar ( $< 1^\circ$ ). Für eine konstante Frequenz nimmt die Verfälschung der Meßgrößen wegen wachsender Hanghöhen bis zu einem charakteristischen Wert zu. Analog kommt es zu einer Entzerrung der Hangkanteneffekte. Jenseits dieser Höhe nimmt der Wert an der Hangkante jedoch wieder ab.

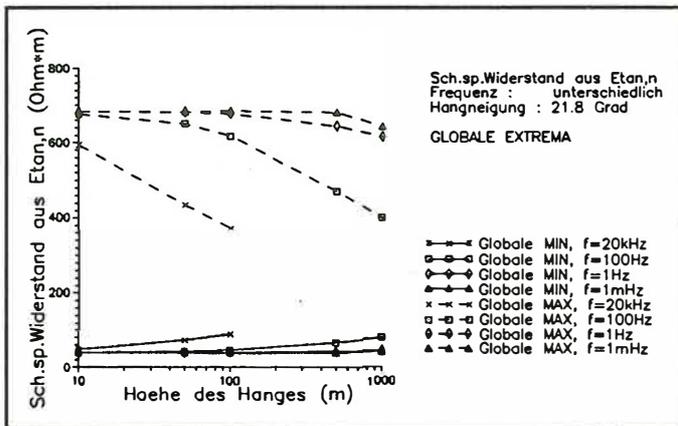


Abb. 11  $\rho_s$  als Funktion der Hanghöhe (TM-Mode).

TM-Mode

$\rho_s$  und  $\Phi$  zeigen deutliche TP-Effekte.  $\rho_s$  strebt für eine jeweils konstant gehaltene Frequenz bei abnehmender Hanghöhe gegen einen Grenzwert, der um so früher erreicht wird, je niedriger die Frequenz ist. Im Falle des homogenen Halbraumes (Hanghöhe = 0) existieren aber nach diesem Datensatz dann extremale TP-Effekte, was auf keinen Fall zutreffen kann, weil sie ja dort verschwinden müssen.

5. Feldmessungen und Reduktion des TP-Effektes

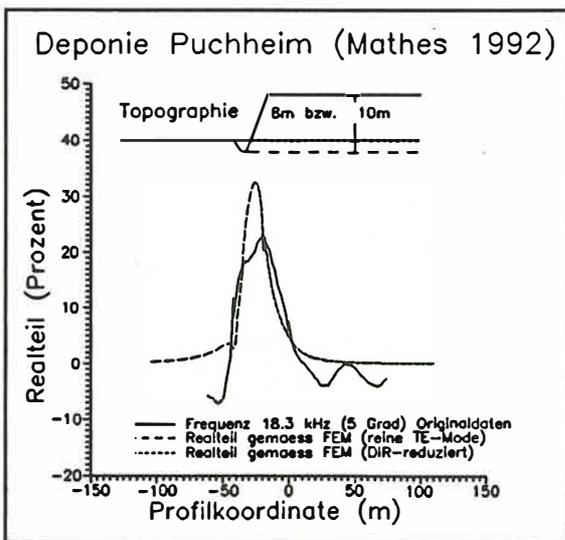


Abb. 12 Profil über die Deponie Puchheim.  $Re(H_z)$ .

Die Bearbeitung von Feldmessungen aufgrund von FEM-Modellierungen der geologischen Situation ist für die Praxis sehr wichtig. Wie in Kapitel 3 und 4 beschrieben, muß für die Feldmessung in den relevanten Größen besonders auf Geländekanten und auf die Hangmitte bei Hängen geachtet werden. Fehlinterpretationen können durch die genaue Kenntnis der Geländeform vor allem bei höherfrequenten EM-Wechselfeldern vermieden werden. Ein vom Verfasser geschriebenes Reduktionsprogramm kann Meßdatensätze zumindest qualitativ bei vorausgegangener FEM-Modellierung soweit von topographischem Noise befreien, daß die Bearbeitung und Interpretation wesentlich erleichtert wird.

## 6. Wertung und Zusammenfassung

Die systematische Erfassung des Einflusses der Geländetopographie auf verschiedene EM-Meßgrößen ermöglichte es, eine Vorstellung vom Verlauf der Untergrundstromsysteme und -felder zu gewinnen. Sie sind bei EM-Meßverfahren ab 100 Hz in der Regel zu berücksichtigen. Die zeitraubende Modellierung einer gegebenen Meßsituation mittels FEM (WANNAMAKER et al.(1986,1987)) wird in der Praxis noch entscheidend verbessert werden müssen, um ein anwenderfreundliches Zeit-Leistungs-Verhältnis zu erzielen. Durch die FEM-2D-Ergebnisse ist dem Interpretierer jedoch zweifellos ein wirksames Werkzeug zur korrekten Bearbeitung von Felddaten gegeben, die unbedingt genutzt werden sollte.

### Literaturhinweise

Wannamaker, P.E.; Stodt, J.A.; Rijo, L.;

1986:

Two-Dimensional Topographic responses in Magnetotellurics modeled using Finite Elements  
Geophysics, 49: 2131 - 2144

1987:

A stable Finite Element Solution for Two-Dimensional Magnetotelluric Modeling  
Geoph.J.R.astr.Soc., 88: 277 - 296

Wollny, K; 1994.

2D-Modellierungen des Topographie-Effektes im MT-, AMT-, ETS-, und VLF-Frequenzbereich mit Hilfe eines Finite-Elemente Programmes,  
Diplomarbeit am Institut für Allgemeine und Angewandte Geophysik der Ludwig-Maximilians-Universität, München